

УДК 539.3

К ПРОЕКТИРОВАНИЮ РАВНОПРОЧНОЙ ОРТОТРОПНОЙ
БАЛКИ МИНИМАЛЬНОГО ОБЪЕМА ПРИ УЧЕТЕ
КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Киракосян Р.М., Степанян С.П.

Ռ.Մ. Կիրակոսյան, Ս.Պ. Ստեփանյան

Շոշափող լարման հաշվառմամբ մինիմալ ծավալի հավասարաամուր օրթոտրոպ հեծանի նախագծման մասին

Լուծված է փոփոխական հաստության հավասարաամուր օրթոտրոպ հեծանի նախագծման խնդիրը շոշափող լարման հաշվառմամբ: Ցույց է տրված, որ գոյություն ունի հավասարաամուր հեծանների մեկ պարամետրանոց անվերջ բազմություն: Այդ հեծաններն իրարից տարբերվում են միայն ծոման գերակշռության տեղամասում, որ նրանց հաստությունը փոփոխական է: Կտրման գերակշռության տեղամասում հավասարաամուր հեծանները համընկնում են և դիտարկված դեպքում ունեն հաստատուն հաստություն: Ծոման և կտրման գերակշռության տեղամասերի բաժանման սահմանին հավասարաամուր հեծանի հաստությունն ունի առաջին կարգի խզում: Որպես օպտիմալ ընտրվել է այն հավասարաամուր հեծանը, որի ծավալը մինիմալ է: Հաշվված են այդ հեծանի ճկվածքները սահրի հաշվառմամբ: Ցույց է տրված, որ ճկվածքները կարող են փոքր լինել դասական տեսության շրջանակներում ստացվող հավասարաամուր հեծանի համապատասխան ճկվածքներից: Տրված է այս փաստի ֆիզիկական բացատրությունը:

R.M. Kirakosyan, S.P. Stepanyan

On the design of equistable orthotropic beam of minimal volume with the account of shear stresses

Решена задача проектирования равнопрочной ортотропной балки переменной толщины при учете касательного напряжения. Показано, что существует однопараметрическое бесконечное семейство равнопрочных балок, которые отличаются друг от друга лишь в участке доминирующего изгиба. В участке же доминирующего среза они совпадают и имеют постоянную толщину. В сечении равносильности изгиба и среза толщина равнопрочной балки имеет разрыв первого рода. В качестве оптимальной выбрана та равнопрочная балка, объем которой минимален. Вычислены прогибы этой балки при учете поперечного сдвига. Показано, что прогибы могут быть меньше соответствующих классических значений. Дано физическое объяснение этого факта.

Рассмотрим консольную балку длины l , изготовленную из линейно-упругого ортотропного материала, которая в своем концевом сечении нагружена сосредоточенной силой P (фиг. 1).



Փիգ. 1

Будем считать, что поперечные сечения балки являются прямоугольными с заданной постоянной шириной b . Попытаемся определить такую толщину h , которая обеспечивала бы равнопрочность балки при учете касательного напряжения τ_{xz} .

Для рассматриваемого случая имеем [1], [2]

$$\sigma_x = -\frac{12P(l-x)}{bh^3}z, \quad \tau_{xz} = \frac{3P}{2bh^4} \left[h(h^2 - 4z^2) + (h^2 - 12z^2)(l-x) \frac{dh}{dx} \right] \quad (1.1)$$

Условие прочности материала примем в виде [3]:

$$\max_{(x,z)} \Phi(\sigma_x, \tau_{xz}) = \max_{(x,z)} \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_s^2} + \frac{\tau_{xz}^2}{\tau_s^2} \right) = 1 \quad (1.2)$$

где σ_s и $\tau_s = n\sigma_s$ — пределы прочности материала при одноосном растяжении (сжатии) и поперечном сдвиге. Переходя к безразмерным величинам

$$\bar{x} = \frac{x}{l}, \quad \bar{h} = \frac{h}{b}, \quad \bar{z} = \frac{z}{h}, \quad \bar{w} = \frac{w}{b}, \quad \bar{P} = \frac{P}{\sigma_s b^2}, \quad m = \frac{1}{b}, \quad \chi = a_{55} B_{11}, \quad s = \frac{B_{11}}{\sigma_s} \quad (1.3)$$

и имея в виду (1.1), для функционала прочности получим:

$$\Phi = \Phi_1 + h^2 \bar{z}^2 \Phi_2 + h^4 \bar{z}^4 \Phi_3, \quad (1.4)$$

Здесь

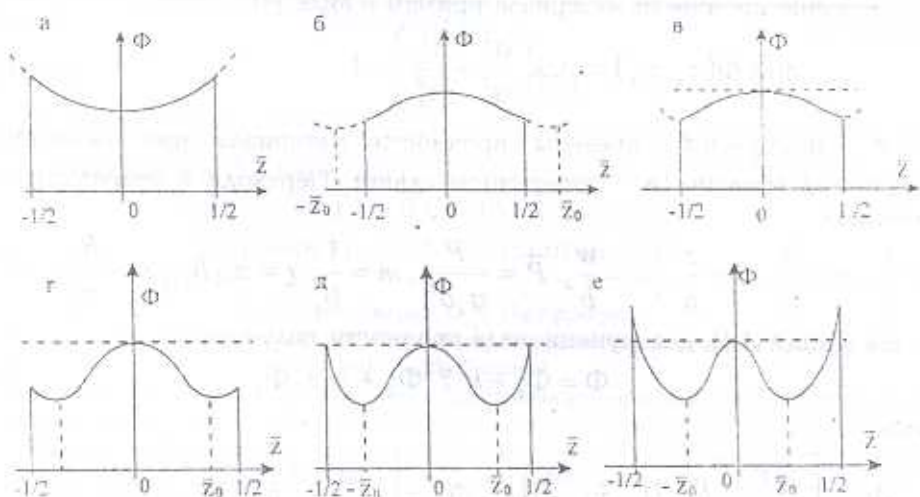
$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \left[\frac{3\bar{P}}{2n\bar{h}^2} \left(\bar{h} + (1-\bar{x}) \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right) \right]^2, \quad \Phi_3 = \left[\frac{6\bar{P}}{n\bar{h}^4 b^2} \left(\bar{h} + 3(1-\bar{x}) \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right) \right]^2 \\ \Phi_2 &= \frac{18\bar{P}^2}{n^2 \bar{h}^6 b^2} \left\{ 8n^2 m^2 (1-\bar{x})^2 - \left[\bar{h} + (1-\bar{x}) \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right] \left[\bar{h} + 3(1-\bar{x}) \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right] \right\} \quad (1.5) \end{aligned}$$

Заметим, что $\Phi_1 > 0$, $\Phi_3 > 0$, а Φ_2 в общем случае может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Поскольку

$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}} \right)_{\bar{z}=0} = 0$, то в точке $\bar{z} = 0$ Φ имеет экстремум. В случае

$\Phi_2 > 0$ для всех \bar{z} имеет место $\partial^2 \Phi / \partial \bar{z}^2 > 0$ и этот экстремум является минимумом. Функция Φ свое наибольшее значение принимает в крайних точках поперечного сечения балки $\bar{z} = \pm 1/2$ (фиг. 2, а). Очевидно, что это соответствует случаю доминирующего изгиба. В случае $\Phi_2 < 0$ точка $\bar{z} = 0$ является точкой максимума (фиг. 2 б+е). Поскольку Φ положительна и при $\bar{z} \rightarrow \infty$ стремится к положительной функции $h^4 \bar{z}^4 \Phi_3$, то она имеет два минимума. Если точки минимума $\bar{z} = \pm \bar{z}_0$ находятся вне сечения (фиг. 2, б) или на его крайних точках (фиг. 2, в), то функция свое наибольшее значение принимает при $\bar{z} = 0$. Это соответствует случаю доминирующего среза. Если же точки минимума находятся внутри сечения (фиг. 2, г+е), то наибольшее значение Φ может принимать или при $\bar{z} = 0$ (фиг. 2, г), или при $\bar{z} = \pm 1/2$ (фиг. 2, е), или при $\bar{z} = 0$ и $\bar{z} = \pm 1/2$ одновременно (фиг. 2, д). Последний случай соответствует равносильности изгиба и среза. Возможен, конечно, еще один случай, при котором $\Phi_2 = 0$. Тогда первая и вторая производные Φ в точке $\bar{z} = 0$ превращаются в нуль. Так как в точках $\bar{z} \neq 0$ соблюдается

условие $\partial^2 \Phi / \partial \bar{z}^2 > 0$, то точка $\bar{z} = 0$ является точкой минимума, а не перегиба (фиг. 2, а).



Фиг. 2

На основе сделанного анализа заключаем, что для равнопрочной балки условие прочности (1.2) должно удовлетворяться при доминирующем изгибе в крайних точках поперечного сечения $\bar{z} = \pm 1/2$, а при доминирующем срезе — в его середине $\bar{z} = 0$. В случае же равносильности изгиба и среза условие прочности должно удовлетворяться в крайних точках и в середине сечения балки одновременно.

2. Очевидно, что в определенном участке $\bar{x}_0 < \bar{x} \leq 1$, из-за малости изгибающего момента доминирующим является срез и условие прочности должно удовлетвориться в середине поперечного сечения $\bar{z} = 0$. Из (1.2) с учетом (1.4) и (1.5) для безразмерной толщины этого участка получим:

$$(1 - \bar{x}) \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} - \frac{2n}{3\bar{P}} \bar{h}^2 + \bar{h} = 0 \quad \bar{x}_0 < \bar{x} \leq 1 \quad (2.1)$$

В нагруженном сечении балки $\bar{x} = 1$ имеем:

$$\bar{h} \Big|_{\bar{x}=1} = \frac{3\bar{P}}{2n}, \quad \left(h \Big|_{x=l} = \frac{3P}{2n\sigma_0 b} \right) \quad (2.2)$$

Общее решение дифференциального уравнения (2.1) имеет вид:

$$\bar{h} = \frac{3\bar{P} \bar{x} - 1}{2n \bar{x} + c} \quad (2.3)$$

где c — постоянная интегрирования. Удовлетворив краевому условию (2.2), находим

$$c = -1 \quad (2.4)$$

Следовательно, уравнение (2.1) при краевом условии (2.2) допускает только постоянное решение:

$$\bar{h} = \frac{3\bar{P}}{2n} = \text{const}, \quad \bar{x}_0 < \bar{x} \leq 1 \quad (2.5)$$

Таким образом, в участке доминирующего среза равнопрочная балка имеет постоянную толщину (2.5).

С приближением к сечению равносильности среза и изгиба $\bar{x} = \bar{x}_0$ справа значения функционала Φ при $\bar{z} = \pm 1/2$ стремятся к единице. Так как

$$\Phi \Big|_{\substack{\bar{x}=\bar{x}_0+0 \\ \bar{z}=\pm 1/2}} = 1, \quad \Phi \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_0+0} = 1, \quad \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_0+0} = 0 \quad (2.6)$$

с учетом (1.2), (1.4), (1.5) и (2.5) для координаты сечения раздела участков доминирующего среза и доминирующего изгиба балки \bar{x}_0 получаем

$$\bar{x}_0 = 1 - \frac{3\bar{P}}{8mn^2} \quad (2.7)$$

Очевидно, что при $\bar{x}_0 \leq 0$, что соответствует случаю коротких балок, участок доминирующего изгиба отсутствует и балка целиком испытывает деформирование доминирующего среза. В этом случае равнопрочная балка имеет постоянную толщину (2.5). При $\bar{x}_0 > 0$ (случай длинных балок) часть балки $\bar{x}_0 < \bar{x} \leq 1$ испытывает деформирование доминирующего среза, которому соответствует постоянная толщина (2.5), а часть $0 \leq \bar{x} < \bar{x}_0$ — деформирование доминирующего изгиба. Условие равнопрочности этого участка балки имеет вид:

$$\Phi \Big|_{\bar{z}=\pm 1/2} = 1, \quad 0 \leq \bar{x} < \bar{x}_0 \quad (2.8)$$

С учетом (1.4) и (1.5) из (2.8) получим:

$$\frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} = \frac{n[\bar{h}^4 - 36m^2\bar{P}^2(1-\bar{x})^2]^{1/2}}{3\bar{P}(1-\bar{x})} = F(\bar{x}), \quad (0 < \bar{x} < \bar{x}_0) \quad (2.9)$$

Подставляя в (2.9) $\bar{x} = \bar{x}_0 - 0$ и имея в виду (2.7), для левостороннего значения толщины балки в сечении \bar{x}_0 находим:

$$\bar{h} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_0-0} = \frac{3\bar{P}(\gamma^2 + 4n^2m^2)^{1/4}}{2n\sqrt{2mn}} \quad (2.10)$$

где

$$\gamma = \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_0-0} \quad (2.11)$$

Из (2.10) следует, что при $\gamma \neq 0$ толщина равнопрочной балки в сечении раздела участков доминирующего изгиба и доминирующего среза $\bar{x} = \bar{x}_0$ имеет разрыв первого рода с величиной разрыва

$$\bar{h} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_0-0} - \bar{h} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_0+0} = \frac{3\bar{P}}{2n} \left[\frac{(\gamma^2 + 4n^2m^2)^{1/4}}{\sqrt{2mn}} - 1 \right] \quad (2.12)$$

Толщина же произвольного сечения участка доминирующего изгиба равнопрочной балки определится интегрированием дифференциального уравнения (2.9), для чего необходимо одно начальное условие. Это условие представим в виде

$$\bar{h} \Big|_{\bar{x}=0} = \bar{h}_0^{кл} + \Delta \bar{h} \quad (2.13)$$

Здесь $\Delta \bar{h} \geq 0$ — произвольный параметр, а $\bar{h}_0^{кл}$ — значение безразмерной толщины защемленного сечения равнопрочной балки, соответствующей классической теории, т.е. без учета касательного напряжения [1],

$$\bar{h}_0^{кл} = \sqrt{6m\bar{P}}$$

Каждому значению $\Delta \bar{h}$ соответствует один определенный проект равнопрочной балки. Таким образом, в отличие от классической теории, при учете касательного напряжения существует однопараметрическое бесконечное множество равнопрочных балок, которые отличаются друг от друга лишь в участке доминирующего изгиба. В участке же доминирующего среза равнопрочная балка единственна и имеет постоянную толщину (2.5). Факт неединственности проектов равнопрочной балки при учете касательного напряжения открывает возможность оптимизации по дополнительному критерию. В качестве такого критерия может служить, например, или минимальность объема, или наибольшего прогиба, или максимальность первой собственной частоты и т.д.

3. Интегрирование уравнения (2.9) удобно произвести численно. Значения безразмерной толщины балки в сечениях

$$\bar{x}_k = \bar{x}_{k-1} + \Delta \bar{x} \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (3.1)$$

определяются формулой

$$\bar{h}_k = \bar{h}_{k-1} + F(\bar{x}_{k-1}) \Delta \bar{x} \quad (3.2)$$

где $\Delta \bar{x} = (1 - \bar{x}_0) / N$, N — число участков разбиения интервала интегрирования.

Объем балки можно вычислить путем сложения объемов ее двух частей — частей доминирующего изгиба и среза. С учетом (1.3), (2.5), (2.7) и формулы трапеций для безразмерного объема балки получим:

$$\bar{v} = \frac{v}{b^3} = \frac{3\bar{P}}{16n^2} \left[\frac{3\bar{P}}{n} + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\bar{h}_{k-1} + \bar{h}_k) \right] \quad (3.3)$$

Отметим, что классическая теория приводит к единственному проекту равнопрочной балки, безразмерные значения толщины и объема которой определяются формулами [1]:

$$\bar{h}_{кл} = \frac{h_{кл}}{b} = \sqrt{6m\bar{P}(1-\bar{x})}, \quad \bar{v}_{кл} = \frac{v_{кл}}{b^3} = \frac{2m}{3} \sqrt{6m\bar{P}} \quad (3.4)$$

4. В рамках уточненной теории ортотропных пластин переменной толщины [2], учитывающей влияние поперечных сдвигов, для кривизны изогнутой оси равнопрочной балки минимального объема находим:

$$\frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{x}^2} = \begin{cases} R_1(\bar{x}), & 0 \leq \bar{x} < \bar{x}_0 \\ R_2(\bar{x}), & \bar{x}_0 < \bar{x} \leq 1 \end{cases} \quad (4.1)$$

Здесь

$$R_1(\bar{x}) = \frac{3m\bar{P}}{2s\bar{h}^3} \left\{ 8m^2(1-\bar{x}) + \chi \left[\frac{2n^2\bar{h}^4}{9\bar{P}^2(1-\bar{x})} - \bar{h} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} - 2(1-\bar{x}) \left(\frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right)^2 + \frac{4n^2m^2\bar{h}}{d\bar{h}/d\bar{x}} \right] \right\} \quad (4.2)$$

$$R_2(\bar{x}) = \frac{32n^3m^3}{9s\bar{P}^2} (1-\bar{x}) \quad (4.3)$$

Для определения безразмерного прогиба \bar{w} необходимо уравнение (4.1) дважды проинтегрировать при граничных условиях [2]

$$\left[\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} - \frac{3m\chi\bar{P}}{2s\bar{h}^2} \left(\bar{h} + \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right) \right]_{\bar{x}=0} = 0, \quad \bar{w} \Big|_{\bar{x}=0} = 0 \quad (4.4)$$

Удобно это сделать численно по следующей схеме:

$$\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_k} = \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_{k-1}} + R_1(\bar{x}) \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_{k-1}} \cdot \Delta\bar{x} \quad (4.5)$$

$$\bar{w} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_k} = \bar{w} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_{k-1}} + \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_{k-1}} \cdot \Delta\bar{x} \quad (4.6)$$

За сечением \bar{x}_0 уравнение (4.1) можно интегрировать аналитически, в результате которого получим:

$$\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} = -\frac{16n^3m^3}{3s\bar{P}^2} (1-\bar{x})^2 + c_1 \quad (4.7)$$

$$\bar{w} = \frac{16n^3m^3}{9s\bar{P}^2} (1-\bar{x})^3 + c_1\bar{x} + c_2, \quad (\bar{x}_0 < \bar{x} \leq 1)$$

Постоянные интегрирования c_1 и c_2 определяются из условия непрерывности \bar{w} и $d\bar{w}/d\bar{x}$ в сечении $\bar{x} = \bar{x}_0$.

В рамках классической теории для равнопрочной балки имеем:

$$\frac{d^2\bar{w}_{кл}}{d\bar{x}^2} = \frac{2m^2}{s\sqrt{6m\bar{P}}} \frac{1}{\sqrt{1-\bar{x}}}, \quad (0 < x < 1) \quad (4.8)$$

Решение этого уравнения при граничных условиях

$\frac{d\bar{w}_{кл}}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0} = \bar{w}_{кл} \Big|_{\bar{x}=0} = 0$ имеет вид:

$$\bar{w}_{кл} = \frac{4m^2}{3s\sqrt{6m\bar{P}}} \left[2(1-\bar{x})^{3/2} + 3\bar{x} - 2 \right] \quad (4.9)$$

Наибольший прогиб получается на нагруженном конце балки $\bar{x} = 1$:

$$\bar{w}_{кл}^{\max} = \frac{4m^2}{3s\sqrt{6m\bar{P}}} \quad (4.10)$$

5. Рассмотрим численный пример. Пусть

$$m = 10, n = 0,1, \bar{P} = 0,1, s = 10^3 \quad (5.1)$$

Из (2.7) и (2.5) для \bar{x}_0 и постоянной толщины балки в участке доминирующего среза находим

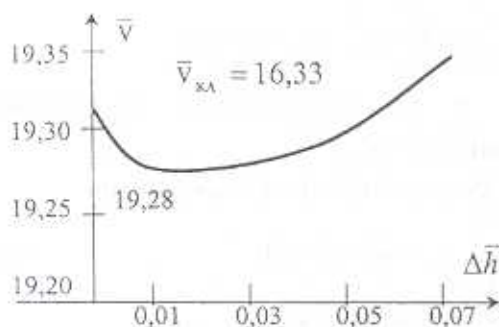
$$\bar{x}_0 = 0,625, \bar{h} = 1,5 \quad (\bar{x}_0 < \bar{x} \leq 1) \quad (5.2)$$

Толщина же участка доминирующего изгиба балки $0 \leq \bar{x} < \bar{x}_0$ определяется с помощью (3.2), при таком значении параметра $\Delta \bar{h}$, которое обеспечивает минимальность объема. Исследование показывает, что в рассмотренном случае этот параметр может изменяться в промежутке $0 \leq \Delta \bar{h} \leq 5$. Интересно отметить, что при малых значениях параметра $\Delta \bar{h}$ вторая производная толщины балки, подобно классическому случаю, отрицательна для всех \bar{x} . При больших значениях $\Delta \bar{h}$ толщина балки с удалением от заземленного сечения $\bar{x} = 0$ резко убывает. Ее вторая производная в некотором участке, примыкающем к заземленному сечению, положительна. Далее имеется точка перегиба, после чего знак второй производной толщины становится отрицательным.

В табл. 1 приведены значения безразмерного объема равнопрочной балки при (5.1) и некоторых значениях параметра $\Delta \bar{h}$.

Таблица 1

$\Delta \bar{h}$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
\bar{v}	19.315	19.28	19.284	19.293	19.304	19.317	19.332	19.347	19.364
$\Delta \bar{h}$	0.09	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2	5
\bar{v}	19.381	19.399	19.601	20.069	20.574	21.095	21.620	24.164	30.262



Фиг. 3

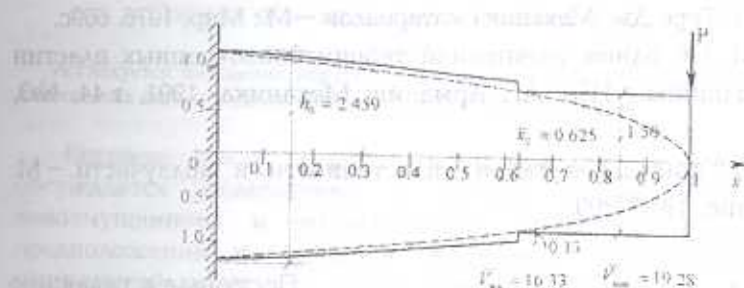
С помощью данных этой таблицы на фиг. 3 представлен график зависимости объема равнопрочной балки от параметра $\Delta \bar{h}$. Как видно из этого графика, объем равнопрочной балки при $\Delta \bar{h} = 0,01$ имеет минимум со значением $\bar{v}_{\min} = 19,28$, что на 18% больше классического значения (3.4).

В табл. 2 приведены значения толщины и прогиба для некоторых сечений равнопрочной балки в классической постановке и равнопрочной балки минимального объема при учете касательного напряжения. При этом прогибы вычислены без учета влияния поперечного сдвига, т.е. когда $\chi = 0$.

Таблица 2

\bar{x}	0	0,104	0,208	0,312	0,417	0,521	0,625	0,625	0,75	0,875	1
$\bar{h}_{\text{кл}}$	2,449	2,318	2,179	2,031	1,871	1,696	1,5	1,5	1,225	0,866	0
$s\bar{w}_{\text{кл}}$	0	0,451	1,839	4,22	7,68	12,30	19,20	18,20	27,22	38,83	54,43
\bar{h}	2,460	2,43	2,34	2,22	2,08	1,93	1,76	1,5	1,5	1,5	1,5
$s\bar{w}$	0	0,18	0,87	2,56	5,05	8,37	12,52	12,52	18,54	26,65	36,84

На фиг. 4 пунктирной линией иллюстрирована равнопрочная балка по классической теории, а сплошной линией — равнопрочная балка минимального объема при учете касательного напряжения. В сечении $\bar{x} = 0,625$ толщина равнопрочной балки минимального объема имеет разрыв величиной 0,26.



Фиг. 4

Таблица 3

		\bar{x}									
		0	0,104	0,208	0,312	0,417	0,521	0,625	0,75	0,875	1
χ	0	0	0,18	0,87	2,56	5,05	8,37	12,52	18,54	26,65	36,84
	5	0	0,28	1,28	3,08	5,69	9,14	13,44	19,68	28,00	37,71
	10	0	0,57	1,69	3,60	6,34	9,91	14,37	20,82	29,35	39,27
	15	0	0,85	2,09	4,13	6,98	10,69	15,29	21,95	30,69	41,52
	20	0	1,14	2,50	4,65	7,62	11,46	16,21	23,09	32,04	42,32
	30	0	1,71	3,31	5,69	8,90	13,01	18,06	25,36	34,74	45,51
	40	0	2,28	4,13	6,73	10,19	14,56	19,91	27,63	37,43	48,62
	50	0	2,84	4,94	7,79	11,47	16,10	21,76	29,90	40,13	51,74
	60	0	3,41	5,75	8,82	12,76	17,65	23,60	32,17	42,82	54,86
70	0	3,98	6,56	9,86	14,04	19,20	25,45	34,44	45,52	57,98	
80	0	4,55	7,38	10,91	15,32	20,74	27,30	36,71	48,21	61,10	

В табл. 3 приведены безразмерные значения прогиба равнопрочной балки минимального объема $s\bar{w}$ для некоторых значений параметра χ , учитывающего влияние поперечного сдвига. Сравнивая данные таблиц 2 и 3, замечаем, что прогибы равнопрочной балки минимального объема при $\chi < 60$ меньше соответствующих классических значений. Здесь ничего

абсурдного нет, поскольку сравниваются прогибы двух разных балок. В этом сравнении важную роль играет соотношение двух противоборствующих факторов. Действительно, учет поперечного касательного напряжения приводит к утолщению балки, а следовательно, и к увеличению ее жесткости. Учет же влияния поперечного сдвига приводит к увеличению гибкости балки. Возможны случаи, когда любой из отмеченных факторов окажется преобладающим. В рассмотренном случае до $\chi = 60$ преобладает фактор утолщения, а за $\chi = 70$ – фактор увеличения гибкости балки.

В заключение отметим, что расхождение между проектами, соответствующими классической и уточненной постановкам, с уменьшением параметра $n = \tau_s / \sigma_s$ будет расти.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов. – М.: Мир, 1976. 669с.
2. Киракосян Р.М. Об одной уточненной теории анизотропных пластин переменной толщины. – Изв. АН Армении, Механика, 1991, т.44, №3, с.26-33
3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. 399с.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
14.06.1999