

УДК 539.3

## К ДИСКУССИИ ПО ТЕОРИИ ПЛАСТИН

Белубекян М.В.

Մ.Վ. Բելուբեկյան

Սալերի տեսության վերաբերյալ քննարկումների մասին

Թնայնություն են РАН, МТТ անձագրի կողմից կազմակերպված վիճարանությունների որոշ հարցեր

M.V. Belubekyan

On the discussion about plates theory

Обсуждаются некоторые выводы дискуссии по теории пластин, проведенных журналом РАН, МТТ.

Теория пластин Кирхгофа или теория ККТ (Кирхгоф-Кельвин-Тет) зарекомендовала себя как замечательный инструмент для исследования прочности, устойчивости и колебаний элементов конструкций из пластин. Более того, в некоторых случаях возможны также и упрощенные варианты теории Кирхгофа [1,2].

Однако, как и любая приближенная теория, ее применение имеет определенные ограничения. В настоящее время рамки применимости теории Кирхгофа, в основном, установлены и это один из основных результатов дискуссии, организованной журналом МТТ. Основные проблемные вопросы, связанные с теорией Кирхгофа, следующие.

1. Некоторые варианты закрепления кромок пластин.
2. Появление неинтегрируемой особенности в угловых точках пластины.
3. Нечувствительность относительно трансверсальной изотропии.
4. Сведение пространственной гиперболической системы уравнений к двумерному параболическому уравнению.

Эти вопросы были обсуждены на страницах журнала МТТ [3-9], а также на семинаре "Волновые процессы" Института механики НАН Армении [10,11]. Были обсуждены и другие вопросы. Однако часть из них приводится к указанным, а другая часть требует дальнейших обсуждений.

Теории, учитывающие поперечные сдвиги и моменты инерции вращения, дают ответы на все четыре вопроса. Поэтому В.В. Васильев предлагает называть классической теорией один из вариантов уточненной теории, а теорию Кирхгофа рассматривать как упрощенный вариант классической теории. В этом смысле следует отметить и другие упрощенные варианты, например, варианты, предложенные в [12,13] или вариант, используемый в сейсмологии, улучшенная трактовка которой приводится в работе Л.А. Мовсисяна [14].

В связи с вышеуказанным возникает вопрос: а какова роль асимптотических методов в теории пластин? Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо обратить внимание на один важный факт теории Кирхгофа. А именно, гипотеза Кирхгофа имеет не только геометрическую

сущность, но и физическую. Более конкретно, точность гипотезы Кирхгофа зависит не только от относительной толщины пластинки, но и от отношений упругих характеристик по толщине и вдоль. Это обстоятельство впервые было установлено С.А. Амбарцумином в 1958 году [15,16] и в настоящее время общепринято. Более того, установлено также, что точность гипотезы Кирхгофа существенно зависит от способов нагружения и от неоднородности геометрических и упругих свойств пластинки. Поэтому асимптотический метод, основанный только на малом геометрическом параметре с требованием, чтобы первое (нулевое) приближение соответствовало теории Кирхгофа, не может существенно расширить область применимости. В частности, не может ответить на поставленные выше четыре вопроса.

Тем не менее полезность асимптотического метода, основанного на малом геометрическом параметре, очевидна, как уточнение результатов теории пластин Кирхгофа и как обоснование теории, в смысле установления границ применимости. Этот метод может быть эффективным и при установлении гипотез, точность которых зависит от малости относительной толщины, для пластин с усложненными физико-механическими свойствами и при различных условиях на лицевых поверхностях.

С другой стороны, становится ясным, что дальнейшее развитие асимптотического метода должно быть связано с привлечением нескольких параметров, в частности, параметров, связанных с физическими свойствами и параметров, характеризующих способ нагрузки [17].

Возможно также, что к асимптотическому методу должно быть предъявлено требование, чтобы в первом приближении получить вариант уточненной теории. Такие попытки уже есть [18].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Reissner E. On a one-dimensional theory of finite bending and stretching of elastic plates. *Computers and Structures*, 1990, vol. 35, №4, p. 417-423.
2. Амбарцумян С.А., Бедубекан М.В. К задаче изгиба прямоугольной пластинки с двумя противоположными свободными краями.- В сб. *Современные проблемы механики сплошной среды*-МП "Книга", Ростов-на-Дону, 1995, с. 19-23.
3. Васильев В.В. О теории тонких пластин//*Изв. РАН, МТТ*, 1992, №3, с.26-47.
4. Алфугтов Н.А. О некоторых парадоксах теории тонких упругих пластин// *Изв. РАН, МТТ*, 1992, №3, с.65-72.
5. Жилин П.А. О теориях пластин Пуассона и Кирхгофа с позиций современной теории пластин.// *Изв. РАН, МТТ*, 1992, №3, с. 48-64.
6. Гольденвейзер А.Л. О приближенных методах расчета тонких упругих оболочек и пластин. // *Изв. РАН, МТТ*, 1997, №3, с. 134-149.
7. Васильев В.В. Об асимптотическом методе обоснования теории пластин// *Изв. РАН, МТТ*, 1997, №3, с. 150-155.
8. Гольденвейзер А.Л. Замечания о статье В.В. Васильева "Об асимптотическом методе обоснования теории пластин"// *Изв. РАН, МТТ*, 1997, №4, с. 150-158.
9. Васильев В.В. Классическая теория пластин – история и современный анализ// *Изв. РАН, МТТ*, 1998, №3, с. 46-58.

10. Апапуян А.К., Belubekian M.V., Semenov B.N. On one Effect of Refined theory of Plates Bending. — In the volume of abstracts of the 32<sup>nd</sup> Solid Mechanics Conference. Polish Acad. Of Sciences, 1998, p. 45-46.
11. Белубекян В.М., Белубекян М.В. О граничных условиях теории пластин. Изв. НАН Армении, Механика, 1999, 52, №2, с.11-21.
12. Амбарцумян С.А., Белубекян М.В. О связи между задачами изгиба пластинки и балки. — В сб.: Научн. Трудов Арх.-стр. Института, Ереван, Изд. ЕГУ, 1999, с.19-22.
13. Киракосян Р.М. Об одной уточненной теории ортотропных пластин переменной толщины. — В сб.: Проблемы механики деформируемого твердого тела. Ереван, НАН Армении, 1997, с. 120-146.
14. Мовсисян Л.А. Об одной модели для сдвиговой деформации (антиплоская задача). Изв. НАН Армении, Механика (в печати).
15. Амбарцумян С.А. К теории анизотропных пластинок. — Изв. АН СССР, сер. техн. н., 1958, №5, с.69-77.
16. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. — М.: Наука, 1987. 360с.
17. Рябенков Н.Г. К дискуссии о гипотезе Кирхгофа. — В сб.: Актуальные проблемы механики оболочек. Казань, 1998, с. 182-185.
18. Losin N.A. Asymptotics of Flexural Waves in Isotropic Elastic Plates. Journal of Applied Mechanics, 1997, v. 64, №2, p.336-342.

Институт механики  
НАН Армении

Поступила в редакцию  
3.05.1999