ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 52, №2, 1999 Механика

УДК 532.59.537.86

К ЗАДАЧЕ ТРАНСФОРМАЦИИ ПРИ ОТРАЖЕНИИ МАГНИТОУПРУГОЙ ВОЛНЫ

Петросян М.Р.

Մ.Ռ. Պետրոսյան
Անդրադարձված մագնիսաառաձգական ալիքի տրանսֆորմացիայի խնդրի մասին

Դիտարկվում են մագնիսաառաձգական նորմալ ալիքի կիսատարածության եզրից անդրադարձման երկու խնդիրներ: Ենթադրվում է, որ կիսատարածության եզրի վրա լարման թենզորի նորմալ և տեղափոխության շոշափող բաղադրիչները հավասար են զրոյի (Նավյեի պայման):

Առաջին դեպքում ընկնում է քվազիերկայնական իսկ երկրորդ դեպքում՝ քվազիլայնական ալիք: Երկու դեպքում էլ անդրադառնում են կապված քվազիերկայնական և քվազիլայնական ալիքներ:

Ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ դիտարկված դեպքերի համար տեղի ունի նույն տրանսֆորմացիայի պայմանը , այսինքն՝ ընկնող մի տիպի ալիքի փոխակերպումը մյուսի: Թվային հաշվումները ցույց են տալիս, որ ալիքի տրանսֆորմացիա հնարավոր է բավականին ուժեղ մագնիսական դաշտերի առկայության դեպքում:

M.R. Petrosyan
The Problem of transformation of the reflected magnetoelastic waves

Рассматриваются две задачи отражения магнитоупругой нормальной волны от границы полупространства. Предполагается, что на границе полупространства нормальная компонента тензора напряжения и касательная составляющая перемещения равны нулю (условия Навье).

В первом случае падает квазипродольная, а во втором - квазипоперечная волна. В обоих случаях отражаются связанные квазипродольная и квазипоперечная волны.

Полученные результаты показывают, что для указанных двух случаев имеет место одно и то же условие трансформации, т.е. преобразование одного типа падающей волны в другую.

Численные вычисления показывают, что трансформация волн возможна при достаточно сильных магнитных полях.

1. Рассматривается полупространство из идеально проводящего материала, на плоскую границу которого падает нормальная волна при наличии постоянного магнитного поля. Пусть граница полупространства совпадает с плоскостью $x = 0$ и начальное магнитное поле имеет компоненты

$$H_{01} \neq 0, H_{02} \neq 0$$

$$\overline{H}_0 = H_{01}\hat{i} + H_{02}\hat{j}$$

Имеем уравнения движения задачи плоской деформации

$$\left(C_l^2+V_2^2\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-V_1V_2\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$
$$\left(C_t^2+V_1^2\right)\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial x^2}-V_1V_2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial t^2} \tag{1.1}$$

где

$$V_k=\sqrt{\frac{\mu}{4\pi\rho}}H_{0k},\ k=1,2$$

$$C_l^2\equiv\frac{\lambda+2G}{\rho},\ C_t^2\equiv\frac{G}{\rho}$$

μ - магнитная проницаемость среды, λ и G - коэффициенты Ламе.

Система уравнений (1.1) определяет связанные квазипродольные и квазипоперечные волны.

Имеем также граничные условия Навье

$$\mathrm{v}=0,\ \sigma_{11}+t_{11}=0 \text{ при } x=0 \tag{1.2}$$

В правой части (1.2) пренебрегается член $t_{11}^{(e)}$, где t_{11} - тензор напряжений Максвелла для полупространства, а $t_{11}^{(e)}$ - для вакуума.

На границе раздела $x=0$ падает нормальная квазипродольная волна, а отражаются квазипродольная и квазипоперечная волны. Квазипродольная падающая волна удовлетворяет общему решению (1.1) [1], откуда с учетом $B_1=0$ получается

$$u_n=A_1\exp i\omega\left(t-\frac{x}{q_1}\right),\ \mathrm{v}_n=-aA_1\exp i\omega\left(t-\frac{x}{q_1}\right) \tag{1.3}$$

а решение для отраженной волны имеет вид

$$u_0=A_2\exp i\omega\left(t+\frac{x}{q_1}\right)-bB_2\exp i\omega\left(t+\frac{x}{q_2}\right)$$
$$\mathrm{v}_0=-aA_2\exp i\omega\left(t+\frac{x}{q_1}\right)+B_2\exp i\omega\left(t+\frac{x}{q_2}\right) \tag{1.4}$$

Для второго случая, когда падает квазипоперечная волна, а отражаются квазипродольная и квазипоперечная волны, имеем (с учетом $A_1=0$)

$$u_n=-bB_1\exp i\omega\left(t-\frac{x}{q_2}\right),\ \mathrm{v}_n=B_1\exp i\omega\left(t-\frac{x}{q_2}\right) \tag{1.5}$$

а решение для отраженной волны имеет вид, аналогичный (1.4), где

$$q_1 = \sqrt{p + \sqrt{p^2 - r}}, \quad q_2 = \sqrt{p - \sqrt{p^2 - r}}$$

$$p = \frac{1}{2}\left(C_l^2 + V_2^2 + C_t^2 + V_1^2\right), \; r = C_l^2 C_t^2 + V_1^2 C_t^2 + V_2^2 C_t^2$$

$$a = \frac{V_1 V_2}{q_1^2 - C_t^2 - V_1^2}, \quad b = \frac{V_1 V_2}{q_2^2 - C_l^2 - V_2^2}$$

Используя закон Гука для компонент тензора напряжений граничные условия при $x = 0$ приведем к виду

$$\text{v} = 0, \quad \left(\lambda + 2G + \frac{\mu}{4\pi} H_{02}^2\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\mu}{4\pi} H_{01} H_{02} \frac{\partial \text{v}}{\partial x} = 0 \qquad (1.6)$$

Подставляя значения u и v из (1.3) и (1.4) в (1.6) и вводя обозначения

$$\frac{C_l^2 + V_2^2 + V_1 V_2 a}{q_1} \equiv M, \quad \frac{\left(C_l^2 + V_2^2\right)b + V_1 V_2}{q_2} \equiv N$$

для падающей квазипродольной волны получим систему алгебраических уравнений, откуда и найдем амплитуды отраженной волны A_2 и B_2 посредством заданной амплитуды падающей волны A_1

$$A_2 = \frac{M + Na}{M - Na} A_1, \quad B_2 = \frac{2aM}{M - Na} A_1$$

При $A_2 = 0$ получается условие трансформации квазипродольной волны в квазипоперечную

$$M + Na = 0 \qquad (1.7)$$

Аналогично первому случаю, для падающей квазипоперечной волны, подставляя значения u_n и v_n из (1.5), а u_0 и v_0 из (1.4) в (1.6), найдем A_2 и B_2 посредством заданной амплитуды падающей квазипоперечной волны B_1

$$A_2 = -\frac{2N}{M - Na} B_1, \quad B_2 = -\frac{M + Na}{M - Na} B_1$$

При $B_2 = 0$ получается то же условие трансформации (1.7) квазипоперечной волны в квазипродольную, что и в случае трансформации квазипродольной в квазипоперечную, т.е.

$$\frac{C_l^2 + V_2^2 + V_1 V_2 a}{q_1} + \frac{\left(C_l^2 + V_2^2\right)b + V_1 V_2}{q_2} a = 0 \qquad (1.8)$$

Для численных вычислений уравнение (1.8) приводится к следующему безразмерному виду:

$$2\left[(\alpha_3+\alpha_1)^2-(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_2\alpha_3)\right]\sqrt{\frac{1}{4}(1+\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)^2-(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_2\alpha_3)+}$$
$$\overline{+2\alpha_1\alpha_2\times\left(\frac{1}{2}(1+\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)+\sqrt{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_2\alpha_3}\right)+}$$
$$+4(\alpha_3+\alpha_1)\left(\frac{1}{4}(1+\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)^2-(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_2\alpha_3)\right)=0$$

где

$$\frac{V_1^2}{C_l^2}\equiv\alpha_1,\ \frac{V_2^2}{C_l^2}\equiv\alpha_2,\ \frac{C_t^2}{C_l^2}\equiv\alpha_3,\ 0<\alpha_3<0.5$$

Таблица 1

α_1	α_2	α_3
0.1	0.68	0
0.1	0.43	0.3
0.1	0.77	0.5

Таблица 2

α_1	α_2	α_3
0.1	0.43	0.3
0.01	0.31	0.3
0.001	0.30	0.3

В табл. 1 и 2 приведены значения α_1, α_2 и α_3. В табл. 1 приведены значения α_2 при постоянном α_1 и переменном α_3, а в табл. 2 – при постоянном α_3 и переменном α_1. Из табл. 1 и 2 видно, что только при существовании достаточно сильных полей выполняется вышеуказанная трансформация.

Надо отметить, что в задачах падения квазипродольной [1] и квазипоперечной волнах, когда на границе полупространства выполняется условие скользящего контакта, только при существовании более сильных магнитных полей, чем в случае Навье, выполняется условие трансформации.

2. Возвращаясь к вышесказанному предположению $t_{11}^{(e)}=0$, обсудим случай, когда в граничном условии (2) не пренебрегается член $t_{11}^{(e)}$.

Рассматриваются две среды, которые разделены плоскостью $x=0$. Одна из сред представляет собой полупространство из идеально проводящего материала $(x>0)$, а другая – вакуум $(x<0)$. Среды находятся в постоянном магнитном поле, компоненты которого $H_{01}=0$ и $H_{02}\neq0$. На границу раздела падает нормальная одномерная продольная волна.

Уравнения задачи следующие:

$$\left(C_l^2+V_2^2\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\qquad x>0 \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial^2 h_2^{(e)}}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 h_2^{(e)}}{\partial t^2},\quad \frac{1}{c}\frac{\partial e_3^{(e)}}{\partial t}=\frac{\partial h_2^{(e)}}{\partial x}\qquad x<0 \tag{2.2}$$

где $h^{(e)}$ и $e^{(e)}$ —возмущения электромагнитного поля для вакуума.

На границе раздела $x=0$ должны выполняться условия

$$\sigma_{11}+t_{11}=t_{11}^{(e)},\quad e_3=e_3^{(e)},\quad x=0 \tag{2.3}$$

Падающая и отраженная волны в соответствии с решением уравнения (2.1) задаются в виде

$$u_n=A\exp i(\omega t-kx)\qquad k=\frac{\omega}{\sqrt{C_l^2+V_2^2}}$$

$$u_0=B\exp i(\omega t+kx)$$

Согласно (2.2) для прошедшей электромагнитной волны имеем

$$h_2^{(e)}=C\exp i(\omega t-k_1x)\qquad k_1=\frac{\omega}{c}$$

$$e_3^{(e)}=-C\exp i(\omega t-k_1x).$$

Подставляя решения в граничные условия (2.3), получим

$$B=\frac{1+\chi}{1-\chi}A,\quad C=-\frac{2i\omega H_{02}}{1-\chi}A$$

где

$$\chi=\frac{V_2^2}{c\sqrt{C_l^2+V_2^2}}$$

Таким образом, можно принять вышесделанное пренебрежение членом $t_{11}^{(e)}$ с точностью $\chi<<0.5$

Литература

1. Белубекян М.В. Введение в теорию магнитоупругости.- Ереван: ЕГУ, 1997. 36 с.
2. Новацкий В.М. Теория упругости. - М.: Мир, 1975. 872 с.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
22.12.1997