ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 52, №2, 1999 Механика

УДК 62.50, 531.8

ОПТИМАЛЬНОЕ СТОХАСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВУХЗВЕННОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО МАНИПУЛЯТОРА

Габриелян М.С., Гукасян А.А., Саркисян Н.П.

Մ.Ս.Գաբրիելյան, Ա.Ա.Ղուկասյան, Ն.Պ.Սարգսյան

Երկօղակ էլեկտրոմեխանիկական մանիպուլյատորի ստոխաստիկ օպտիմալ ղեկավարում

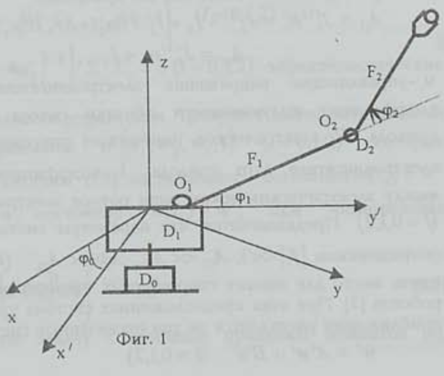
Ուսումնասիրված է երկօղակ էլեկտրոմեխանիկական մանիպուլյատորի ստոխաստիկ օպտիմալ ղեկավարման գծային խնդիրը:Որոշված է ստոխաստիկ օպտիմալ ղեկավարման անալիտիկ տեսքը և տրված է ժամանակի ֆիկսած պահին համակարգի իրական վիճակի փազային գնահատականը:

M.S. Gabrielyan, A.A. Ghukasyan, N.P.Sarkisyan

Optimum Stochas Control of Doublelink Electromechanical Manipulator

Исследована задача оптимального стохастического управления движением линейной модели двухзвенного электромеханического манипулятора. Получено стохастическое оптимальное управление системой и дана оценка фазового состояния .

1.Математическая модель манипулятора. Рассматривается двухзвенный манипулятор типичной конструкции [1], состоящий из неподвижной платформы и механической руки со схватом (фиг.1) Рука представляет собой два абсолютно твердых тела, соединенных шарниром O_2. Свободный конец первого звена связан посредством шарнира O_1 с платформой, а на конце второго звена расположен схват с грузом. Шарниры O_1, O_2 — идеальные цилиндрические, их оси горизонтальны и параллельны друг другу. Управление движением манипулятора осуществляется при помощи электромеханических приводов D_0, D_1, D_2, каждый из которых содержит линейный



Фиг. 1

электродвигатель постоянного тока с независимыми возбуждениями и редуктор [2]. Привод D_0 управляет поворотом платформы, а приводы D_1 и D_2 – соответственно, поворотом первого звена руки относительно платформы и второго звена относительно первого. Для описания движения манипулятора введем две прямоугольные системы координат $Oxyz$ и $Ox'y'z$ с общим началом O и осью Oz, совпадающей с осью вращения платформы. Система координат $Oxyz$ неподвижная, а $Ox'y'z$ жестко связана с платформой (плоскость $Oy'z$ совпадает с плоскостью руки манипулятора).

Введем обозначения: φ_0 – угол поворота системы $Ox'y'z$ относительно $Oxyz$ (угол поворота платформы), φ_1 – угол между первым звеном и осью Oy' (угол поворота первого звена руки относительно платформы), φ_2 – угол между звеньями манипулятора. Подробные описания расчетной модели и уравнения движения манипулятора приведены в [3]. Движение манипулятора в рамках принятой модели описывается системой уравнений Лагранжа и уравнений баланса напряжений в цепях роторов электродвигателей, которые после перехода к безразмерным переменным имеют вид [3]:

$$\begin{aligned}
&\ddot{\varphi}_0 + f_0(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) = \mu_0 \\
&\ddot{\varphi}_1 + A_{12}\ddot{\varphi}_2 / A_{11} + f_1(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) = \mu_1 \\
&\ddot{\varphi}_2 + A_{12}\ddot{\varphi}_1 / A_{22} + f_2(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) = \mu_2 \\
&L_i\dot{\mu}_i + R_i\mu_i + k_i\dot{\varphi}_i = u_i \quad (i = 0,1,2)
\end{aligned} \tag{1.1}$$

где $f_i(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi})$ – нелинейные члены соответствующих уравнений, μ_i – момент электромагнитных сил, приложенных к ротору электродвигателя i-го привода относительно оси его вращения;

$$A_{11} = J_1^{(1)}n_1^2 + J_1^{(2)} + I_1 + I_2 + (m_2 + M_2)L_2^2; \quad A_{22} = J_1^{(2)}n_2^2 + I_2;$$
$$A_{12} = J_1^{(2)}n_2 + I_2$$

u_i – управляющее напряжение электродвигателя i-го привода. L_i – коэффициент индуктивности обмотки ротора электродвигателя i-го привода. R_i – электрическое (омическое) сопротивление обмотки ротора электродвигателя i-го привода, k_i – коэффициент пропорциональности между электрическим током цепи ротора электродвигателя i-го привода $(i = 0,1,2)$. Предполагается, что параметры системы (1.1) удовлетворяют соотношениям $|f_i| << 1$, $A_{12} << A_{11}$, $A_{12} << A_{22}$ $(i = 0,1,2)$, которые могут иметь место для многих современных промышленных манипуляционных роботов [2]. При этих предположениях система уравнений (1.1) в нулевом приближении распадается на три несвязанные системы третьего порядка

$$\dot{w}^i = A^i w^i + B^i u^i \quad (i = 0,1,2) \tag{1.2}$$

$$A^i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_2^i & -a_1^i \end{pmatrix}, \; B^i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3^i \end{pmatrix}, \; w^i = \begin{pmatrix} w_1^i \\ w_2^i \\ w_3^i \end{pmatrix} \qquad (1.3)$$

$$a_1^i = R_i / L_i, \; a_2^i = k_i / L_i, \; a_3^i = 1/L_i, \; w_1^i = \varphi_i, \; w_2^i = \dot{\varphi}_i, \; w_3^i = \ddot{\varphi}_i \; (i = 0,1,2) \qquad (1.4)$$

Решение систем (1.2) представим по формуле Коши

$$w^i(t) = W^i\left[t - t_0\right]w^{i0} + \int_{t_0}^{t} W^i\left[t - \tau\right]B^i u^i(\tau)d\tau \qquad (1.5)$$

где $W^i[t - t_0]$-фундаментальная матрица решений однородной системы (1.2); w^{i0}-начальное значение вектора $w^i(t)$. Элементы $w_{kj}^i[t - t_0]$-фундаментальной матрицы $W^i[t - t_0]$ $(i = 0,1,2)$ имеют следующий вид:

$$w_{11}^i = 1, \; w_{21}^i = w_{31}^i = 0$$

$$w_{12}^i = \frac{\left(\lambda_2^i - \lambda_1^i\right)^{-1}}{\lambda_1^i \lambda_2^i}\left[(\lambda_1^i)^2(1 - e^{\lambda_2^i(t-t_0)}) - (\lambda_2^i)^2(1 - e^{\lambda_1^i(t-t_0)})\right]$$

$$w_{13}^i = \frac{\left(\lambda_2^i - \lambda_1^i\right)^{-1}}{\lambda_1^i \lambda_2^i}\left[\lambda_2^i(1 - e^{\lambda_1^i(t-t_0)}) - \lambda_1^i(1 - e^{\lambda_2^i(t-t_0)})\right]$$

$$w_{22}^i = \left(\lambda_2^i - \lambda_1^i\right)^{-1}\left[\lambda_2^i(1 - e^{\lambda_1^i(t-t_0)}) - \lambda_1^i(1 - e^{\lambda_2^i(t-t_0)})\right]$$

$$w_{23}^i = \left(\lambda_2^i - \lambda_1^i\right)^{-1}\left[(1 + e^{\lambda_2^i(t-t_0)}) - (1 + e^{\lambda_1^i(t-t_0)})\right]$$

$$w_{32}^i = -\lambda_1^i \lambda_2^i w_{23}^i$$

$$w_{33}^i = \left(\lambda_2^i - \lambda_1^i\right)^{-1}\left[\lambda_2^i e^{\lambda_2^i(t-t_0)} - \lambda_1^i e^{\lambda_1^i(t-t_0)}\right] \quad (i = 0,1,2)$$

где $\lambda_{1,2}^i = \left\{-a_1^i + \left[(a_1^i)^2 - 4a_2^i\right]^{1/2}\right\}/2, \; \lambda_3^i = 0 \; (i = 0,1,2)$ -характеристические числа уравнений (1.2).

2. Задача оптимального управления. Требуется найти оптимальный закон изменения управлений $u^i\left(w_1^i, w_2^i, w_3^i, t\right)$ $(i = 0,1,2)$, которые обеспечивают переход системы (1.1) из начального состояния $w(t_0) = w^0$ в заданное конечное состояние $w(t_1) = w^1$, при минимизации функционала

$$J^i\left[u^i, t_0, t_1\right] = \left[\int_{t_0}^{t_1}\left[u^i(\tau)\right]^2 d\tau\right]^{1/2} \qquad (2.1)$$

Решая поставленную задачу с помощью проблемы моментов [4], получим

$$u^{i0}(t,t_1-t_0)=k^i(t_1-t_0)\frac{\sum\limits_{j=1}^{3}\Delta^i_j(t_1-t_0)h^i_j(t-t_0)}{\sum\limits_{k,s=1}^{3}\alpha^i_{ks}(t_1-t_0)\Delta^i_k(t_1-t_0)\Delta^i_s(t_1-t_0)} \tag{2.2}$$

где

$$h^i_1(t-t_0)=a^i_3w^i_{13}(t-t_0),\ \ h^i_2(t-t_0)=a^i_3w^i_{23}(t-t_0)$$
$$h^i_3(t-t_0)=a^i_3w^i_{33}(t-t_0)$$
$$c^i_j(t_1-t_0)=w^i_j(t_1)-\sum_{k=1}^{3}W^i_{jk}[t_1-t_0]w^i_k(t_0)$$
$$\Delta^i_j(t_1-t_0)=\sum_{\nu=1}^{3}\beta^i_{j\nu}(t_1-t_0)c^i_\nu(t_1-t_0) \tag{2.3}$$
$$k^i(t_1-t_0)=\sum_{\nu,\mu=1}^{3}c^i_\nu(t_1-t_0)c^i_\mu(t_1-t_0)\beta^i_{\nu\mu}(t_1-t_0)$$
$$\beta^i_{\nu\mu}(t_1-t_0)=\beta^i_{\mu\nu}(t_1-t_0),\ \ (\nu,\mu=1,2,3)$$
$$\alpha^i_{\nu\mu}(t_1-t_0)=\int_{t_0}^{t_1}h^i_\nu(t_1-t_0)h^i_\mu(t_1-t_0)d\tau$$

Здесь коэффициенты $\beta_{\nu\mu}(t_1-t_0)$ суть алгебраические дополнения элементов симметричной матрицы $\{\alpha^i_{\nu\mu}(t_1-t_0)\}^3_{\nu,\mu=1}$. Решение системы (1.1) при $u^0(t,t_1-t_0)$ (2.2) назовем программным движением системы (или поводыря).

3. Построение стохастической модели. Предположим, что в каждый фиксированный момент времени τ_j на узлах разбиения положение системы измеряется с ошибкой. Следовательно, источником случайных событий являются ошибки измерений. При этом предполагается, что результатом неточного измерения являются равномерно распределенные на отрезке [0, 1) случайные величины ξ^i_j, которые считаются равновероятными. Случайные величины $\omega^i_j=\{\xi^i_0,...\xi^i_j\}$, $\xi^i_j\in[0,1)$, являются элементарными событиями вероятностного пространства $\{\Omega^i_j,B^i_j,P^i_j$, где Ω^i_j – единичный куб в $(j+1)$-мерном пространстве $\{\xi^i_0,\xi^i_1,...\xi^i_j\}$, $B^i_j=B^i_\Omega$-борелевская σ-алгебра для этого куба, $P^i_j=P^i_j(B)-(j)$-мерная лебегова мера на этом кубе [5]. Таким образом, можно предполагать, что стохастическое управление $u^i(t,\omega)$ имеет вид

$$u^i(t,\omega^i) = u^i[t,\xi_0^i,\xi_1^i,\dots,\xi_j^i] \tag{3.1}$$

где функции $u^i(t,\omega^i) = u^i[t,\xi_0^i,\xi_1^i,\dots,\xi_j^i]$ должны быть измеримыми по совокупности аргументов $\{t,\xi_0^i,\xi_1^i,\dots,\xi_j^i$ на $(j+2)$-мерном множестве $[\tau_j,\tau_{j+1})\times\Omega[_{\xi_0,\dots,\xi_j]}$ по отношению к σ-алгебре $(i=0,1,2)$ [5]. Величины воздействий $u^i(t,\omega^i)$ (3.1) при $t\in[\tau_j,\tau_{j+1})$ не зависят от будущих значений $\{\xi_{j+1}^i,\dots,\xi_k^i$. Пусть $t_0=\tau_0<\tau_1<\dots<\tau_j<\tau_{j+1}<\dots<\tau_k=t_1$, $(\delta_j=\tau_{j+1}-\tau_j)$ (где k-любое число) является разбиением отрезка $[t_0,t_1]$. Движение стохастической системы описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\dot{x}^i = A^i x^i + B^i u^i(t,\omega^i) \tag{3.2}$$

Рассмотрим интервал времени $[\tau_{\nu-1},\tau_\nu)$ $(\nu=1,2,\dots,k)$. Измеряя состояния системы в момент времени $\tau_{\nu-1}$ с ошибкой, имеем позицию $x^i(\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i)$. Требуется привести систему (3.2) из положения $x^i(\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i)$ в заранее определенное полож ние $w(\tau_\nu)$. При помощи проблемы моментов [4] определим оптимальное управление, переводящее систему (3.2) из положения $x^i(\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i)$ в положение $w(\tau_\nu)$ с минимизацией функционала

$$J^i(u^i,\tau_{\nu-1},\tau_\nu) = \left[\int_{\tau_{\nu-1}}^{\tau_\nu}(u_\nu^i)^2(\tau)d\tau\right]^{1/2}$$

Для оптимального управляющего воздействия получим следующее выражение:

$$u_\nu^{i0}(t,\tau_\nu,\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i) = \frac{k^i(\tau_\nu-\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i)\sum_{j=1}^{3}\Delta_j^i(\tau_\nu-\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i)h_j^i(t-\tau_{\nu-1})}{\sum_{j,s=1}^{3}\alpha_{ks}^i(\tau_\nu-\tau_{\nu-1})\Delta_k^i(\tau_\nu-\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i)\Delta_s^i(\tau_\nu-\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i)} \tag{3.5}$$

величины α_{ks}^i, Δ_k^i, h_j^i определяются по формулам (2.3), если заменить t_1 на τ_ν, t_0 на $\tau_{\nu-1}$, $w^i(t_0)$ на $x^i(\tau_{\nu-1},\xi_{\nu-1}^i)$.

4. **Оценка расстояния реального (стохастического) движения от поводыря.** Для коррекции движения системы необходимо в каждый момент времени иметь мажорирующую оценку реального (стохастического) движения $(t,x(t,\omega))$, построенного в виде ломаных Эйлера, от заранее построенного поводыря (предполагается, что начальные положения поводыря и системы совпадают).

Для этого оценим следующую величину:

$$\rho^i(t,\omega^i) = \left\| x^i(t,\omega^i) - w^i(t,) \right\| = \left[\sum_{k=1}^{3} \left[x_k^i(t,\omega^i) - w_k^i(t) \right]^2 \right]^{1/2} \tag{4.1}$$

При $t \in [\tau_{k-1}, \tau_k)$ имеем

$$\begin{aligned} x^i(\tau_k, \xi_0^i, \dots, \xi_{k-1}^i) &= W^i[\tau_k - \tau_{k-1}] x^i(\tau_{k-1}, \xi_0^i, \dots, \xi_{k-2}^i) + \\ &+ \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W^i[\tau_k - \tau] B^i u_k^{i0}(\tau, \xi_{k-1}^i) d\tau = \\ &= W^i[\tau_k - \tau_{k-1}] \{ W^i[\tau_{k-1} - \tau_{k-2}] x^i(\tau_{k-2}, \xi_0^i, \dots, \xi_{k-3}^i) + \\ &+ \int_{\tau_{k-2}}^{\tau_{k-1}} W^i[\tau_{k-1} - \tau] B^i u_{k-1}^{i0}(\tau, \xi_{k-2}^i) d\tau \} + \\ &+ \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W^i[\tau_k - \tau] B^i u_k^{i0}(\tau, \xi_{k-1}^i) d\tau \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned} w^i(\tau_k) &= W^i[\tau_k - \tau_{k-1}] w^i(\tau_{k-1}) + \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W^i[\tau_k - \tau] B^i u^{i0}(\tau) d\tau = \\ &= W^i[\tau_k - \tau_{k-1}] \{ W^i[\tau_{k-1} - \tau_{k-2}] w^i(\tau_{k-2}) + \int_{\tau_{k-2}}^{\tau_{k-1}} W^i[\tau_{k-1} - \tau] B^i u^{i0}(\tau) d\tau \} + \\ &+ \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W^i[\tau_k - \tau] B^i u^{i0}(\tau) d\tau \end{aligned} \tag{4.3}$$

Подставляя $x^i(\tau_k, \xi_0^i, \xi_1^i, \dots, \xi_{k-1}^i)$ и $w^i(\tau_k)$ в (4.1), получим

$$\rho(\tau_k, \xi_0^i, \dots, \xi_{k-1}^i) \le$$

$$\le \left\| B^i \right\| \sum_{j=1}^{k} \left\| W^i[\tau_k - \tau_j] \right\| \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} \left\| W^i[\tau_i - \tau] \right\| d\tau \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} \left| u_j^{i0}(\tau, \xi_{j-1}^i) - u^i(\tau) \right| d\tau \tag{4.4}$$

Здесь $\left\| W[\cdot] \right\| = \left(\sum_{i,j=1}^{k} w_{ij}^2[\cdot] \right)^{1/2}$ (4.5)

Известно, что

$$\left\| W[t, t_0] \right\| \le \left\| I \right\| - 1 + e^{\|A\|(t-t_0)} \tag{4.6}$$

где $W[t, t_0]$–фундаментальное нормированное матричное решение дифференциального уравнения

$$\dot{W} = AW$$

Поскольку

$$\left\| A^i \right\| = \left[1^2 + 1^2 + (-a_2^i)^2 + (-a_1^i)^2 \right]^{1/2} \le \sqrt{2} + a_1^i + a_2^i$$

$$\left\| B^i \right\| = \left| a_3^i \right| = a_3^i, \quad \left\| I \right\| = \sqrt{3} \tag{4.7}$$

Учитывая (4.6), (4.7), получим

$$\rho^i(\tau_k,\xi_0^i,\xi_1^i,\ldots,\xi_{k-1}^i)\le a_3^i\sum_{j=1}^{k}\left[\sqrt{3}-1+e^{\left(\sqrt{2}+a_1^i+a_2^i\right)\left(\tau_k-\tau_j\right)}\right]\times$$

$$\times\left[\left(\sqrt{3}-1\right)\delta_{j-1}+\frac{e^{\left(\sqrt{2}+a_1^i+a_2^i\right)\delta_{j-1}}-1}{\sqrt{2}+a_1^i+a_2^i}\right]\times\int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j}\left|u_j^{i0}(\tau,\xi_{j-1}^i)-u^{i0}(\tau)\right|d\tau \tag{4.8}$$

Уравнение движения манипулятора имеет вид

$$\dot{w}=Aw+Bu \tag{4.9}$$

где $$A=\begin{pmatrix}A^0&0&0\\0&A^1&0\\0&0&A^2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}B^0\\B^1\\B^2\end{pmatrix},\quad \begin{matrix}u=(0,0,u^0,0,0,u^1,0,0,u^2)^T\\ w=(w_1,w_2,\ldots,w_9)^T\end{matrix} \tag{4.10}$$

A^i, B^i $(i=0,1,2)$ определяются из (1.3)

$$\rho(t,\xi_0,\ldots,\xi_{k-1})=\left\|x(t,\xi_0,\ldots,\xi_{k-1})-w(t)\right\|=\left\{\sum_{j=1}^{9}\left[x_j(t,\xi_0,\ldots,\xi_{k-1})-w_j(t)\right]^2\right\}^{1/2}=$$

$$=\left\{\sum_{j=1}^{3}\sum_{\nu=3j-2}^{3j}\left[x_\nu(t,\xi_0,\ldots,\xi_{k-1})-w_\nu(t)\right]^2\right\}^{1/2}\le$$

$$\le\sum_{j=1}^{3}\left\{\sum_{\nu=3j-2}^{3j}\left[x_\nu(t,\xi_0,\ldots,\xi_{k-1})-w_\nu(t)\right]^2\right\}^{1/2}\le$$

$$\le\rho^0(t,\xi_0^0,\ldots,\xi_{k-1}^0)+\rho^1(t,\xi_0^1,\ldots,\xi_{k-1}^1)+\rho^2(t,\xi_0^2,\ldots,\xi_{k-1}^2) \tag{4.11}$$

Аналогично (4.8) для манипулятора получим

$$\rho(\tau_k,\xi_0,\xi_1,\ldots,\xi_{k-1})\le\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=1}^{k}a_3^i\left[\left(\sqrt{3}-1\right)\delta_{j-1}+\frac{e^{\left(\sqrt{2}+a_1^i+a_2^i\right)\delta_{j-1}}-1}{\sqrt{2}+a_1^i+a_2^i}\right]\times$$

$$\times\left[\sqrt{3}-1+e^{\left(\sqrt{2}+a_1^i+a_2^i\right)\left(\tau_k-\tau_j\right)}\right]\int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j}\left|u_j^{i0}(\tau,\xi_{j-1}^i)-u^{i0}(\tau)\right|d\tau \tag{4.12}$$

где $\xi_0=(\xi_0^0,\xi_0^1,\xi_0^2)$, $\xi_1=(\xi_1^0,\xi_1^1,\xi_1^2)$, $\xi_{k-1}=(\xi_{k-1}^0,\xi_{k-1}^1,\xi_{k-1}^2)$.
Полученная оценка (4.12) позволяет оценить математическое ожидание, дисперсии и т.д. отклонения движения системы от поводыря.

5. Построение стохастической модели схвата. Пусть движение схвата манипулятора поводыря в системе координат $OXYZ$ определяется радиус-вектором $R(x,y,z)$, а по истинному движению $-\ \overline{R}=\overline{R}(\overline{x},\overline{y},\overline{z})$. Из фиг.1 имеем

$$x=[L_1\cos\varphi_1+L_2\cos(\varphi_1+\varphi_2)+a]\sin\varphi_0$$

$$\overline{x}=[L_1\cos\overline{\varphi}_1+L_2\cos(\overline{\varphi}_1+\overline{\varphi}_2)+a]\sin\overline{\varphi}_0$$

$$y = [L_1 \cos\varphi_1 + L_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + a]\cos\varphi_0$$
$$\overline{y} = [L_1 \cos\overline{\varphi}_1 + L_2 \cos(\overline{\varphi}_1 + \overline{\varphi}_2) + a]\cos\overline{\varphi}_0$$
$$z = L_1 \sin\varphi_1 + L_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)$$
$$\overline{z} = L_1 \sin\overline{\varphi}_1 + L_2 \sin(\overline{\varphi}_1 + \overline{\varphi}_2) \tag{5.1}$$

Стохастическую оценку состояния схвата на каждом интервале времени $t \in [\tau_{k-1}, \tau_k]$ можно определить следующим образом:

$$\rho_R(t) = \left\|\overline{R}(t) - R(t)\right\| = \left[(\overline{x} - x)^2 + (\overline{y} - y)^2 + (\overline{z} - z)^2\right]^{1/2} \tag{5.2}$$

при $\overline{\varphi}_i(\tau_i, \xi_0, \ldots, \xi_{i-1}) = \varphi_i(\tau_j) + \varepsilon_i(\tau_i, \xi_0, \ldots, \xi_{i-1})$ $(i = 0,1,2)$ (5.3)

Вычисляя (5.2) при (5.1), (5.3) и пренебрегая величинами, порядок которых превышает ε_i^2, получим

$$\rho_R^2(t,\omega) = \varepsilon_0^2(t,\omega)\{[L_1 \cos\varphi_1(t) + L_2 \cos(\varphi_1(t) + \varphi_2(t))]^2 + a^2 +$$
$$+ 2a[L_1 \cos(\varphi_1(t) + \varphi_2(t)) + L_2 \cos\varphi_2(t)]\} + \{\varepsilon_1(t,\omega)[L_1 + L_2] + \varepsilon_2(t,\omega)L_2\}^2$$

где ε_j $(j = 0,1,2)$ имеет вид

$$\varepsilon_j(\tau_k, \xi_0^j, \ldots, \xi_{k-1}^j) = a_3^j \sum_{\mu=1}^{k} \sum_{i_{\mu-1}=1}^{3} \sum_{i_{\mu-2}=1}^{3} \ldots \times \sum_{i_\mu=1}^{3} \int_{\tau_{\mu-1}}^{\tau_\mu} w_{1i_{k-1}}^j[\tau_k - \tau_{k-1}] w_{i_{k-1}i_{k-2}}^j[\tau_{k-1} - \tau_{k-2}] \times$$
$$\times w_{i_\mu 3}^j[\tau_\mu - \tau][u_\mu^{j0}(\tau, \xi_{\mu-1}^j) - u^{j0}(\tau)]d\tau \tag{5.4}$$

6. Пример: Рассмотрим движение первого звена робота "Универсал-5" [6] горизонтальной плоскости на интервале времени $[0,2]$ с безразмерными параметрами

$$L_1 \approx 0.0112,\ k_1 \approx 1.4977,\ R_1 \approx 0.3858 \tag{6.1}$$

и с граничными условиями

$$\varphi_1(0) = \dot{\varphi}_1(0) = \ddot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_1(2) = \ddot{\varphi}_1(2) = 0,\ \varphi_1(2) = 1$$

Из (1.3) и (6.1) следует

$a_1^1 = R_1 / L_1 \approx 34.4$, $a_2^1 = k_1 / L_1 \approx 133.7$, $a_3^1 = 1/L_1 \approx 89.2$, $\lambda_1^1 \approx -30$, $\lambda_2^1 \approx -4.5$

Производим измерения состояния звена в два момента времени $(t_0 = 0, \tau_1 = 1)$. Пусть измерения будут

$$x^1(0,\xi_0^1) = w^1(0) + \varepsilon^1(0,\xi_0^1),\ x^1(1,\xi_1^1) = w^1(1) + \varepsilon^1(1,\xi_1^1)$$

где $w_1(0), w_1(1), x_1(0,\xi_1^0), x_1(1,\xi_1^1)$ – векторы состояния звена в моменты изменения $(w_1^1(1) = 0.6,\ w_2^1(1) = 0.54,\ w_3^1(1) = 0.014)$.

Из (2.2) получим

$$u^{10}(2,\tau) = 0.99e^{-30(2-\tau)} - 0.99e^{-4.5(2-\tau)} + 0.72$$

$$\rho^1(2,\xi_0^1,\xi_1^1) = \left|\frac{-\varepsilon_1^1(0,\xi_1^0) + 0.001\varepsilon_1^2(0,\xi_1^0) - 0.00003\varepsilon_1^3(0,\xi_1^0)}{0.17 - [0.5\varepsilon_1^1(0,\xi_1^0) - 0.17\varepsilon_1^2(0,\xi_1^0) - 0.004\varepsilon_1^3(0,\xi_1^0)]}\right| +$$

$$+\left|\frac{-\varepsilon_1^1(1,\xi_1^1)+0.002\varepsilon_1^2(1,\xi_1^1)-0.000004\varepsilon_1^3(1,\xi_1^1)}{0.44-[1.75\varepsilon_1^1(1,\xi_1^1)-0.445\varepsilon_1^2(1,\xi_1^1)-0.001\varepsilon_1^3(1,\xi_1^1)]}\right|$$

Допустим, что плотность случайных величин распределена равномерно [7]

$$f(\xi_1^0)=\begin{cases}1, & 0\le\xi_1^0<1\\ 0, & \xi_1^0<0,\ \xi_1^0\ge 1\end{cases}\qquad f(\xi_1^1)=\begin{cases}1, & 0\le\xi_1^1<1\\ 0, & \xi_1^1<0,\ \xi_1^1\ge 1\end{cases}$$

$$\varepsilon_1^1(0,\xi_1^0)=a_1f(\xi_1^0)\ \ \varepsilon_1^2(0,\xi_1^0)=a_2f(\xi_1^0)\ \ \varepsilon_1^3(0,\xi_1^0)=a_3f(\xi_1^0)$$

$$\varepsilon_1^1(1,\xi_1^1)=b_1f(\xi_1^1)\ \ \varepsilon_1^2(1,\xi_1^1)=b_2f(\xi_1^1)\ \ \varepsilon_1^3(1,\xi_1^1)=b_3f(\xi_1^1)$$

где a_i, b_i $(i=1,2,3)$ – постоянные величины

Математическое ожидание оценки $\rho^1(2,\xi_0^1,\xi_1^1)$ имеет вид

$$M\left[\rho_1(2,\xi_1^0,\xi_1^1)\right]\le\left[\left|-0.5a_1+0.17a_2+0.004a_3\right|+\right.$$

$$\left.+0.17\ln\left|1-\frac{0.5a_1-0.17a_2-0.004a_3}{0.17}\right|\right]\times$$

$$\times\frac{\left|-a_1+0.001a_2-0.00003a_3\right|}{\left[0.5a_1-0.17a_2-0.004a_3\right]^2}+\frac{\left|-b_1+0.002b_2-0.000004b_3\right|}{\left[1.7b_1-0.44b_2-0.001b_3\right]^2}\times$$

$$\times\left[\left|-1.7b_1+0.44b_2+0.001b_3\right|+0.44\ln\left|1-\frac{1.7b_1-0.44b_2-0.001b_3}{0.44}\right|\right]$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы: Справочник. - М.: Машиностроение, 1983.
2. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода. - М.: Энергия, 1976.
3. Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н. Синтез оптимального управления транспортными движениями манипуляционных роботов.: - Изв. АН СССР. МТТ, 1986, №4.
4. Красовский Н.Н. Теория управления движением. - М.: Наука, 1968.
5. Красовский Н.Н. Управление динамической системой.-М.: Наука, 1985.
6. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. - М.: Наука, 1989.
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1988.

Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию 23.11.1998