

УДК 539.4: 620.17: 678

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ПРОГРАММ УСТАЛОСТНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Տ.Ն. Սարգսյան

Կոմսոզիտային նյութերի հոգնածային փորձարկման ծրագրերը բնութագրող մեծությունների
ընտրություն

Հետազոտված է պատահական բեռերի նորմալ բաշխման օրենքում նյութի հոգնածության
պայմանական սահմանի լարումից ցածր լարումների կախվածությունը միջին բառակուսային
շեղումից և սահմանված բեռնավորման ծրագրում աստիճանների թվի կապը այդ բնութագրիչ
մեծության հետ:

Դիտարկված են նաև պատահական գործընթացների հավանականության բաշխման այլ
ֆունկցիաներ: Բացահայտված են մարսինալ լարման արժեքների մեջ տարբերություններ
մինևույն հավանականության դեպքում բաշխման զանազան օրենքների համար:

N. N. Sargsyan

Parameters selection of programmes of fatigue test of composit materials

Исследована зависимость напряжений в законе нормального распределения случайных
нагрузок ниже условного предела усталости материала от среднего квадратического
отклонения и установлена связь числа ступеней в программе нагружения с этим
параметром.

Рассмотрены также некоторые другие функции распределения вероятностей случайных
процессов. Выявлены различия в значениях максимального напряжения при одной и той же
вероятности для различных законов распределения.

Схематизации программ усталостных испытаний металлов и сплавов,
выбору их параметров посвящено много исследований [1-7 и др.].
Однако, вопросы, связанные с выбором количества ступеней в программе
усталостных испытаний материалов, включение в них напряжений ниже
исходного предела усталости, а также характер закона распределения
нагрузок, рассмотрены в этих работах в отрыве от статистических
характеристик процесса нагружения.

В настоящей работе исследуется зависимость напряжений в законе
нормального распределения нагрузок, соответствующих уровням ниже
условного предела усталости композита, от среднего квадратичного
отклонения (СКО) и устанавливается связь между числом ступеней в
программе нагружения с параметром СКО.

Плоские образцы из стеклотекстолита на основе ткани ТСУ-8/3 и
связующего ЭДТ-10 ($\sigma_b = 357$ МПа) с концентратором напряжений в виде
центрального круглого отверстия диаметром 4 мм [8] нагружали
знакопеременным симметричным изгибом в плоскости, перпендикулярной
слоям армирующей ткани. Испытания проводили на установке программ-
ного нагружения, работающей по резонансному принципу. Она была раз-

работана и изготовлена в Институте механики АН Украины. Испытания проводились в Институте механики АН Армении Н.Е.Саркисяном, которому автор благодарна за предоставленные для анализа ранее не опубликованные им данные испытаний.

Испытания проводились на образцах, вырезанных вдоль основы ткани до момента появления трещины, признаком чего принимался определенный уровень снижения первоначальной частоты нагружения. Условный предел усталости материала образца, полученный по данному критерию разрушения, составил на базе 10^6 циклов $\sigma_{-1} = 85.5$ МПа при начальной частоте нагружения 30Гц.

Программы нагружения составляли и рассчитывали по методике, предложенной в работах [3 и др.]. При расчете были приняты значения среднеквадратичного отклонения $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$, равные 40, 50, 60 и 70 МПа.

В табл. 1 приведены уровни воспроизводимых при испытаниях нагружений σ_i и циклы нагружения n_i , входящие в половину блока программы на соответствующей ступени для выбранного ряда значений параметра $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ нормального закона распределения нагрузок.

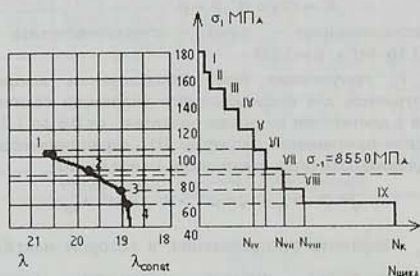
Таблица 1

Но ступени	Среднеквадратичное отклонение, МПа							
	40		50		60		70	
	σ_i , МПа	$n_i \cdot 10^4$, цикл	σ_i , МПа	$n_i \cdot 10^4$, цикл	σ_i , МПа	$n_i \cdot 10^4$, цикл	σ_i , МПа	$n_i \cdot 10^4$, цикл
I	120	0.06	150	0.21	180	0.10	210	0.07
II	115	0.09	135	0.47	165	0.19	195	0.12
III	110	0.14	120	0.97	150	0.36	180	0.20
IV	105	0.19	105	1.80	135	0.63	165	0.30
V	100	0.26	90	3.09	120	1.04	150	0.53
VI	95	0.34	75	4.83	105	1.60	135	0.82
VII	90	0.46	60	6.90	90	2.33	120	1.18
VIII	85	0.60			75	3.19	105	1.62
IX	80	0.80			60	4.07	90	2.13
X	75	0.97						
XI	70	1.20						
XII	65	1.47						
XIII	60	1.78						
XIV	55	2.10						
XV	50	2.47						

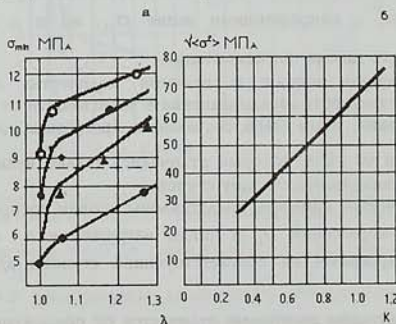
Для решения поставленной нами задачи о влиянии на долговечность напряжений ниже σ_{-1} испытания проводили по методике, предложенной М.Э.Гарфом [9]. Сначала в программу включали ступени с максимальными напряжениями, которые принимаются выше условного предела усталости, т.е. $\sigma_{\max} \geq \sigma_{-1}$. Для каждого значения $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$

испытывали от 3 до 5 групп образцов (по 6 образцов в группе) путем многократного повторения блоков нагружения до тех пор, пока не обеспечивался принятый нами критерий повреждения. Долговечность образцов оценивали по числу отработанных ступеней за все время

испытаний. Программное нагружение производили так, что ступени с напряжением ниже σ_{-1} постоянно наращивали для всех значений параметра $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ каждого вида программы. Нарращивание числа ступеней в блоках продолжалось до тех пор, пока дальнейшее увеличение числа блоков λ_i не переставало существенно влиять на развитие повреждаемости образца. Это условно наибольшее число блоков, далее обозначенное λ_{const} , нами принимается за определенную характеристику программы нагружения, а обеспечение условия $\lambda_i = \lambda_{const}$ означает достижение заданного уровня повреждаемости материала. Метод иллюстрируется на фиг.1.



Фиг.1 Форма половины блока программного нагружения и результаты испытаний образцов стеклотекстолита при $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} = 60$ МПа



Фиг.2 Зависимость относительного числа блоков нагружения от уровня минимальных напряжений (а) и зависимость коэффициента К от среднего квадратичного отклонения напряжений (б). 1-4 – параметр $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ равен 40, 50, 60 и 70 МПа соответственно

На фиг.2 показана зависимость относительного числа блоков нагружения $\lambda = \lambda_1 / \lambda_{const}$ от уровня минимальных напряжений σ_{min} и параметра $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$. Из фигуры видно, что включение в программу ступеней напряжений ниже σ_{-1} приводит к снижению λ , причем при $\lambda \rightarrow 1$ нижняя граница напряжений распределения зависит от $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$. Анализ кривых $\lambda = f(\sigma_{min})$ при фиксированном значении среднеквадратичного отклонения позволил установить связь между относительным коэффициентом $K = \sigma_{min} / \sigma_{-1}$ и параметром $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$, где σ_{min} — минимальное напряжение в программе нагружения. Эта зависимость, представленная на фиг.2б, имеет вид:

$$K = \alpha \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} - \beta \quad (1)$$

Для исследованного нами стеклотекстолита получены значения $\alpha = 0.16$ МПа, $\beta = 0.077$.

Значения K , полученные при использовании выбранного нами критерия разрушения, для исследованного диапазона величин параметра СКО меняются в достаточно широких пределах: от 0.6 до 1.0.

Практическое применение формулы (1) ограничивается интервалом значений среднеквадратичных отклонений напряжений:

$$\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}_{-1} < \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} < \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}_{кр} \quad (2)$$

где $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}_{кр}$ — параметр распределения, в котором максимальные напряжения соответствуют пределу прочности материала, т.е.

$$\sigma_{max} = tq \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}_{кр} \leq \sigma_b.$$

Таким образом, напряжения ступеней программы ниже σ_{-1} взаимно связаны не только с напряжениями выше σ_{-1} , но и с параметром $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ случайного закона распределения.

Чтобы исследовать вопрос о влиянии количества ступеней в программе на долговечность стеклопластика в зависимости от параметров закона распределения, нами были составлены программы для значений $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} = 40, 50$ и 60 МПа, которые отличались только величиной доли спектра нагрузок, включаемых в одну ступень.

В табл. 2, в качестве примера, представлены уровни воспроизводимых при испытаниях напряжений σ_i и циклы нагружения n_i , входящих в половину блока программ на соответствующей ступени для значения $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} = 40$ МПа.

Каждая последующая программа отличается от предыдущей тем, что количество ступеней увеличивалось при постоянном интервале нагрузок $\sigma_{max} - \sigma_{min}$ количество циклов нагружения в блоке оставалось неизменным, т.е.

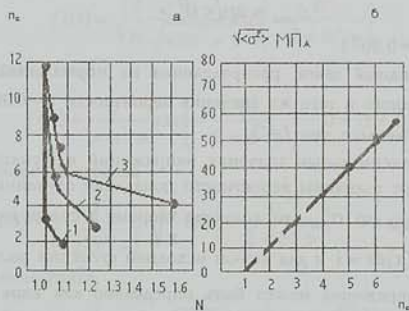
$$N_0 = \sum n_i = const$$

Для каждого значения среднего квадратичного отклонения было испытано 4 группы образцов (по 4 образца в группе). Долговечность N_i оценивали по числу циклов, выдержанных образцом до обеспечения выбранного критерия разрушения. Испытания проводили до тех пор, пока с точки зрения дальнейшего развития повреждаемости число циклов не переставало существенно изменяться с увеличением числа ступеней в программе, т.е. $N_i = N_{const}$.

Таблица 2

No ступени	Число ступеней							
	2		3		6		8	
	σ_i , МПа	$n_i \cdot 10^3$, цикл	σ_i , МПа	$n_i \cdot 10^3$, цикл	σ_i , МПа	$n_i \cdot 10^3$, цикл	σ_i , МПа	$n_i \cdot 10^3$, цикл
I	102.5	15.40	109.2	6.40	114.2	1.50	115.6	1.40
II	67.5	88.80	84.0	25.30	102.5	5.00	106.9	2.50
III			60.7	72.50	90.8	8.90	98.1	4.40
IV					79.2	16.80	89.4	7.10
V					67.5	28.20	80.8	11.30
VI					55.8	43.80	71.9	19.40
VII							63.1	24.00
VIII							54.4	34.00

Примечание: $\sum n_i \cdot 10^4 = 10.42$ циклов



Фиг.3 Зависимость относительного числа циклов нагружения от числа ступеней (а) и зависимость числа ступеней от среднего квадратичного отклонения напряжений (б). 1-3 – параметр $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ равен 40, 50, 60 и 70 МПа соответственно

На фиг.3 представлены зависимости относительного числа циклов нагружения $N = N_i / N_{const}$ от числа ступеней n_c в программе и параметра распределения $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$. С увеличением n_c в программе N уменьшается и стремится к единице. Кроме того, величина $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ существенно влияет на выбор числа ступеней. Чем выше $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$, тем

это влияние существенное, поскольку с увеличением числа ступеней в программе участие большого количества напряжений верхней части спектра в основном определяет процесс разрушения.

На фиг. 3б показана зависимость числа ступеней n_c от параметра $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$

$$n_c = v\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} + 1 \quad (3)$$

Для стеклотекстолита получен коэффициент $v=10$ МПа. Применение выражения (3) ограничено теми же значениями $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$, что и выражения (1).

Таким образом, при составлении и расчетах программ усталостных испытаний, а также при решении задач о накоплении усталостных повреждений необходимо учитывать взаимосвязь минимальных уровней напряжений в распределении и степени дискретности программной реализации со статистическими характеристиками случайных процессов нагружения.

Использование выражений (1) и (2) возможно лишь для нормального закона распределения, для которого проводился рассмотренный эксперимент, когда

$$\sigma_{\max} = tq\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} \quad (4)$$

здесь $t=3$ при $q=0.9973$.

Если же исходный закон распределения не нормальный, значение квантили t для одного и того же значения вероятности $q=0.9973$ может быть больше или меньше, чем $t=3$.

Поскольку максимальные значения напряжений в функции распределения зависят от величины вероятности попадания случайных величин в интервал от $-\sigma_{\max}$ до σ_{\max} , то, согласно теореме о сумме вероятностей

[10] $f(x) \geq 0$, $\int f(x)dx = 1$ и для любой исходной функции распределения максимальное напряжение может быть определено как верхний предел интегрирования функции плотности распределения заданной случайной величины:

$$q(-\sigma_{\max} < \sigma < \sigma_{\max}) = \int f(\sigma)d\sigma = \text{const} \quad (5)$$

Следует отметить, что при рассмотрении любой исходной функции распределения, достаточно ограничиваться вероятностью $q=0.9973$.

Для того, чтобы использовать выражения (1) и (2) для расчета параметров программ усталостных испытаний, введем следующие допущения:

$$n_c = f_1(\sigma_{\max} / \sigma_{\min}) \text{ и } K = f_2(\sigma_{\max} / \sigma_{\min}) \text{ при } \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} = \text{const} \quad (6)$$

Допущение (6) предполагает, что для равных значений среднего квадратичного отклонения, характеризующего распределение напряжений по числам циклов в программе усталостных испытаний, значения параметров однопараметрических программ (n_c, K) зависят только от соотношения между максимальными и минимальными напряжениями и не зависят от формы функции распределения.

Рассмотрим некоторые известные функции распределения вероятностей случайных величин (7)-(13). Применим эти функции с целью определения плотности распределения и функции распределения напряжений для различных законов.

При этом функции распределения будем менять в интервале от 0 до σ_{\max} соответствующего вероятности $q = 0.9973$, при фиксированном значении среднего квадратичного отклонения $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} = 60$ МПа.

Функции плотности распределения напряжений имеют следующие аналитические выражения:

– Удвоенное нормальное распределение (закон Гаусса)

$$f(\sigma) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2 \langle \sigma^2 \rangle}\right) \quad (7)$$

– Распределение Релея

$$f(\sigma) = \frac{\sigma^2}{\langle \sigma^2 \rangle} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2 \langle \sigma^2 \rangle}\right) \quad 0 < \sigma < \sigma_{\max 2} \quad (8)$$

– Распределение Максвелла

$$f(\sigma) = \frac{\sigma^2}{(\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle})^3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2 \langle \sigma^2 \rangle}\right) \quad 0 < \sigma < \sigma_{\max 3} \quad (9)$$

– Распределение Райса

$$f_{\max}(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}} \sqrt{\beta^2 - 1} \exp\left(-\frac{\beta^2 \sigma^2}{2(\beta^2 - 1)\langle \sigma^2 \rangle}\right) + \frac{\sqrt{2\pi}\sigma}{\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}} \exp\left(-\frac{\sigma}{2\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}}\right) \varnothing \frac{\sigma}{\sqrt{\beta^2 - 1}\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}} \quad (10)$$

– Экспоненциальное распределение

$$f(\sigma) = \frac{1}{\langle \sigma^2 \rangle} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2 \langle \sigma^2 \rangle}\right) \quad 0 < \sigma < \sigma_{\max 5} \quad (11)$$

– Распределение Симпсона (треугольное)

$$f(\sigma) = \begin{cases} 0 & \text{при } \sigma < 0 \\ (2b - \sigma)/(2b^2) & \text{при } 0 < \sigma < \sigma \\ 0 & \text{при } \sigma > 2b \end{cases} \quad (12)$$

где $b = 73.6$ МПа

– Равномерное распределение

$$f(\sigma) = \begin{cases} 0 & \text{при } b < \sigma < 0 \\ 1/b & \text{при } 0 < \sigma < \sigma_{\max 6} \end{cases} \quad (13)$$

где $b = 104$ МПа

Анализируя зависимости (1)-(13), можно легко убедиться в том, что значения максимальных напряжений для одной и той же вероятности q для различных законов распределения различны. При этом наблюдается как увеличение, так и уменьшение σ_{\max} по отношению к нормальному распределению (7). Из анализа уравнений (7)-(13) следует также, что в области высоких значений напряжений по характеру функции распределения мало отличаются друг от друга, так как вид функции определяется членом выражений, содержащих экспоненту (уравнения (7)-(10)), а в области малых напряжений это различие более существенно. Поскольку в программы усталостных испытаний включаются напряжения достаточно высокие, влияющие на долговечность, то принятое допущение (6) является в одне оправданным. Что касается распределений (12), (13) не содержащих экспоненту, то выражениями (1) и (2) для этих законов следует пользоваться лишь для ориентировочного расчета параметров программ.

Выводы 1. Включение в программу нагружения ступеней ниже условного предела усталости σ_{-1} приводит к снижению относительного числа блоков λ , причем при $\lambda \rightarrow 1$ нижняя граница напряжений распределения зависит от $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$. Напряжения ниже σ_{-1} взаимно связаны не только с напряжениями выше σ_{-1} , но и с параметром случайного закона распределения СКО. 2. С увеличением числа ступеней в программе нагружения относительная долговечность уменьшается и стремится к единице. При этом, величина СКО существенно влияет на выбор числа ступеней – чем выше $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$, тем это влияние существеннее. 3. Значения максимальных напряжений для одной и той же вероятности при различных законах распределения, содержащих экспоненту, различны. При этом наблюдается как увеличение, так и уменьшение σ_{\max} по отношению к нормальному распределению. В области высоких значений напряжений по характеру функции распределения мало отличаются друг от друга.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гасснер Е. Программные испытания на усталость в связи с конструированием самолетов. — В сб: "Усталость металлов", М.: ИЛ, 1961, с.114-126.
2. Хардрат Г.Ф., Науманн Ю.С. Испытания образцов из алюминиевого сплава на усталость при варьировании амплитуды и нагрузок. — В сб: "Усталость и выносливость металлов", М.: ИЛ, 1963, с. 153-162.
3. Редковец Н.Ф. К вопросу о выборе параметров программ усталостных испытаний деталей самолетных конструкций. — В сб: "Прочность и долговечность авиационных конструкций", Киев: КИИГА, вып. 11, 1965, с.126-132.
4. Ковалевский Дж.О. О соотношении между усталостной долговечностью при повторных нагрузках со случайным чередованием амплитуд и при соответствующих программных нагрузках. — В сб. "Усталостная прочность и долговечность самолетных конструкций" (пер. с англ.), М.: Машиностроение, 1965, с.118-130.
5. Гусев А.С. О распределении амплитуд в широкополосных случайных процессах при схематизации их по методу полных циклов. — М.: Машиноведение, 1974, No.1, с.63-72.
6. Козлов Л.А. Условия прочности при переменных напряжениях нестационарного режима по параметру вероятности разрушения. — В сб: "Прочность и динамика авиационных двигателей", Машиностроение, М.: 1969, вып.5, с.173-178.
7. Виршинг, Хауген. Общая статистическая модель случайной усталости. - Тр. Амер. общества инж.-мех. Теор. осн. инж. расч., сер.Д, 1974, т.93, No.1, с.18-26.
8. Саркисян Н.Е. Анизотропия циклической прочности и разогрева стеклотекстолита при наличии концентратора. — Изв. АН Армянской ССР, Механика, 1979, т.32, No.4, с.63-70.
9. Грингауз Г.Д. О программировании усталостных испытаний, Заводская лаборатория, 1961, No.10, с.834-844.
10. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. - М.: ИЛ, 1956, 584 с.

Ереванский архитектурно-
строительный институт

Поступила в редакцию
11.12.1998