ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 53, №4, 2000 Механика

УДК 518.9:531.01

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА УКЛОНЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК ОТ НЕСКОЛЬКИХ ЦЕЛЕВЫХ МНОЖЕСТВ В ОДНОРОДНОМ ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ

Барсегян В.Р., Симонян Т.А.

Վ.Ռ. Բարսեղյան, Տ.Ա. Սիմոնյան
Շատ նպատակային բազմություններից նյութական կետերի շեղման դիֆերենցիալ խաղ համասեռ կենտրոնական դաշտում

Դիտարկվում է համասեռ կենտրոնական դաշտում շատ նպատակային բազմություններից շեղման դիֆերենցիալ խաղ ստոխաստիկ մասնակի ծրագրային ստրատեգիաների դասում, երբ խաղը ընթանում է նեղ սֆերիկ շերտերում: Երկրորդ խաղացողը կառուցում է իր ստրատեգիան հետևելով նախօրոք կառուցված ուղղորդին, առաջին խաղացողի ամենաուժեղ դիմադրության դեպքում: Հարթ դեպքում երկու նպատակային բազմություններից շեղման համար կառուցված է երկրորդ խաղացողի ստրատեգիան: Բերված է ուղղորդից համակարգի իրական ֆազային վիճակի շեղման գնահատականը ժամանակի ցանկացած պահի համար:

V.R. Barseghyan, T.A. Simonyan
The differential game of the deviation of substantial points from several target sets in the homogeneous central field

Рассматривается дифференциальная игра уклонения от нескольких целевых множеств в классе стохастических частично-программных стратегий в однородном центральном поле, когда игра протекает в тонких сферических слоях. Второй игрок строит свою стратегию, отслеживая построенный поводырь, при самом упорном сопротивлении со стороны первого игрока. В компланарном случае при двух целевых множествах построена стратегия второго игрока, которая обеспечивает уклонение от этих множеств и получена оценка для величины расстояния истинного фазового состояния системы от поводыря в любой момент времени.

1. Рассмотрим процесс преследования летательных аппаратов, условно называемых перехватчиком и целью. Для описания движения перехватчика и цели, считая их материальными точками и пренебрегая возмущениями от несферичности Земли, атмосферным сопротивлением и притяжением других небесных тел, запишем векторные уравнения для каждого аппарата, участвующего в сближении [1].

$$\ddot{\bar r}_{п}+\frac{\mu_0}{r_{п}^3}\bar r_{п}=\bar u,\quad \ddot{\bar r}_{ц}+\frac{\mu_0}{r_{ц}^3}\bar r_{ц}=\bar{\mathrm V} \tag{1.1}$$

где $\bar r_{п}$ и $\bar r_{ц}$ — геоцентрические радиус-векторы перехватчика и цели; $\bar u$ и $\bar{\mathrm V}$ — равнодействующие векторы ускорения от тяги двигателей перехватчика и цели; μ_0 — гравитационная постоянная Земли.

Предполагая, что преследование протекает в тонких сферических слоях гравитационного поля [1] и считая, что двигатели управления работают непрерывно, уравнения (1.1) принимают вид

$$\ddot{\bar r}_{п}+\omega^2\bar r_{п}=\bar u,\quad \ddot{\bar r}_{ц}+\omega^2\bar r_{ц}=\bar{\mathrm V} \tag{1.2}$$

где $\omega^2=\frac{\mu_0}{r_{ср}^3}$, $r_{ср}=\mathrm{const}$ — средний радиус сферического слоя.

Вычитая из первого уравнения (1.2) второе и определяя вектор дальности от цели до перехватчика $\bar{r} = \bar{r}_п - \bar{r}_ц$, получим

$$\ddot{\bar{r}} + \omega^2 \bar{r} = \bar{u} - \bar{\text{v}} \tag{1.3}$$

Уравнение (1.3) в нормальной форме запишется

$$\dot{x} = Ax + Bu + C\text{v} \tag{1.4}$$

где $x = (x_1, x_2, ..., x_6)'$, $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $x_3 = y$, $x_4 = \dot{y}$, $x_5 = z$, $x_6 = \dot{z}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega^2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Управления $u = (u_1, u_2, u_3)'$ и $\text{v} = (\text{v}_1, \text{v}_2, \text{v}_3)'$ удовлетворяют ограничениям

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \le \lambda_1^2, \quad \text{v}_1^2 + \text{v}_2^2 + \text{v}_3^2 \le \lambda_2^2 \tag{1.5}$$

Здесь и далее штрих означает транспонирование.

Пусть заданы моменты времени $t_0 = \vartheta_0 < \vartheta_1 < ... < \vartheta_m = \theta$.

Рассмотрим дифференциальную игру уклонения системы (1.4) в моменты времени ϑ_k, $(k = 1, ..., m)$ от множеств

$$M_k: \quad \sum_{i=1}^{6} x_i^2[\vartheta_k] \le a_k^2 \quad (k = 1, ..., m) \tag{1.6}$$

когда управления $u(\cdot)$ и $\text{v}(\cdot)$ выбираются из класса стохастических частично-программных управлений на интервале времени $[t_0, \theta]$ [2,3].

Следуя работе [3], стохастические частично-программные управления игроков, как измеримые по t, ω и неупреждающие функции на полуинтервале $[\tau_i, \tau_{i+1})$, имеют вид

$$u_i(t, \omega, x[\tau_i]) = u_i(t, \xi_1, ..., \xi_i, x[\tau_i]) \tag{1.7}$$

$$\text{v}_i(t, \omega, x[\tau_i]) = \text{v}_i(t, \xi_1, ..., \xi_i, x[\tau_i]) \tag{1.8}$$

при $\tau_i \le t < \tau_{i+1}$, где $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_{i_m}$ являются узлами разбиения интервала времени $[t_0, \theta]$ с диаметром $\delta = \sup_i(\tau_{i+1} - \tau_i)$ таким, что моменты времени ϑ_k $(k = 1, ..., m)$ являются узлами разбиения, т.е.

$$\tau_{i_0} = t_0 = \vartheta_0, \quad \tau_{i_1} = \vartheta_1, ..., \tau_{i_m} = \vartheta_m = \theta$$

Случайное движение системы (1.4) определится как решение стохастического дифференциального уравнения

$$\dot{x} = Ax + Bu_i(t, \xi_1, ..., \xi_i, x[\tau_i]) + C\text{v}_i(t, \xi_1, ..., \xi_i, x[\tau_i])$$

при частично-программных управлениях $u_i(\cdot)$ и $\text{v}_i(\cdot)$ и начальной позиции $(\tau_i, x[\tau_i])$, т.е.

$$x(t,\xi_1,...,\xi_{i+1}) = X[t,\tau_i]x[\tau_i] + \int_{\tau_i}^{t} X[t,\tau][Bu(\tau,\cdot) + Cv(\tau,\cdot)]d\tau \qquad (1.9)$$

при $\tau_i \le t < \tau_{i+1}$. Здесь $X[t,\tau]$ - фундаментальная матрица решений однородной части системы (1.4) и имеет вид

$$X[t,\tau]=\begin{pmatrix} \cos\omega(t-\tau) & \frac{\sin\omega(t-\tau)}{\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega\sin\omega(t-\tau) & \cos\omega(t-\tau) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\omega(t-\tau) & \frac{\sin\omega(t-\tau)}{\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega\sin\omega(t-\tau) & \cos\omega(t-\tau) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\omega(t-\tau) & \frac{\sin\omega(t-\tau)}{\omega} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega\sin\omega(t-\tau) & \cos\omega(t-\tau) \end{pmatrix}$$

Иными словами, перехватчик (первый игрок) стремится сблизить стохастическое движение (1.9) системы к множествам $M_k \quad (k=1,...,m)$ (1.6) не позже, чем к моментам времени $\vartheta_k \quad (k=1,...,m)$. Целью второго игрока является выбором своей стратегии (1.8) уклонить стохастическое движение (1.9) системы от всех множеств $M_k \quad (k=1,...,m)$ до моментов θ_k.

2. Наряду со стохастическим движением (1.9) исходной системы (1.4) рассмотрим детерминированное движение точки (поводырь) $w(t)$, которое формируется так, чтобы в процессе игры они взаимно отслеживались [2-4]. Динамика поводыря определяется следующим уравнением:

$$\dot{w} = Aw + Bu + Cv \qquad (2.1)$$

Составим гипотетические рассогласования $\varepsilon_k^{(0)}(t,w,\vartheta_k) \quad (k=1,...,m)$ [3,4]:

$$\varepsilon_k^{(0)}(t,w,\vartheta_k) = \max_{\|l_k\|=1}\Bigg[l'_k X[\vartheta_k,t]w + \int_t^{\vartheta_k} \min_{u_1^2+u_2^2+u_3^2\le\lambda_1^2} l'_k X[\vartheta_k,\tau]Bu(\tau)d\tau +$$

$$+ \int_t^{\vartheta_k} \max_{v_1^2+v_2^2+v_3^2\le\lambda_2^2} l'_k X[\vartheta_k,\tau]Cv(\tau)d\tau + \min_{-p\in M_k} l'_k p \Bigg] \qquad (2.2)$$

Стратегия второго игрока $\{V_e[t,w]\}$, обеспечивающая уклонение каждого движения $w(t)$ системы (2.1) от множеств $\{M_k\}$ до моментов времени $\vartheta_1,...,\vartheta_m$, если $w_0 = w(t_0)$ не принадлежит множеству M_1, определяются из условия [3, 5]

$$\left\{\sum_{k=1}^{m} \int_t^{\vartheta_k-\mu} \frac{d\tau}{\left[\varepsilon_k^{(0)}(t,w,\tau)\right]^2} l_k^{(0)'} X[\tau,t]\right\} CV_e[t,w] =$$

$$= \max_{v_1^2+v_2^2+v_3^2\le\lambda_2^2} \left\{\sum_{k=1}^{m} \int_t^{\vartheta_k-\mu} \frac{d\tau}{\left[\varepsilon_k^{(0)}(t,w,\tau)\right]^2} l_k^{(0)'} X[\tau,t]\right\} CV \qquad (2.3)$$

$$(\vartheta_{k-1} - \mu \le t \le \vartheta_k - \mu, \; k=1,...,m)$$

где $\mu > 0$ – сколь угодно малое число, $l_k^{(0)}$ – векторы, максимизирующие

(2.2), единственность которых следует из выполнения для $l_k \ (k=1,...,m)$ условия [5]

$$l'_k(Bu+C\text{v}) \geq \min_{u_1^2+u_2^2+u_3^2 \leq \lambda_1^2} l'_k Bu + \max_{\text{v}_1^2+\text{v}_2^2+\text{v}_3^2 \leq \lambda_2^2} l'_k C\text{v}$$

которое в данном случае принимает следующий вид:

$$l_{k2}(\text{v}_1-u_1)+l_{k4}(\text{v}_2-u_2)+l_{k6}(\text{v}_3-u_3) \leq (\lambda_2-\lambda_1)\sqrt{l_{k2}^2+l_{k4}^2+l_{k6}^2},$$
$$(k=1,...,m)$$

Пучок абсолютно-непрерывных функций, который является поводырем, будет решением следующего дифференциального уравнения:

$$\dot{w} = Aw + Bu[t] + C\tilde{\text{v}} \qquad w_0 = w(t_0) \tag{2.4}$$

где $u[t]$ - любое допустимое управление, а $\tilde{\text{v}}$ определяется из условия (2.3).

Так как целью второго игрока является получение гарантированного результата, обеспечивающего соответствующие уклонения от целевых множеств $M_1,...,M_m$ при самом упорном сопротивлении первого игрока, то второй игрок прицеливает движение на построенный поводырь.

Рассмотрим компланарный случай и пусть $m=2$, тогда, предполагая, что

а) $l_{k1}=l_{k3}=0 \quad (k=1,2)$ из (2.2) при $k=1$ имеем

$$\varepsilon_1^{(0)}(t,w,\vartheta_1) = \max_{\|l_1\|=1}\Big\{l_{12}A_1(t,w,\vartheta_1)+l_{14}B_1(t,w,\vartheta_1)+$$
$$+\int_t^{\vartheta_1} \min_{u_1^2+u_2^2 \leq \lambda_1^2}\left[u_1 l_{12}\cos\omega(\vartheta_1-\tau)+u_2 l_{14}\cos\omega(\vartheta_1-\tau)\right]d\tau + \tag{2.5}$$
$$+\int_t^{\vartheta_1} \max_{\text{v}_1^2+\text{v}_2^2 \leq \lambda_2^2}\left[\text{v}_1 l_{12}\cos\omega(\vartheta_1-\tau)+\text{v}_2 l_{14}\cos\omega(\vartheta_1-\tau)\right]d\tau + \min_{-p\in M_1} l'p\Big\}$$

где

$$A_1(t,w,\vartheta_1) = w_2(t)\cos\omega(\vartheta_1-t) - w_1(t)\omega\sin\omega(\vartheta_1-t)$$
$$B_1(t,w,\vartheta_1) = w_4(t)\cos\omega(\vartheta_1-t) - w_3(t)\omega\sin\omega(\vartheta_1-t)$$

Проведя необходимые выкладки, из (2.5) получим

$$l_{12}^0 = \frac{A_1(t,w,\vartheta_1)}{\sqrt{A_1^2(t,w,\vartheta_1)+B_1^2(t,w,\vartheta_1)}}, \quad l_{14}^0 = \frac{B_1(t,w,\vartheta_1)}{\sqrt{A_1^2(t,w,\vartheta_1)+B_1^2(t,w,\vartheta_1)}}$$

$$\varepsilon_1^{(0)}(t,w,\vartheta_1) = \sqrt{A_1^2(t,w,\vartheta_1)+B_1^2(t,w,\vartheta_1)} + (\lambda_2-\lambda_1)h_1(t,\vartheta_1) - a_1 \tag{2.6}$$

где $h_1(t,\vartheta_1) = \int_t^{\vartheta_1}|\cos\omega(\vartheta_1-\tau)|d\tau$.

Аналогичным образом из (2.2) при $k=2$ будем иметь

$$l_{22}^0 = \frac{C_1(t,w,\vartheta_2)}{\sqrt{C_1^2(t,w,\vartheta_2)+D_1^2(t,w,\vartheta_2)}},$$

$$l_{24}^0=\frac{D_1(t,w,\vartheta_2)}{\sqrt{C_1^2(t,w,\vartheta_2)+D_1^2(t,w,\vartheta_2)}}$$

$$\varepsilon_2^{(0)}(t,w,\vartheta_2)=\sqrt{C_1^2(t,w,\vartheta_2)+D_1^2(t,w,\vartheta_2)}+(\lambda_2-\lambda_1)h_2(t,\vartheta_2)-a_2 \tag{2.7}$$

где приняты обозначения

$$C_1(t,w,\vartheta_2)=w_2(t)\cos\omega(\vartheta_2-t)-w_1(t)\omega\sin\omega(\vartheta_2-t)$$

$$D_1(t,w,\vartheta_2)=w_4(t)\cos\omega(\vartheta_2-t)-w_3(t)\omega\sin\omega(\vartheta_2-t)$$

$$h_2(t,\vartheta_2)=\int_t^{\vartheta_2}|\cos\omega(\vartheta_2-\tau)|d\tau$$

Таким образом, подставляя выражения для $\varepsilon_1^{(0)}$ из (2.6) и $\varepsilon_2^{(0)}$ из (2.7) в (2.3) и проведя соответствующие вычисления для управлений второго игрока, обеспечивающих уклонение от множеств M_1 и M_2, будем иметь:

$$\text{при } t_0\le t\le\tau\le\vartheta_1\quad V_{1e}(t,w)=\lambda_2F_1(t,w)\left[F_1^2(t,w)+E_1^2(t,w)\right]^{-1/2}$$

$$V_{2e}(t,w)=\lambda_2E_1(t,w)\left[F_1^2(t,w)+E_1^2(t,w)\right]^{-1/2} \tag{2.8}$$

$$\text{при } \vartheta_1\le t\le\tau\le\vartheta_2\quad V_{1e}(t,w)=\lambda_2C_2(t,w)\left[C_2^2(t,w)+D_2^2(t,w)\right]^{-1/2}$$

$$V_{2e}(t,w)=\lambda_2D_2(t,w)\left[C_2^2(t,w)+D_2^2(t,w)\right]^{-1/2} \tag{2.9}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$F_1(t,w)=A_2(t,w)+C_2(t,w),\qquad E_1(t,w)=B_2(t,w)+D_2(t,w)$$

$$A_2(t,w)=-\int_t^{\vartheta_1}\frac{l_{12}^0\cos\omega(\tau-t)}{\left[\varepsilon_1^{(0)}(t,w,\vartheta_1)\right]^2}d\tau,\quad B_2(t,w)=-\int_t^{\vartheta_1}\frac{l_{14}^0\cos\omega(\tau-t)}{\left[\varepsilon_1^{(0)}(t,w,\vartheta_1)\right]^2}d\tau$$

$$C_2(t,w)=-\int_t^{\vartheta_1}\frac{l_{22}^0\cos\omega(\tau-t)}{\left[\varepsilon_2^{(0)}(t,w,\vartheta_2)\right]^2}d\tau,\quad D_2(t,w)=-\int_t^{\vartheta_1}\frac{l_{24}^0\cos\omega(\tau-t)}{\left[\varepsilon_2^{(0)}(t,w,\vartheta_2)\right]^2}d\tau$$

б) При $l_{k2}=l_{k4}=0$ $(k=1,2)$, проведя аналогичные рассуждения, для управлений второго игрока, обеспечивающих уклонение от множеств M_1 и M_2, будем иметь:

$$\text{при } t_0\le t\le\tau\le\vartheta_1\quad V_{1e}(t,w)=\lambda_2F_2(t,w)\left[F_2^2(t,w)+E_2^2(t,w)\right]^{-1/2}$$

$$V_{2e}(t,w)=\lambda_2E_2(t,w)\left[F_2^2(t,w)+E_2^2(t,w)\right]^{-1/2} \tag{2.10}$$

$$\text{при } \vartheta_1\le t\le\tau\le\vartheta_2\quad V_{1e}(t,w)=\lambda_2C_3(t,w)\left[C_3^2(t,w)+D_3^2(t,w)\right]^{-1/2}$$

$$V_{2e}(t,w)=\lambda_2D_3(t,w)\left[C_3^2(t,w)+D_3^2(t,w)\right]^{-1/2} \tag{2.11}$$

где приняты следующие обозначения:

$$F_2(t,w)=A_3(t,w)+C_3(t,w),\qquad E_2(t,w)=B_3(t,w)+D_3(t,w)$$

$$A_3(t,w)=-\frac{1}{\omega}\int_t^{\vartheta_1}\frac{l_{11}^0\sin\omega(\tau-t)}{[\bar{\varepsilon}_1^{(0)}(t,w,\vartheta_1)]^2}d\tau,\quad B_3(t,w)=-\frac{1}{\omega}\int_t^{\vartheta_1}\frac{l_{13}^0\sin\omega(\tau-t)}{[\bar{\varepsilon}_1^{(0)}(t,w,\vartheta_1)]^2}d\tau$$

$$C_1(t,w) = -\frac{1}{\omega}\int_t^{\vartheta_2}\frac{l_{21}^0 \sin\omega(\tau - t)}{[\overset{-(0)}{\varepsilon_2}(t,w,\vartheta_2)]^2}d\tau, \quad D_2(t,w) = -\frac{1}{\omega}\int_t^{\vartheta_2}\frac{l_{24}^0 \sin\omega(\tau - t)}{[\overset{-(0)}{\varepsilon_2}(t,w,\vartheta_2)]^2}d\tau$$

$$\overset{-(0)}{\varepsilon_1}(t,w,\vartheta_1) = \sqrt{\overline{A}_1^2(t,w,\vartheta_1) + \overline{B}_1^2(t,w,\vartheta_1)} + (\lambda_2 - \lambda_1)h_1(t,\vartheta_1) - a_1$$

$$\overset{-(0)}{\varepsilon_2}(t,w,\vartheta_2) = \sqrt{\overline{C}_1^2(t,w,\vartheta_2) + \overline{D}_1^2(t,w,\vartheta_2)} + (\lambda_2 - \lambda_1)h_2(t,\vartheta_2) - a_2$$

$$\overline{A}_1(t,w,\vartheta_1) = w_1(t)\cos\omega(\vartheta_1 - t) + w_2(t)\frac{1}{\omega}\sin\omega(\vartheta_1 - t)$$

$$\overline{B}_1(t,w,\vartheta_1) = w_3(t)\cos\omega(\vartheta_1 - t) + w_2(t)\frac{1}{\omega}\sin\omega(\vartheta_1 - t)$$

$$\overline{C}_1(t,w,\vartheta_2) = w_1(t)\cos\omega(\vartheta_2 - t) + w_2(t)\frac{1}{\omega}\sin\omega(\vartheta_2 - t)$$

$$\overline{D}_1(t,w,\vartheta_2) = w_3(t)\cos\omega(\vartheta_2 - t) + w_4(t)\frac{1}{\omega}\sin\omega(\vartheta_2 - t)$$

$$l_{11}^0 = \frac{\overline{A}_1(t,w,\vartheta_1)}{\sqrt{\overline{A}_1^2(t,w,\vartheta_1) + \overline{B}_1^2(t,w,\vartheta_1)}}, \quad l_{13}^0 = \frac{\overline{B}_1(t,w,\vartheta_1)}{\sqrt{\overline{A}_1^2(t,w,\vartheta_1) + \overline{B}_1^2(t,w,\vartheta_1)}}$$

$$l_{21}^0 = \frac{\overline{C}_1(t,w,\vartheta_2)}{\sqrt{\overline{C}_1^2(t,w,\vartheta_2) + \overline{D}_1^2(t,w,\vartheta_2)}}, \quad l_{23}^0 = \frac{\overline{D}_1(t,w,\vartheta_2)}{\sqrt{\overline{C}_1^2(t,w,\vartheta_2) + \overline{D}_1^2(t,w,\vartheta_2)}}$$

$$h_i(t,\vartheta_i) = \frac{1}{\omega}\int_t^{\vartheta_i}|\sin\omega(\vartheta_i - \tau)|d\tau \quad (i = 1,2)$$

Подставляя полученные выражения для стратегий второго игрока $V_e(t,w) = \{V_{1e}(t,w), V_{2e}(t,w)\}$ в случае а) (2.8) при $t \in [t_0, \vartheta_1]$ и (2.9) при $t \in [\vartheta_1, \vartheta_2]$ (или в случае б) (2.10) и (2.11) соответственно) в уравнение (2.4) и интегрируя соответствующими начальными условиями, будем иметь пучок движений точки поводыря $w(t)$, уклоняющих от целевых множеств M_1 и M_2 при любом допустимом воздействии со стороны первого игрока.

3. Пусть $t_* \in [t_0, \vartheta_1]$, $x(t_*) = x_*$ – истинное положение системы.

Предполагается также, что второй игрок не может точно определить истинное положение системы x_*, измеренное с ошибкой положение обозначим через $\hat{x}_*$. Условия прицеливания второго игрока на построенный поводырь при самом упорном сопротивлении первого игрока будут

$$(w_* - \hat{x}_*)'Bu^* = \min_{u_1^2 + u_2^2 \le \lambda_1^2}(w_* - x_*)'Bu$$

$$(w_* - \hat{x}_*)'Cv^* = \min_{v_1^2 + v_2^2 \le \lambda_2^2}(w_* - \hat{x}_*)'Cv$$

где w_* есть самое близкое положение точки x_*.

Конкретное движение поводыря определяется из уравнения

$$\dot{w}(t) = Aw(t) + Bu^* + C\widetilde{v} \quad (w_* = w(t_*))$$

а реальное движение точки определяется

$$\dot{x}[t] = Ax[t] + Bu(t) + Cv^*$$

где $u(t)$ - любое допустимое управление.

Обозначая расстояние между фазовым состоянием системы и поводырем через

$$\rho(t) = \|w(t) - x[t]\|$$

(евклидову норму вектора $w(t) - x[t]$), получим [3]

$$\rho^2\left(t_* + \sum_{i=1}^{k+1}\delta_i\right) \le \rho^2(t_*)e^{2\nu\sum_{i=1}^{k+1}\delta_i} + \frac{1}{2\nu}\left[\varphi(\delta_1) + cd\varepsilon_1\right]\left(e^{2\nu\sum_{i=1}^{k+1}\delta_i} - e^{2\nu\sum_{i=2}^{k+1}\delta_i}\right) +$$

$$\frac{1}{2\nu}\sum_{j=2}^{k+1}\left[\varphi(\delta_j) + cd\varepsilon_j\right]\left(e^{2\nu\sum_{i=j}^{k+1}\delta_i} - 1\right)$$

где $\nu = \|A\| = \sqrt{2(\omega^4 + 1)}$, $c = \|C\| = \sqrt{2}$, $d = \lambda_2$, $\delta_i = \tau_{i+1} - \tau_i$,

$$\left\|\hat{x}\left(t_* + \sum_{i=1}^{j-1}\delta_i\right) - x\left(t_* + \sum_{i=1}^{j-1}\delta_i\right)\right\| \le \varepsilon_j,\ \varepsilon_j > 0,\ \varphi(\delta_i) \to 0 \text{ при } \delta_i \to 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Граздовский Г.Л., Иванов Ю.Н. Токарев В.В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975.
2. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. М: Наука, 1985.
3. Габриелян М.С., Барсегян В.Р., Симонян Т.А. Об уклонении стохастической линейной системы при m целевых множествах. // Уч. записки ЕГУ, 1996, № 1.
4. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
5. Габриелян М.С. Об оптимальном уклонении от областей. // Уч. записки ЕГУ, 1976, № 3.

Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию 21.04.2000