

УДК 532.516

**О РАЗВИТИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ  
 ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СТЕНКАМИ**

Бабаджанян Г.А.

Գ.Հ. Բաբաջանյան

Մտածելիկ հեղուկի ոչ ստացիոնար շարժման զարգացումը, քափանցիկ զուգահեռ  
 հարթությունների միջև

Հողվածում բննարկվում է կոսյան (նածուցիկ) անսեղմելի հեղուկի ոչ ստացիոնար շարժման զարգացումը ծախսովից սրտեղբով կարգի խորակալում: Շարժման ուսումնասիրությունը բերվում է Նալեյ-Ստորիկ հավասարումների հաստով ձևով գծայնացված համակարգի լուծմանը, համապատասխան սկզբնական և եզրային պայմանների առկայությամբ: Օգտվելով Լուայտիկ կրկնակի ինտեգրալ մեթոդից, կախված է կոսյան ստացված հավասարումների (արագություն, ճնշում, շփման ուժ) փոփոխման օրենքները կախված կետի կոորդինատներից և ժամանակից: Առավել հետաքրքրող է ներկայացնում, հատկապես շփման ուժի համար ստացված արդյունքները: Պարզվում է, որ պատկերի ծախսովից սրտեղբով փոքրացնում է շփման ուժի մեծությունը, որը ունի գործնական նշանակություն:

G.H. Babajanian

On the development of nonstationary viscous liquid motion between parallel permeable walls

Задачи о развитии течения вязкой жидкости в проницаемых трубах помимо теоретического интереса имеют также многочисленные приложения в различных отраслях современной техники, промышленности, сельского хозяйства, медицины и т.д. Интерес к таким задачам особенно повышается, когда движение жидкости имеет нестационарный характер, т.е. течение жидкости развивается не только по координатам, но и по времени. В этих случаях решения усложняются, так как на характер движения влияют не только граничные, но и начальные условия, дифференциальные уравнения движения становятся сложными и трудно поддающимися решению.

В предлагаемой работе рассматривается нестационарное изотермическое течение нежимаемой вязкой жидкости в плоском канале с проницаемыми стенками.

1. Предположим, что поступающая в плоский канал жидкость во всех точках входного сечения в начале движения имеет постоянную, равномерно-распределенную по сечению скорость ( $U$ ) и постоянное давление ( $P_H$ ). Дальнейшее течение жидкости происходит в канале, стенки которого проницаемы с заданной постоянной скоростью отсоса или вдува ( $V_0$ ).

Требуется определить развитие движения жидкости со временем и по координатам, принимая, параллельные стенки канала неограниченными по осям  $OX$  и  $OZ$ .

Пренебрегая действием силы тяжести, рассматривая движение жидкости плоско-параллельным и неустановившимся, для решения поставленной задачи используем следующую систему исходных уравнений:

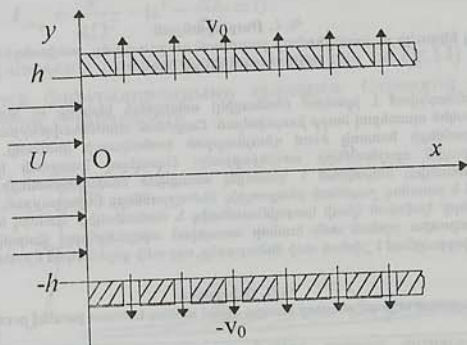
$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + U \frac{\partial v_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (1.1)$$

Эта система получена из уравнений Навье-Стокса с частичным учетом слагаемых от ускорения и вязкости.

В системе уравнений (1.1)  $v_x$  и  $v_y$  — компоненты скорости потока по осям  $ox$  и  $oy$ , соответственно,  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости жидкости. Принимая расстояние между плоскостями равным  $2h$  и начало координат на оси симметрии канала (фиг. 1), начальные и граничные условия задачи примут вид:

$$\begin{aligned} \text{при } t = 0, x = 0 \quad & v_x = U, v_y = 0, p = p_H \\ \text{при } t > 0, x > 0, y = h \quad & v_x = 0, v_y = v_0 = \text{const} \\ \text{при } t > 0, x > 0, y = -h \quad & v_x = 0, v_y = -v_0 \end{aligned} \quad (1.2)$$



Фиг. 1. Схема плоского канала с параллельными пористыми стенками

Отметим, что если в условиях (1.2) для величин скорости  $v_y$  на верхней и нижней стенках взять обратные знаки, то вместо отсоса будет иметь место вдув жидкости в трубу. При решении задач удобно перейти к безразмерным величинам

$$\xi = \frac{x}{h}, \quad \eta = \frac{y}{h}, \quad u = \frac{v_x - U}{U}, \quad v = \frac{v_y}{U}, \quad \Phi = \frac{p - p_H}{\rho U^2}, \quad T = \frac{U}{h} t$$

тогда система уравнений (1.1) и краевые условия (1.2) примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial T} + \frac{\partial u}{\partial \xi} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{1}{R_e} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\text{при } T = 0, \xi = 0 \quad u = 0, v = 0, \Phi = 0$$

$$\text{при } T > 0, \xi > 0, \eta = 1 \quad u = -1, v = \frac{v_0}{U}$$

$$\text{при } T > 0, \xi > 0, \eta = -1 \quad u = -1, v = -\frac{v_0}{U} \quad (1.4)$$

Здесь  $R_e = \frac{Uh}{\nu}$  — число Рейнольдса.

2. Решим задачу методом операционного исчисления. Применяя двумерное интегральное преобразование Лапласа к уравнениям (1.3) и краевым условиям (1.4) по переменным  $\xi$  и  $T$ , получим

$$\frac{d^2 \bar{u}}{d\eta^2} - R_c(s_1 + s_2) \bar{u} = R_c s_1 \bar{\Phi}$$

$$\frac{d\bar{\Phi}}{d\eta} = 0, \quad s_1 \bar{u} + \frac{d\bar{v}}{d\eta} = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{при } T = 0, \xi = 0 \quad \bar{u} = 0, \quad \bar{\Phi} = 0$$

$$\text{при } T > 0, \xi > 0, \eta = 1 \quad \bar{u} = -\frac{1}{s_1 s_2}, \quad \bar{v} = \frac{v_0}{s_1 s_2 U}$$

$$\text{при } T > 0, \xi > 0, \eta = -1 \quad \bar{u} = -\frac{1}{s_1 s_2}, \quad \bar{v} = -\frac{v_0}{s_1 s_2 U} \quad (2.2)$$

где

$$\bar{u}(s_1, s_2, \eta) = \int_0^\infty \int_0^\infty \exp[-(s_1 \xi + s_2 T)] u(\xi, \eta, T) d\xi dT$$

$$\bar{v}(s_1, s_2, \eta) = \int_0^\infty \int_0^\infty \exp[-(s_1 \xi + s_2 T)] v(\xi, \eta, T) d\xi dT$$

$$\bar{\Phi}(s_1, s_2) = \int_0^\infty \int_0^\infty \exp[-(s_1 \xi + s_2 T)] \Phi(\xi, T) d\xi dT$$

а  $s_1$  и  $s_2$  — параметры двумерного преобразования Лапласа по переменным  $\xi$  и  $T$  соответственно.

Общим решением первого уравнения системы (2.1) является

$$\bar{u} = C_1 e^{\beta \eta} + C_2 e^{-\beta \eta} - \frac{s_1 \bar{\Phi}}{s_1 + s_2} \quad (2.3)$$

где

$$\beta^2 = R_c(s_1 + s_2)$$

Определяя постоянные интегрирования из граничных условий (2.2), решение уравнения (2.1) примет следующий вид:

$$\bar{u} = \left( \frac{\text{ch} \beta \eta}{\text{ch} \beta} - 1 \right) \frac{s_1 \bar{\Phi}}{s_1 + s_2} - \frac{1}{s_1 s_2} \frac{\text{ch} \beta \eta}{\text{ch} \beta} \quad (2.4)$$

Подставляя (2.4) в третье уравнение системы (2.2), интегрируя по переменной  $\eta$  в пределах от 1 до -1 с учетом граничных условий (2.2)

для значения функции  $\bar{\Phi}(s_1, s_2)$  получим:

$$\bar{\Phi}(s_1, s_2) = \frac{(s_1 + s_2) \text{th} \beta}{s_1^2 s_2 (\text{th} \beta - \beta)} - \frac{v_0 \beta (s_1 + s_2)}{s_1^3 s_2 U (\text{th} \beta - \beta)} \quad (2.5)$$

Применяя двумерное обратное преобразование Лапласа к уравнениям (2.4), (2.5) и переходя к первоначальным переменным, для искомых величин  $v_x$  и  $p$ , получим:

$$v_x = U \left\{ \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{y^2}{h^2} \right) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\cos \gamma_n y / h}{\cos \gamma_n} \right) \frac{1}{\gamma_n^2} \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 v x}{U h^2} \right) - \right. \\ \left. - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\cos \lambda_n y / h}{\cos \lambda_n} \right) \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 v t}{h^2} \right) - \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 v x}{U h^2} \right) \right] \right\} + v_0 \left\{ \frac{3}{2} \left( \frac{y^2}{h^2} - 1 \right) \frac{x}{h} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{Uh}{8v} \left( \frac{y^4}{h^4} - 1 \right) - \frac{3Uh}{20v} \left( \frac{y^2}{h^2} - 1 \right) - \frac{2Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\cos \gamma_n y / h}{\cos \gamma_n} \right) \frac{1}{\gamma_n^4} \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + \\
& + \frac{2(x-Ut)}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\cos \lambda_n y / h}{\cos \lambda_n} \right) \frac{1}{\lambda_n^2} \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \\
& - \frac{2Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\cos \lambda_n y / h}{\cos \lambda_n} \right) \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \quad (2.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p &= p_H - \rho U^2 \left\{ \frac{3vx}{Uh^2} + \frac{1}{5} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n^2} \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + \frac{2(x-Ut)v}{Uh^2} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{Uh^2} \right) - \right. \\
& - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] - \frac{v_0}{U} \left[ \frac{3vx^2}{2Uh^3} - \frac{6x}{5h} - \frac{Uh}{175v} + \right. \\
& + \frac{2Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n^2} \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + \frac{(x-Ut)^2}{Uh^3} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \\
& \left. - \frac{2(x-Ut)}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) + \frac{2Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \right\} \quad (2.7)
\end{aligned}$$

Из третьего уравнения системы (1.3) определим  $v_y$

$$\begin{aligned}
v_y &= \frac{2v}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \right) \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \gamma_n y / h}{\sin \gamma_n} \right) \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) - \\
& - v_0 \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{y^3}{h^3} - \frac{3y}{h} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \gamma_n y / h}{\sin \gamma_n} \right) \frac{1}{\gamma_n^2} \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + \right. \\
& \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \right) \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \right\} \quad (2.8)
\end{aligned}$$

В формулах (2.6)–(2.8)  $\lambda_n = -i\sqrt{R_e(s_1 + s_2)}$  и  $\gamma_n = -i\sqrt{R_e s_1}$  являются действительными корнями уравнения  $\operatorname{tg} \lambda_n = \lambda_n$  и  $\operatorname{tg} \gamma_n = \gamma_n$  соответственно.

Сила трения определяется по формуле

$$\begin{aligned}
\tau &= \mu \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) = \frac{\mu U}{h} \left\{ -\frac{3y}{h} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \left[ \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] - \right. \\
& - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \gamma_n y / h}{\sin \gamma_n} \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) \left. \right\} - \frac{\mu v_0}{h} \left\{ \frac{3xy}{h^2} + \frac{Uy^3}{2vh^2} - \frac{3Uy}{10v} - \right. \\
& - 2 \frac{Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n^2} \frac{\sin \gamma_n y / h}{\sin \gamma_n} \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + \frac{2(x-Ut)}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \\
& - 2 \frac{Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \left[ \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( -\frac{\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] + \\
& \left. + \frac{2\mu v^2}{Uh^3} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \gamma_n y / h}{\sin \gamma_n} \right) \gamma_n^2 \exp \left( -\frac{\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) - \right. \right.
\end{aligned}$$

$$-\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \right) \lambda_n^2 \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \Bigg\} + \quad (2.9)$$

$$+ \frac{2\mu v_0 v}{Uh^2} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \gamma_n y / h}{\sin \gamma_n} \right) \exp \left( \frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \right) \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right]$$

Здесь  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости.

Силы трения на стенках будут:

$$\begin{aligned} \tau_{y=h} = & -\frac{\mu U}{h} \left\{ 3 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( \frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{\mu v_0}{h} \left\{ \frac{3x}{h} + \frac{Uh}{5v} - \frac{2Uh}{v} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n^2} \exp \left( \frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + \frac{2(x-Ut)}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{2Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \right] \right\} \quad (2.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{y=-h} = & \frac{\mu U}{h} \left\{ 3 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( \frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \right\} - \\ & - \frac{\mu v_0}{h} \left\{ \frac{3x}{h} + \frac{Uh}{5v} - \frac{2Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) - \frac{2(x-Ut)}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{2Uh}{v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \right\} \quad (2.11) \end{aligned}$$

В случае непроницаемых стенок будем иметь:

$$\begin{aligned} v_x = & U \left\{ \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{y^2}{h^2} \right) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\cos \gamma_n y / h}{\cos \gamma_n} \right) \frac{1}{\gamma_n^2} \exp \left( \frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) - \right. \\ & \left. - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\cos \lambda_n y / h}{\cos \lambda_n} \right) \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \right\} \quad (2.12) \end{aligned}$$

$$v_y = \frac{2v}{h} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \gamma_n y / h}{\sin \gamma_n} \right) \exp \left( \frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{y}{h} - \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \right) \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \quad (2.13)$$

$$p = p_H - \rho U^2 \left\{ \frac{3vx}{Uh^2} + \frac{1}{5} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n^2} \exp \left( \frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + \frac{2(x-Ut)}{Uh^2} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \right.$$

$$\left. - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \right\} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \tau = & -\frac{\mu U}{h} \left[ \frac{3y}{h} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \gamma_n y / h}{\sin \gamma_n} \exp \left( \frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n y / h}{\sin \lambda_n} \times \right. \\ & \times \left[ \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2} \right) - \exp \left( \frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2} \right) \right] \quad (2.15) \end{aligned}$$

$$\tau_{y=h} = -\frac{\mu U}{h} \left\{ 3 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \exp\left(\frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2}\right) - \exp\left(\frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2}\right) \right] \right\} \quad (2.16)$$

$$\tau_{y=0} = \frac{\mu U}{h} \left\{ 3 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-\gamma_n^2 vx}{Uh^2}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \exp\left(\frac{-\lambda_n^2 vt}{h^2}\right) - \exp\left(\frac{-\lambda_n^2 vx}{Uh^2}\right) \right] \right\} \quad (2.17)$$

Отметим, что во всех формулах суммы со знаком "штрих" равны нулю при  $0 < x < Ut$  и отличны от нуля при  $x > Ut$  [1].

### 3. Анализ полученных результатов.

1. Формулы (2.6)–(2.11) определяют законы изменения характерных величин нестационарного течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале с проницаемыми стенками, когда скорость отсоса на стенках постоянна.
2. Из полученных формул видно, что проницаемость стенок существенно влияет на характер движения жидкости.
3. Важное практическое значение имеют результаты, полученные для силы трения в слоях жидкости и на стенках канала. Так, например, вычисления показывают, что сила трения при прочих равных условиях на проницаемых стенках меньше, чем на непроницаемых стенках.
4. Исследования результатов показывают, что из решения задачи о неустановившемся движении получается решение об установившемся движении при стремлении  $t$  к бесконечности.

5. Из результатов данной работы вытекает много различных частных случаев, исследованных другими авторами [2], [3], [4], [5].

6. Интересно отметить, что удовлетворением начальных и граничных условий не только доказывается равномерная сходимость бесконечных рядов, входящих в решение задачи, но и получаются значения некоторых бесконечных сумм в конечном виде. Так, например,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^4} = \frac{1}{350}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^4} \cos \lambda_n x = \frac{3}{40} x^2 - \frac{1}{16} x^4 - \frac{27}{2800},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \frac{\sin \lambda_n x}{\sin \lambda_n} = \frac{1}{4} x^2 - \frac{13}{20} x$$

где  $\lambda_n$  — действительные корни уравнения  $\operatorname{tg} \lambda_n = \lambda_n$ .

Работа выполнена в рамках научной темы №94-670 финансируемой государственными источниками Республики Армения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике.-М.: Изд. Наука, 1968. 230с.
2. Слезкин Н.А. О развитии течения вязкой жидкости между параллельными пористыми стенками.-ПММ, т. 21, вып. 4, 1967.
3. Тарг С.М. Основные задачи теории ламинарных течений.-М.-Л.: Гостехтеориздат, 1961. 249с.
4. Шлихтинг Г.А. Теория пограничного слоя.-М.: Изд иностр. лит., 1966. 241с.
5. Бабаджанян Г.А., Мнацаканян Р.Ж. О развитии течения вязкой жидкости между параллельными движущимися плоскостями.-Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1987, т. 40, №3, с. 49-53.

Ереванский  
государственный университет

Поступила в редакцию  
24.06.1996