ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 54, №3, 2001 Механика

УДК 539.3:539.375

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СПИНОВЫХ ВОЛН В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Саакян С.Л.

Ս.Լ. Սահակյան

Սպինային ալիքների տարածումը պարբերական շերտերով միջավայրում

Աշխատանքը նվիրված է կտոր առ կտոր համասեռ պարբերական ֆեռոմագնիսական միջավայրում սպինային ալիքների տարածմանը: Դիտարկվում է տարբեր ֆեռոմագնիսական հատկություններ ունեցող երկու, առաձգական առումով կոշտ, շերտերի պարբերաբար հաջորդմամբ կառուցվածքի դեպքը: Ցույց է տրված, որ միջավայրի անհամասեռության հաշվառումը, ի տարբերություն համասեռ միջավայրում ալիքների տարածման դեպքի, կարող է որակապես և քանակապես ազդել սպինային ալիքների տարածման վրա:

S.L. Sahakyan

Propogation of spin waves in a periodic stratified medium

Работа посвящена изучению распространения спиновых волн в периодической кусочно-однородной ферромагнитной среде. Рассматривается случай жесткой, в упругом смысле, структуры с чередованием двух слоев с различными ферромагнитными свойствами. Показано, что учет неоднородности среды может качественно и количественно изменить картину распространения спиновых волн по сравнению со случаем распространения волн в однородной среде.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу о распространении спиновых волн в жесткой (в упругом смысле) многослойной ферромагнитной среде, состоящей из двух попарно чередующихся однородных слоев толщиной h_1 и h_2 соответственно, показанную на фиг.1. Здесь индексом (1) обозначен слой $0 < x_2 < h_1$, а индексом (2) – слой $-h_2 < x_2 < 0$ ферромагнитной среды. Предполагается, что фоновое отклоняющее поле $\vec{H}_0$ направлено вдоль оси x_3, т.е. $\vec{H}_0 = (0, 0, H_0)$, $H_0 = \text{const}$, $H_0 > 0$, а направление распространения волн совпадает с осью x_1, т.е. перпендикулярно к направлению $\vec{H}_0$. Равновесное значение магнитного спина в (j)-ом слое обозначается через $\vec{\mu}_{0j} = (0, 0, \mu_{0j})$, $\mu_{0j} = \text{const}$, $j = 1, 2$.

Будем отдельно рассматривать случаи параллельности $\vec{\mu}_{01}$ и $\vec{\mu}_{02}$ $(\vec{\mu}_{01} \uparrow\uparrow \vec{\mu}_{02})$ и антипараллельности $\vec{\mu}_{01}$ и $\vec{\mu}_{02}$ $(\vec{\mu}_{01} \uparrow\downarrow \vec{\mu}_{02})$. На фиг.1 приведен случай, когда оба вектора $\vec{\mu}_{0j}$ параллельны вектору $\vec{H}_0$. Обозначим через $\vec{\mu}^{(j)} = (\mu_1^{(j)}, \mu_2^{(j)}, 0)$ компоненту возмущения вектора магнитного спина, перпендикулярную к $\vec{\mu}_{0j}$. При пренебрежении обменными эффектами, уравнения движения магнитного момента в каждом слое имеют вид [1,2]

$$\frac{\partial\mu_1^{(j)}}{\partial t}-\hat{b}_j\omega_{0j}\mu_2^{(j)}=\gamma_0\mu_{0j}\frac{\partial\Phi^{(j)}}{\partial x_2}$$

$$\frac{\partial\mu_2^{(j)}}{\partial t}+\hat{b}_j\omega_{0j}\mu_1^{(j)}=-\gamma_0\mu_{0j}\frac{\partial\Phi^{(j)}}{\partial x_1}$$

$$\frac{\partial^2\Phi^{(j)}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\Phi^{(j)}}{\partial x_2^2}=\rho_j\left(\frac{\partial\mu_1^{(j)}}{\partial x_1}+\frac{\partial\mu_2^{(j)}}{\partial x_2}\right),\qquad (j=1,2) \tag{1}$$

Здесь $M_{0j}=\rho_j\mu_{0j}$, $\omega_{0j}=\rho_j\gamma_0\mu_{0j}$, $\gamma_0=1.8\cdot10^7$ э$^{-1}$с$^{-1}$ – гиромагнитное отношение, $\hat{b}_j=b_j+H_0/M_{0j}$, $b_j>0$ – постоянная магнитной анизотропии среды, $\Phi^{(j)}$ – магнитостатический потенциал.

Граничные условия на $x_2=0$ для рассматриваемой задачи будут иметь вид

$$\Phi^{(1)}-\Phi^{(2)}=0,\qquad \frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial x_2}-\rho_1\mu_2^{(1)}=\frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial x_2}-\rho_2\mu_2^{(2)} \tag{2}$$

а из условия периодичности, кроме того, имеем

$$\Phi^{(1)}(x_1,h_1,t)=\Phi^{(2)}(x_1,-h_2,t)$$

$$\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial x_2}-\rho_1\mu_2^{(1)}\Big|_{x_2=h_1}=\frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial x_2}-\rho_2\mu_2^{(2)}\Big|_{x_2=-h_2} \tag{3}$$

Решение поставленной задачи

Представим решение уравнения (1) в виде

$$\begin{aligned}\Phi^{(j)}(x_1,x_2,t)&=\hat{\Phi}^{(j)}(x_2)e^{i(\omega t+kx_1)}\\ \mu_2^{(j)}(x_1,x_2,t)&=\hat{\mu}_2^{(j)}(x_2)e^{i(\omega t+kx_1)}\\ \mu_1^{(j)}(x_1,x_2,t)&=\hat{\mu}_1^{(j)}(x_2)e^{i(\omega t+kx_1)}\end{aligned} \tag{4}$$

Удовлетворяя уравнению (1), получим

$$\begin{aligned}i\rho_j\hat{\mu}_1^{(j)}&=-|k|P_je^{|k|x_2}A_j-|k|Q_je^{-|k|x_2}B_j\\ \rho_j\hat{\mu}_2^{(j)}&=-|k|P_je^{|k|x_2}A_j+|k|Q_je^{-|k|x_2}B_j\\ \hat{\Phi}^{(j)}(x_2)&=e^{|k|x_2}A_j+e^{-|k|x_2}B_j\end{aligned} \tag{5}$$

где для краткости введены следующие обозначения:

$$P_j=\frac{\omega_{0j}}{\hat{b}_j\omega_{0j}-\sigma\omega},\qquad Q_j=\frac{\omega_{0j}}{\hat{b}_j\omega_{0j}+\sigma\omega},\qquad \sigma=|k|/k \tag{6}$$

а постоянные A_j и B_j определяются из граничных условий (2)-(3).

Подставляя решения (4) в граничные условия (2)-(3), из условия нетривиальности решения получим следующее дисперсионное уравнение:

$$(\sigma\Omega)^4 - B(\sigma\Omega)^2 + C = 0 \tag{7}$$

где

$$B = \left(\tilde{b}_1 - \chi\tilde{b}_2\right)^2 + 2\chi\left(\tilde{b}_1\tilde{b}_2 - 1/4\right) - D^2\left[(1-\chi)/2\right]^2$$

$$C = \chi^2\left[\left(\tilde{b}_1\tilde{b}_2 - 1/4\right)^2 - D^2\left(\tilde{b}_1 - \tilde{b}_2\right)^2\right]$$

$$\tilde{b}_j = \hat{b}_j + 1/2, \qquad \lambda = h_2/h_1 \quad \sigma = |k|/k, \qquad D = \left(e^{\lambda|k|} - e^{k}\right)/\left(e^{(1+\lambda)k} - 1\right)$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{01}} = \frac{\omega}{\gamma_0\rho_1\mu_{01}}, \qquad \chi = \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}} = \frac{\rho_2\mu_{02}}{\rho_1\mu_{01}} \tag{8}$$

Из дисперсионного уравнения (7) следует, что частота спиновых волн в общем случае зависит от толщины чередующихся слоев. Для наглядности рассмотрим частный случай, когда $h_1 = h_2$. Тогда дисперсионное уравнение (7) упрощается и принимает вид

$$Q^{+}(\sigma\Omega)\cdot Q^{-}(\sigma\Omega) = 0 \tag{9}$$

где

$$Q^{\pm}(\sigma\Omega) = (\sigma\Omega)^2 \pm \left(\tilde{b}_1 - \chi\tilde{b}_2\right)(\sigma\Omega) - \chi\left(\tilde{b}_1\tilde{b}_2 - 1/4\right)$$

откуда следует, что частота спиновых волн не зависит от толщины слоев.

Приведем решение уравнения (9)

$$\sigma\Omega = \frac{\left(\tilde{b}_1 - \chi\tilde{b}_2\right) \pm \sqrt{d}}{2} \quad \text{и} \quad \sigma\Omega = \frac{-\left(\tilde{b}_1 - \chi\tilde{b}_2\right) \pm \sqrt{d}}{2} \tag{10}$$

где

$$d = \left(\tilde{b}_1 + \chi\tilde{b}_2\right)^2 - \chi = \left(\tilde{b}_1 - \chi\tilde{b}_2\right)^2 + 4\chi\left(\tilde{b}_1\tilde{b}_2 - 1/4\right) \geq 0$$

Из (10) следует, что при $\chi \neq 0$ по положительному и отрицательному направлениях оси x_1 распространяются волны с частотами

$$\Omega_I = \frac{\left(\tilde{b}_1 - \chi\tilde{b}_2\right) + \sqrt{\left(\tilde{b}_1 + \chi\tilde{b}_2\right)^2 - \chi}}{2}$$

и

$$\Omega_{II} = \frac{\left|-\left(\tilde{b}_1 - \chi\tilde{b}_2\right) + \sqrt{\left(\tilde{b}_1 + \chi\tilde{b}_2\right)^2 - \chi}\right|}{2} \tag{11}$$

Отметим, что в случае двух полупространств по направлению положительной оси x_1 распространяется только лишь одна волна с частотой Ω_I, а по отрицательной оси x_1 распространяется только лишь одна волна с частотой Ω_{II}. Как видно из (11), обе частоты не зависят от волнового числа k.

В случае, когда второй слой вакуум ($\chi = 0$), из (11) получим

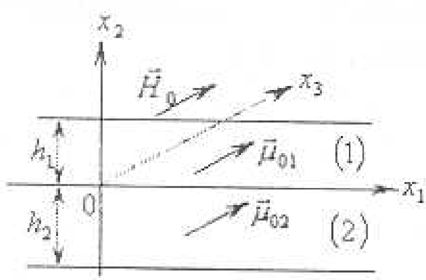
$$\Omega_I = \left(\hat{b}_1 + 1/2\right) = \Omega_{DE}, \qquad \Omega_{II} = 0 \tag{12}$$

Отметим, что частота $\Omega_{DE} = \hat{b}_1 + 1/2$ является частотой поверхностных спиновых волн (частота поверхностных волн Деймона-

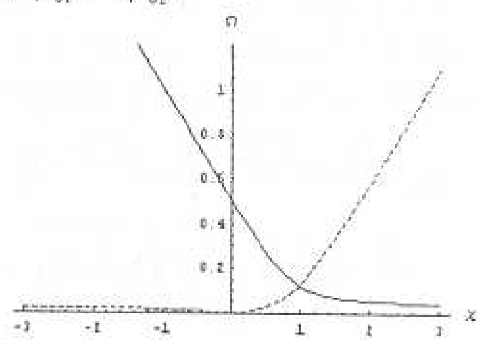
Эшбаха[3]), распространяющихся по поверхности ферромагнитного полупространства, граничащего с вакуумом.

Из (12) следует также, что по слою распространяется спиновая волна с частотой Деймона-Эшбаха по обоим направлениям оси x_1. Заметим, что в случае полупространства волна Деймона-Эшбаха распространяется только по одному направлению оси x_1.

Из (11), при фиксированных значениях параметров $\hat{b}_1$ и $\hat{b}_2$, видно следующее. С увеличением параметра χ до нуля, обе частоты Ω_I и Ω_{II} уменьшаются, причем всегда $\Omega_{II} < \Omega_I$. При $\chi = 0$ частота $\Omega_{II} = 0$, а частота Ω_I по величине равняется частоте Деймона-Эшбаха, т.е. $\Omega_1 = \Omega_{DE}$. Дальнейшее увеличение параметра χ приводит к появлению и увеличению (с нуля) исчезнувшей частоты Ω_{II} и уменьшению частоты Ω_I. При $\chi = \widetilde{b}_1 / \widetilde{b}_2$ значения частот Ω_I и Ω_{II} совпадают. Это означает, что по обоим слоям распространяются волны с равными частотами. Далее, увеличение параметра χ приводит к увеличению частоты Ω_{II} и уменьшению частоты Ω_I. На фиг.2 приведен график зависимости частот Ω_I и Ω_{II} от параметра χ при $\hat{b}_1 = 0.01$ и $\hat{b}_2 = 0.02$. Пунктирная линия показывает изменение частоты Ω_{II} от χ, а сплошная линия – изменение частоты Ω_I. Заметим, что значениям $\chi < 0$ соответствует случай, когда $\vec{\mu}_{01} \uparrow\downarrow \vec{\mu}_{02}$, а $\chi > 0$ – случай, когда $\vec{\mu}_{01} \uparrow\uparrow \vec{\mu}_{02}$.



Фиг.1
Слоистая ферромагнитная среда в магнитном поле.



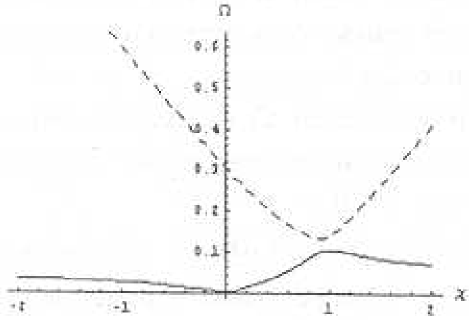
Фиг.2.
Зависимость частот от параметра χ, найденное на основе решений (11).

Перейдем к исследованию более общего уравнения (7). Поскольку это уравнение при $|k| \to \infty$ превращается в уравнение (9), то частоты, которые определяются по (9), будут горизонтальными асимптотами для решений уравнения (7) при любых значенях параметра λ. Чтобы определить еще точки пересечения кривых – решений уравнения (7) – с осью Ω, следует рассмотреть уравнение (7) при $|k| \to 0$. При этом

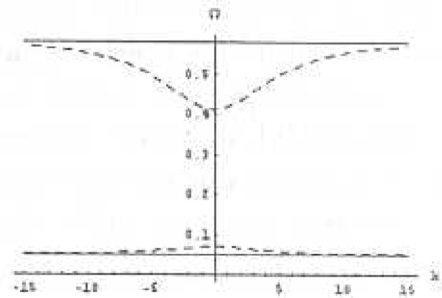
$\lim\limits_{k \to 0} D^2 = (\lambda - 1)^2 / (\lambda + 1)^2$ и коэффициенты уравнения (7) примут следующий вид:

$$B = \left(\widetilde{b}_1 - \chi \widetilde{b}_2\right)^2 + 2\chi\left(\widetilde{b}_1 \widetilde{b}_2 - 1/4\right) - \left(\frac{1-\chi}{2}\right)^2 (\lambda - 1)^2 / (\lambda + 1)^2$$

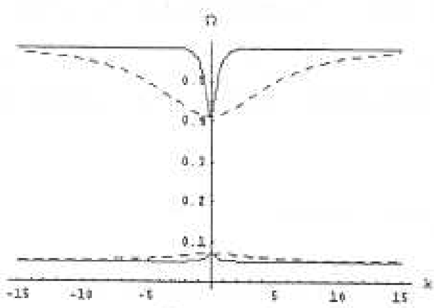
$$C = \chi^2 \left[\left(\widetilde{b}_1 \widetilde{b}_2 - 1/4\right)^2 - \left(\widetilde{b}_1 - \widetilde{b}_2\right)^2 (\lambda - 1)^2 / (\lambda + 1)^2 \right] \qquad (13)$$



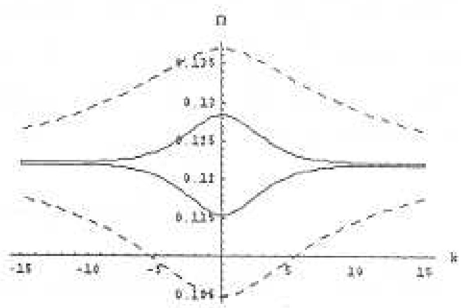
Фиг.3.
Зависимость частот от параметра χ $(|k| \to 0, \lambda = 0.1, \hat{b}_1 = 0.01, \hat{b}_2 = 0.02)$



Фиг.4.
Зависимость частот Ω от волнового числа k $(\chi = 2, \hat{b}_1 = 0.01, \hat{b}_2 = 0.02)$.



Фиг.5.
Зависимость частот Ω от волнового числа k $(\chi = 2, \hat{b}_1 = 0.01, \hat{b}_2 = 0.02)$



Фиг.6.
Зависимость частот Ω от волнового числа k $(\chi = 0.98, \hat{b}_1 = 0.01, \hat{b}_2 = 0.02)$

Таким образом, каждая кривая, которая является решением уравнения (7), в общем случае, "начинается" с некоторого значения Ω при $k = 0$ и распространяется симметрично по двум разным направлениям оси k. Эти кривые стремятся к соответствующим горизонтальным асимптотам, которые определяются по (11).

На фиг.3 показано решение уравнения (7) в зависимости от параметра χ, когда его коэффициенты определяются по формулам (13) при $\lambda = 0.1$, $\hat{b}_1 = 0.01$, $\hat{b}_2 = 0.02$. Кривые показывают изменение "начальных точек" (точек пересечения кривых — решений общего уравнения (7) — с осью Ω) в зависимости от параметра χ. Прерывистые и сплошные кривые соответствуют большей и меньшей по значению частоте при $|k| \to 0$ соответственно, т.е. решениям уравнения (7). Аналогичная картина получается и при других значениях $\hat{b}_1$, $\hat{b}_2$ и $\lambda \neq 1$.

На фиг.4 приведен график зависимости частот Ω от волнового числа k при $\lambda = 1$ и при $\lambda = 0.1$. Пунктирные кривые соответствуют значению $\lambda = 0.1$, а сплошные кривые — значению $\lambda = 1$.

На фиг.5 приведен график зависимости частот Ω от волнового числа k при $\lambda = 0.1$ и $\lambda = 10$. Пунктирные кривые соответствуют значению $\lambda = 0.1$, а сплошные кривые — значению $\lambda = 10$.

Из этих графиков видно, что зависимость частоты Ω от волнового числа k существенна, когда $\lambda \neq 1$. При фиксированных параметрах $\hat{b}_1$, $\hat{b}_2$ и $\lambda \neq 1$ аналогичные картины получаются и почти при всех значениях параметра χ, кроме таких, которые "близки" значению $\tilde{b}_1/\tilde{b}_2$. При таких значениях параметра χ картина намного другая (фиг.6). На фиг. 6 пунктирные кривые соответствуют значению $\lambda = 0.1$, а сплошные кривые — значению $\lambda = 10$. Таким образом, при фиксированных значениях параметров $\hat{b}_1$, $\hat{b}_2$ и $\lambda \neq 1$, параметр χ также может существенно изменить картину распространения спиновых волн в периодически неоднородной среде.

Обсуждение результатов

Настоящая работа посвящена изучению распространения спиновых волн в периодической ферромагнитной среде с чередованием двух слоев толщины h_1 и h_2. При решении задачи предполагалось, что векторы начальной намагниченности сред могут быть как параллельны, так и антипараллельны. Случай антипараллельности векторов начальных намагниченностей, в каком-то смысле, моделирует распространение спиновых волн в антиферромагнетиках. Рассматриваются распространения волн по оси x_1. Для проведения детального анализа распространения спиновых волн отдельно рассматриваются случаи, когда толщины слоев равны и не равны между собой.

Когда толщины слоев равны между собой ($h_1 = h_2$), показано, что частота волн не зависит от волнового числа. А в общем случае ($h_1 \neq h_2$) зависимость частоты Ω от волнового числа k значительна по сравнению со случаем $h_1 = h_2$. Из проделанного анализа видно, что учет неоднородности среды может качественно и количественно изменить картину частот спиновых волн, по сравнению с аналогичными волнами, распространяющихся в однородной среде.

Автор благодарит академика Багдасаряна Г.Е. и к.ф.м.н. Асаняна Д.Д за постановку задачи и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир, 1991. 560 с.
2. Асанян Д.Д., Багдасарян Г.Е., Саакян С.Л. Поверхностные спиновые волны в слоистых средах // Proc. of Int. Conference "Applied and Mathematical Aspects of Natural Sciences", Information Technologies and Manangment, 3, pp. 34-44,1999.
3. Damon R. W., Eshbach J. R. (1961). Magnetostatic Modes of a Ferromagnetic Slab.- J. Phys. Chem. Solids, 19, pp. 308-320.

Ереванский государственный
университет

Поступила в редакцию
21.05.2001