ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 51, №4, 1998 Механика

УДК 62.50

ОПТИМИЗАЦИ Я КОНФИГУРАЦИЙ И НАПРАВЛЕНИЙ ПОВОРОТОВ ЗВЕНЬЕВ ДВУЗВЕННОГО МАНИПУЛ ЯТОРА ПО КОМБИНИРОВАННЫМ КРИТЕРИ ЯМ КАЧЕСТВА

Аветисян В.В.

Վ.Վ. Ավետիսյան

Երկօղ մանիպուլյատորի կոնֆիգուրացիայի և թևերի պտտման ուղղությունների օպտիմիզացիան ըստ որակի կոմբինացված ցուցանիշի

Առաջարկվում է դիագրամային եղանակ, որը հնարավորություն է տալիս երկօղ մանիպուլյատորի վերջնական կոնֆիգուրացիայի և թևերի պտտման ուղղությունների ընտրման շնորհիվ ապահովել մանիպուլյատորի բռնիչի բերելը աշխատանքային գոտու տրված դիրք՝ օպտիմալ՝ ըստ որակի կոմբինացված ցուցանիշի:

V.V. Avetisyan

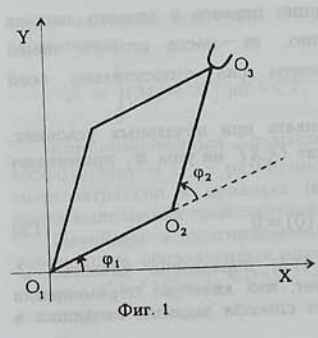
Optimization of configurations and directions of rotations of two-link manipulators by the combined criteria of quality

Предлагается диаграммный способ выбора конечной конфигурации и направлений поворотов звеньев манипулятора, обеспечивающих оптимальное по заданному критерию приведение схвата манипулятора в заданное положение в рабочей зоне.

1. В плоскопараллельном движении двузвенного манипулятора, имеющего прямолинейные и одинаковые по длине, равные a, звенья, декартовы координаты (x, y) схвата O_3 однозначно определяются обобщенными координатами φ_1, φ_2

$$x = a[\cos\varphi_1 + \cos(\varphi_1 + \varphi_2)], \quad y = a[\sin\varphi_1 + \sin(\varphi_1 + \varphi_2)] \tag{1.1}$$

Примем, что отсчет углов φ_1 и φ_2 ведется против часовой стрелки от соответствующих прямых O_1X и O_1O_2 соответственно (фиг.1).



Фиг. 1

Из (1.1) следует, что каждому положению (x, y) схвата отвечают две конфигурации. Обозначим их через $\{\varphi_1(x,y), \varphi_2(x,y)\}^{(p)}$, $p = \pm 1$. В дальнейшем для краткости аргументы (x, y) функций $\varphi_i(x, y)$ будут опускаться. Значению $p = +1$ отвечает конфигурация, при которой $0 \le \varphi_2 \le \pi$, а значению $p = -1$ – $\pi \le \varphi_2 \le 2\pi$. Между углами $\varphi_i^T, i = 1,2$, отвечающими различным значениям p, имеется следующая связь:

$$\varphi_1^T|_{p=-1} = \varphi_1^T|_{p=1} + \varphi_2^T|_{p=1}, \quad \varphi_2^T|_{p=-1} = 2\pi - \varphi_2^T|_{p=1} \tag{1.2}$$

Предположим, что рассматриваемый манипулятор в своем движении допускает изменение углов $\Delta\varphi_i, \Delta\varphi_i = \varphi_i - \varphi_i^0$ в диапазонах $\Omega = \{\Delta\varphi_i : |\Delta\varphi_i| \le 2\pi, i = 1,2\}$. Такое допущение позволяет перемещать схват из любого начального положения в заданное положение в рабочей зоне. Отметим, что пары обобщенных координат $(\varphi_1, \varphi_2), (\varphi_1 - 2\pi, \varphi_2), (\varphi_1, \varphi_2 - 2\pi), (\varphi_1 - 2\pi, \varphi_2 - 2\pi)$ определяют одну и ту же конфигурацию манипулятора. Однако, приведенные выше различные параметрические представления этой конфигурации несут информацию о способе приведения манипулятора в данную конфигурацию из исходного положения $(\varphi_1^0 = 0, \varphi_2^0 = 0)$. Так, например, пара $(\varphi_1, \varphi_2), \varphi_1 > 0, \varphi_2 > 0$ означает, что для прихода в соответствующую конфигурацию первое звено было повернуто на угол φ_1, а второе – на угол φ_2 против часовой стрелки, в то время как $(\varphi_1 - 2\pi, \varphi_2)$ означает, что для приведения в ту же самую конфигурацию первое звено было повернуто на угол $2\pi - \varphi_1$ по часовой стрелке, а второе - на угол φ_2 против часовой стрелки.

В соответствии с этим любую конфигурацию можно задавать в одной из следующих четырех форм:

$$\{\varphi_1^T, \varphi_2^T\} = (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n, \quad n = 1,2,3,4, \qquad (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_1 = (\varphi_1^T, \varphi_2^T)$$
$$(\varphi_1^T, \varphi_2^T)_2 = (\varphi_1^T - 2\pi, \varphi_2^T), \; (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_3 = (\varphi_1^T, \varphi_2^T - 2\pi)$$
$$(\varphi_1^T, \varphi_2^T)_4 = (\varphi_1^T - 2\pi, \varphi_2^T - 2\pi), \qquad 0 \le \varphi_1^T, \varphi_2^T \le 2\pi \tag{1.3}$$

Четыре различных способа в (1.3), отвечающие сочетаниям поворотов по часовой стрелке и против часовой стрелки и осуществляющие заданный переход на плоскости $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)$, определяют четыре различные точки вида $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n, n = 1,2,3,4$.

Рассмотрим модель статически уравновешенным вторым звеном двузвенного манипулятора, движения которого описываются уравнениями и ограничениями

$$(I_1 + I_2 + ma^2)\ddot{\varphi}_1 + I_2\ddot{\varphi}_2 = M_1, \qquad I_2\ddot{\varphi}_1 + I_2\ddot{\varphi}_2 = M_2 \tag{1.4}$$
$$|M_1| \le M_1^0, \quad |M_2| \le M_2^0, \quad M_i^0 > 0, \quad i = 1,2. \tag{1.5}$$

В (1.4), (1.5) I_1, I_2 – моменты инерции первого и второго звеньев относительно осей O_1, O_2 соответственно, m – масса второго звена, M_1, M_2 – главные управляющие моменты сил относительно осей шарниров O_1, O_2 соответственно.

Систему (1.4), (1.5) будем рассматривать при начальных условиях, которые после поворота системы координат O_1XY на угол φ_1 принимают вид

$$\varphi_1(0) = 0, \;\; \dot{\varphi}_1(0) = 0, \;\; \varphi_2(0) = \varphi_2^0, \;\; \dot{\varphi}_2(0) = 0 \tag{1.6}$$

Допустим, что для системы (1.4), (1.5) определено качество J перемещения. Из вышесказанного следует, что качество перемещения системы (1.4), (1.5) зависит не только от способа задания, входящих в

(1.4), (1.5) управлений M_i, но и от значений параметров n и p, определяющих, соответственно, направление перемещения и тип конечной конфигурации рассматриваемого манипулятора. Поэтому для критерия оптимальности J имеем следующую зависимость:

$$J = J((\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n^{(p)}; M), \ (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n^{(p)} \in \Omega$$

$$M = (M_1, M_2), \ p = \pm 1, \ n = 1,2,3,4 \tag{1.7}$$

Отметим, что переход манипулятора из состояния (1.6) $\{\varphi_1, \varphi_2\} = \{0, \varphi_2^0\}$ в некоторое состояние $\{\varphi_1, \varphi_2\} = \{\varphi_1^T, \varphi_2^T\}$ равносилен переходу из нулевого состояния с конфигурацией $\{0,0\}$ в состояние, определяемое конфигурацией $\{\varphi_1^T, \varphi_2^T - \varphi_2^0\}$. Поэтому, не нарушая общности, дальнейшее рассмотрение можно вести при начальной конфигурации $\{\varphi_1^0, \varphi_2^0\} = \{0,0\}$.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления манипулятором. Пусть в начальный момент времени схват манипулятора находится в положении

$$\begin{aligned} x(0) &= a[\cos\varphi_1^0 + \cos(\varphi_1^0 + \varphi_2^0)] = x^0, \ \dot{x}(0) = 0 \\ y(0) &= a[\sin\varphi_1^0 + \sin(\varphi_1^0 + \varphi_2^0)] = y^0, \ \dot{y}(0) = 0 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Требуется выбрать способ управления $M = (M_1, M_2)$ манипулятором (1.4), (1.5), направления поворотов $n = 1,2,3,4$ звеньев и тип $p = \pm 1$ конечной конфигурации, которые обеспечивают

$$J^* = \min_p \min_n \min_M J[(\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n^{(p)}, M] \tag{1.9}$$

при приведении схвата в заданное положение в рабочей зоне с нулевой скоростью в момент окончания процесса

$$\begin{aligned} x(T) &= a[\cos\varphi_1^T + \cos(\varphi_1^T + \varphi_2^T)] = x^T, \ \dot{x}(T) = 0 \\ y(T) &= a[\sin\varphi_1^T + \sin(\varphi_1^T + \varphi_2^T)] = y^T, \ \dot{y}(T) = 0 \end{aligned} \tag{1.10}$$

2. Первый внутренний минимум в (1.9) есть задача построения оптимального по заданному критерию J управления $M = (M_1, M_2)$ для системы (1.4),(1.5) с начальными условиями (1.6) и конечными условиями

$$\varphi_i(T) = \varphi_i^T, \ \dot{\varphi}_i(T) = 0, \ i = 1,2 \tag{2.1}$$

В качестве критерия J рассмотрим функционал (в размерных переменных)

$$J = \int_0^T (M_1^2 + M_2^2)dt + CT, \ C \geq 0 \tag{2.2}$$

Комбинированный функционал (2.2) (с постоянным весовым коэффициентом C с размерностью мощности тепловыделения) наряду с энергозатратами в приводах (интегральный член) учитывает также и время выполнения транспортной операции (терминальный член).

Перейдем в соотношениях (1.4)-(1.6), (2.1), (2.2) к безразмерным переменным, обозначенным штрихами

$$t' = (M_2^0 m^{-1} a^{-2})^{1/2} t, \quad I_i' = I_i / ma^2, \quad M_i' = M_i / M_2^0$$

$$J_i' = (m^{-1}a^{-2})^{1/2}(M_2^0)^{-3/2} J_i,\ C' = C(M_2^0)^2,\ T' = (M_2^0 m^{-1}a^{-2})^{1/2} T,\ i = 1,2 \quad (2.3)$$

Далее, опустив штрихи и сделав замену переменных

$$\psi_1 = (I_1 + I_2 + 1)\varphi_1 + I_2\varphi_2,\ \psi_2 = I_2\varphi_1 + I_2\varphi_2 \quad (2.4)$$

соотношения (1.4)-(1.6),(2.1), функционал (2.2) упрощаются и задача оптимального управления преобразуется к виду

$$\begin{gathered}
\ddot{\psi}_i = M_i,\ |M_i| \le M_i^0,\ i = 1,2,\ M_2^0 = 1 \\
\psi_i(0) = I_2\varphi_2^0,\ \dot{\psi}_i(0) = 0,\ \dot{\psi}_i(T) = 0,\ i = 1,2 \\
\psi_1(T) = (I_1 + I_2 + 1)\varphi_1^T + I_2\varphi_2^T,\ \psi_2(T) = I_2\varphi_1^T + I_2\varphi_2^T \\
J = \int_0^T (M_1^2 + M_2^2)dt + CT \to \min.
\end{gathered} \quad (2.5)$$

Оптимальные траектории, управления и соответствующее им значение функционала в задаче (2.5) (без учета ограничений на $M_i, i = 1,2$) имеют вид [1]

$$\psi_i = 3\psi_i^T T^{-2} t^2 - 2\psi_i^T T^{-3} t^3,\quad M_i = -12\psi_i^T T^{-3} t + 6\psi_i^T T^{-2},\ i = 1,2$$

$$J = 12T^{-1}[(\psi_1^T)^2 + (\psi_2^T)^2] + CT,\quad T = T^* = \left\{36\left[(\psi_1^T)^2 + (\psi_2^T)^2\right]^2\right\}^{1/4} \quad (2.6)$$

Оптимальные управления M_i, $i = 1,2$ (2.6) должны удовлетворять ограничениям (2.5) при всех $t \in [0, T^*]$. Поскольку управления (2.6), как функции линейны относительно t, то выполнение ограничений (2.5) достаточно требовать при $t = 0$ и $t = T^*$, что в конечном итоге (в переменных $\varphi_i, i = 1,2$ (2.4)) приводит к выполнению следующих неравенств относительно φ_i^T, $i = 1,2$:

$$\begin{gathered}
6|(\alpha_i\varphi_1^T + \beta_i\varphi_2^T)\{36[(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)(\varphi_1^T)^2 + 2(\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2)\varphi_1^T\varphi_2^T + \\
+(\alpha_2^2 + \beta_2^2)(\varphi_2^T)^2]\}^{-1/2}| \le M_i^0 \\
\alpha_1 = I_1 + I_2 + 1,\ \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = I_2,\ i = 1,2,\ M_2^0 = 1
\end{gathered} \quad (2.7)$$

Таким образом, управления (2.6), (2.4) обеспечивают минимум функционалу качества J при ограничениях (2.5) и граничных условиях (1.6), (2.1) для тех и только тех конечных значений φ_i^T, $i = 1,2$, которые удовлетворяют неравенствам (2.7).

3. Вместо многократного вычисления функционала (1.9), при определении второго и третьего минимумов (по n и p) для каждой точки $\{\varphi_1, \varphi_2\} = \{\varphi_1^T, \varphi_2^T\}$, предлагается следующий диаграммный способ [2,3], позволяющий определить J в зависимости от положения точки в конфигурационной плоскости $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)$. Введем на плоскости $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)$ новые координатные системы с началами K_n в точках $K_1(0,0), K_2(2\pi,0), K_3(0,2\pi), K_4(2\pi,2\pi)$, что соответствует преобразованиям координат. При таком переходе квадратная область Ω перейдет на квадратную область $\Phi = \{(\varphi_1^T, \varphi_2^T): 0 \le \varphi_1^T, \varphi_2^T \le 2\pi\}$. Точки $\{\varphi_1^T, \varphi_2^T\}_n \in \Omega$, $n = 1,2,3,4$ можно рассматривать как одну точку $(\varphi_1^T, \varphi_2^T) \in \Phi$, но относительно системы координат $K_n\varphi_1^T\varphi_2^T$, $n = 1,2,3,4$. Таким образом, все исследования можно провести в области Φ. Если в

(2.6) перейти к переменным φ, (2.4), то в итоге, согласно (1.3), в каждой точке области Φ будем иметь четыре представления для функционала (2.6). Для краткости, эти представления запишем в следующей удобной форме:

$$J^{(n)} = (2+6C)\cdot 6^{-1/2}\cdot[B(\psi_1^T,\psi_2^T,n)]^{1/4}$$

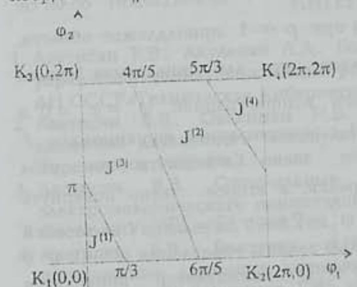
$$B(\psi_1^T,\psi_2^T,n)=\sum_{i=1}^{2}\left\{\psi_i^T-2\pi\left[\alpha_i\frac{1+(-1)^n}{2}+\beta_i\frac{(-1)^{n-1}-(-1)^n\operatorname{sign}(n-2)}{2}\right]\right\}$$

$$\psi_i^T=\alpha_i\varphi_1^T+\alpha_2\varphi_2^T,\ \ i=1,2,\ \ n=1,2,3,4 \qquad (3.1)$$

Оптимизация функционалов (3.1) относительно начала координат K_n, $n=1,2,3,4$ качественно зависит от значений параметров задачи и требует довольно громоздких вычислений, поэтому для иллюстраций предлагаемой методики рассмотрим манипулятор со следующими размерными параметрами, фигурирующими в (1.4), (1.5) [4]:

$$a=1\text{М},\ m=10\text{кг},\ I_1=I_2=(10/3)\text{кг/м}^2$$
$$M_1^0=2\text{н}\cdot\text{м},\ M_2^0=1\text{н}\cdot\text{м},\ T^*=8\text{ сек}. \qquad (3.2)$$

Параметр C, входящий в выражение (3.1), для функционала $J^{(n)}$ брался равным единице. После подстановки обезразмеренных по формуле (2.3) значений параметров (3.2) в выражение для функционалов $J^{(n)}$, $n=1,2,3,4$ (3.1) и их оптимизации на множестве конечных значений φ_i^T, i=1,2, удовлетворяющих неравенствам (2.7), относительно начал координат K_n, $n=1,2,3,4$ получим диаграмму, показанную на фиг. 2.



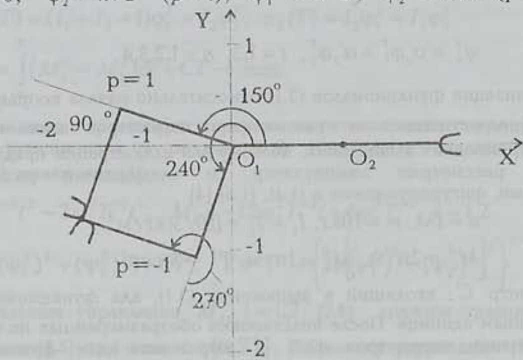
Фиг. 2

Задавшись начальным φ_2^0 и конечным значениями, из соответствующей диаграммы можно определить наилучшее в смысле минимума функционала качества направления поворотов звеньев, осуществляющие перемещения манипулятора в заданное конечное положение. Направления поворотов определяются в зависимости от верхнего индекса функционала, соответствующего той области, где лежит точка $(\varphi_1^T,\varphi_2^T)$. Для определения минимума функционала (1.9) по параметру p заметим, что конфигурации $\{\varphi_1^T,\varphi_2^T\}^{(1)}$ и $\{\varphi_1^T,\varphi_2^T\}^{(-1)}$, отвечающие одному и тому же положению схвата манипулятора, принадлежат области с одним и тем же верхним индексом $J^{(n)}$ или принадлежат областям с различными верхними индексами $J^{(n)}$, $n=1,2,3,4$. В обоих случаях простым вычислением значений функционалов с помощью (3.1) определяются оптимальные значе[illegible]я $p=1$ или $p=-1$.

По предложе[illegible] методике проводилась оптимизация движений по критерию (2.3) также и для электромеханической модели двузвенного манипулятора [3,5]. Результаты расчетов (не приводимые здесь) показали, что учет динамики приводов вносит заметное уточнение в определении оптимальных перемещений двузвенного манипулятора.

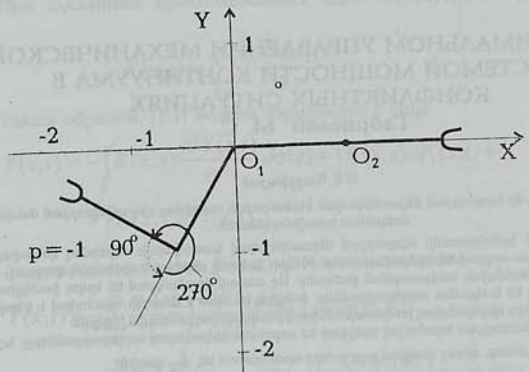
4. Примем, что манипулятор характеризуется размерными параметрами, фигурирующими в (3.2). Начальные и конечные координаты схвата манипулятора возьмем в виде $x^0 = 2$м, $y^0 = 0$, $x^T = -1.87$м, $y^T = -0.37$м. Им в первичных угловых переменых (в радианах) отвечают следующие начальные и конечные условия (1.1), (1.2), удовлетворяющие неравенствам (2.7), (фиг. 3.1):

$$\varphi_1^T = 5\pi/6, \quad \varphi_2^T = \pi/2 \quad (p=1), \quad \varphi_1^T = 4\pi/3, \quad \varphi_2^T = 3\pi/2 \quad (p=-1) \quad (4.1)$$



Фиг. 3.1

Из диаграммы фиг. 2, построенной для манипулятора (3.2), (1.4), находим, что конечная точка (4.1) при $p=1$ принадлежит области, обозначенной через $J^{(3)}$, а точка (4.1) при $p=-1$ принадлежит области, обозначенной через $J^{(2)}$. Это означает, что для приведения схвата манипулятора, определяемая начальной конфигурацией $\varphi_1^0 = \varphi_2^0 = 0$, в конечную конфигурацию (4.1)($p=1$) с минимизацией функционала J необходимо согласно (1.3) первое звено повернуть на угол $\varphi_1^T = 5\pi/6 = 150^\circ$ против часовой стрелки, а второе звено повернуть относительно первого звена на угол $\varphi_2^T = 2\pi - \pi/2 = 270^\circ$ по часовой стрелке, используя при этом оптимальные законы управления (2.6),(2.4). В конечную конфигурацию (4.1) ($p=-1$) манипулятор приводится поворотом первого звена по часовой стрелке на угол $\varphi_1^T = 2\pi - 4\pi/3 = 120^\circ$ и поворотом второго звена относительно первого на угол $\varphi_2^T = 3\pi/2 = 270^\circ$ против часовой стрелки. Если по формулам (3.1) вычислить значения функционалов $J^{(2)}$ и $J^{(3)}$, то получим, что $J^{(2)} \approx 69.5$ и $J^{(3)} \approx 232.1$. Это означает, что для приведения схвата манипулятора в заданное положение необходимо выбрать конечную конфигурацию, отвечающую значению $p=-1$. Зафиксируем теперь, конфигурацию, отвечающую значению $p=-1$ (фиг. 3.2). Здесь оптимальным, на первый взгляд, кажется поворот второго звена относительно первого на угол $\varphi_2^T = \pi/2 = 90^\circ$ по часовой стрелке, наряду с поворотом первого звена на угол $\varphi_1^T = 2\pi/3 = 120^\circ$ по часовой стрелке. Этим значениям конечных точек φ_1^T, φ_2^T и указанным направлениям поворотов звеньев соответствует значение функционала $J^{(4)} \approx 83.8$, что намного больше от минимального значения функционала, определяемого в этой же точке согласно диаграмме фиг. 2.



Фиг. 3.2

Предложенный в работе диаграммный способ требует небольшого объема вычислений и может быть использован для расчета оптимальных и субоптимальных программных движений манипуляционных роботов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аветисян В.В., Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н. Оптимизация режимов управления манипуляционными роботами с учетом энергозатрат. – Изв. АН СССР. Техническая Кибернетика, 1987, №3.
2. Аветисян В.В., Овакимян Н.В. Оптимальные плоско-параллельные движения двузвенного манипулятора. – Изв. РАН. Теория и Системы Управления, 1995, № 3.
3. Аветисян В.В. Оптимальные по энергозатратам перемещения электромеханического манипуляционного робота. – Изв. РАН. Теория и Системы Управления, 1996, №4.
4. Аветисян В.В., Болотник Н.Н., Черноусько Ф.Л. Оптимальные программные движения двузвенного манипулятора. – Изв. АН СССР. Техническая Кибернетика, 1985, №3.
5. Аветисян В.В. Оптимизация транспортных движений манипуляционных роботов с ограничением на мощность тепловыделения. – Изв. АН СССР. Техническая Кибернетика, 1987, №4.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
3.12.1996