

УДК 539.3

**УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖУЩЕЙСЯ ТОКОНЕСУЩЕЙ СТРУНЫ
 В МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

Ասանյան Դ.Ը.

Դ.Չ. Հասանյան

Շարժվող հոսանքակիր լարի կայունությունը մագնիսական դաշտում

Դիտարկվող աշխատանքում աստիճանաբար է շարժվող հոսանքակիր լարի ընդլայնական տատանումների կայունությունը համասեռ մագնիսական դաշտում: Ստացված է պարամետրերի տիրույթը, որի դեպքում լարը ընկնում է նախարատային վիճակի մեջ (այսինքն աստիճանների պարբերությունը կլկնույթատվում է):

D.J. Hasanian

Stability of moving current-carrying strange in magnetic field

В предлагаемой работе рассматривается устойчивость поперечных колебаний движущейся токонесущей струны в однородном магнитном поле. Получена область параметров задачи, при которых струна попадает в предкритическое состояние (т. е. когда частота колебаний удваивается).

1. Уравнения движений движущейся токонесущей струны

Пусть бесконечная токонесущая струна находится в однородном магнитном поле $\vec{B}_0 = B_0 \vec{i}_x$ ($B_0 = \text{const}$). Струна движется с постоянной скоростью $\vec{V} = V_0 \vec{i}_x$ ($V_0 = \text{const}$) сквозь двух колец, которые расположены на расстоянии l друг от друга. Движение струны исследуется в неподвижной декартовой системе координат (x, y, z) с единичными векторами $(\vec{i}_x, \vec{i}_y, \vec{i}_z)$. За начало координат примем центр одного из колец. При выводе основных уравнений, влияние сил тяжести и инерционные члены по направлению движения пренебрегаются, а вес единичной длины струны считается постоянным. Идентифицируем положение каждой материальной точки струны через ее длину дуги $s \in [0, l]$ (s - длина дуги от начала координат до исходной точки). Через $\vec{r}(s, t) = (x(s, t), y(s, t), z(s, t))$ обозначим перемещение точек струны в трехмерном евклидовом пространстве (в момент времени t). Пусть $|\vec{r}'(s, t)| = \sqrt{(\partial x / \partial s)^2 + (\partial y / \partial s)^2 + (\partial z / \partial s)^2}$ и по струне течет ток $\vec{I} = I_0(t) \vec{r}'(s, t)$.

При этих предположениях движение струны описывается системой уравнений (более подробно см. [1-5]).

$$\partial \vec{Q} / \partial s + \vec{F} = \rho \vec{R}, \quad \vec{Q} \times \vec{K} = 0, \quad (\partial \vec{r} / \partial s)^2 = 1 \quad (1.1)$$

где s - длина дуги струны от начала координат до исходной точки, \vec{k} - единичный вектор по касательной к струне ($\vec{k} = \partial \vec{r} / \partial s$);

$$\vec{F} = I_0 B_0 (\vec{k} \times \vec{i}_x); \quad R_x = 0; \quad R_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2V_0 \frac{\partial^2 y}{\partial s \partial t} + V_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} + \eta \frac{\partial y}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$R_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + 2V_0 \frac{\partial^2 z}{\partial s \partial t} + V_0^2 \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} + \eta \frac{\partial z}{\partial t}$$

а η - коэффициент вязкости. Вводя обозначения

$U(s, t) = y(s, t) + iz(s, t)$ из (1.1) с учетом (1.2) получим $Q_x = T_0 = \text{const}$, а для поперечных колебаний струны получим следующее нелинейное уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[T_0 \frac{\partial U}{\partial s} / \sqrt{1 - \left| \frac{\partial U}{\partial s} \right|^2} \right] - iI_0 B_0 \frac{\partial U}{\partial s} = \rho \left[\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial U}{\partial t} + 2V_0 \frac{\partial U}{\partial s \partial t} + V_0^2 \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} \right] \quad (1.3)$$

Уравнение (1.3) рассматривается при граничных условиях

$$U(0, t) = U(l, t) = 0 \quad (1.4)$$

При выводе уравнения (1.3) ограничения на ток I_0 не накладывались.

Оно может быть также нестационарным, т. е. $I_0 = I_0(t)$. Предположим,

что $s \approx x$, $1 - |\partial U / \partial s|^2 \approx 1$, тогда уравнение (1.3) линейризуется и принимает вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial s^2} - i \frac{I_0 B_0}{T_0} \frac{\partial U}{\partial s} - \frac{\rho}{T_0} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{\rho \eta}{T_0} \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{2V_0}{T_0} \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial t} - \frac{\rho V_0^2}{T_0} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} = 0 \quad (1.5)$$

2. Определение условия устойчивости в статическом и динамическом случаях

Сначала уравнение (1.3) с граничным условием (1.4) рассмотрим в статической постановке (т.е. $\frac{\partial}{\partial t} = 0$). Можно убедиться, что в этом случае точное решение нелинейного уравнения (1.3) будет

$$U(s) = A + B \cdot \exp[i\gamma s] \quad (2.1)$$

где A и B - постоянные, а параметр γ удовлетворяет условию

$$T_0 \gamma / \sqrt{1 - \gamma^2 |A|^2} = \rho V_0^2 \gamma + I_0 B_0 \quad (2.2)$$

Удовлетворяя граничным условиям (1.4), из нетривиальности решения получим $A = -B$; $\gamma = \gamma_k = 2\pi k / l$. Таким образом, для критических параметров задачи, при котором струна теряет статическую устойчивость (т.е. имеет нетривиальное решение), получим условие (2.2)

с учетом $\gamma = \gamma_k = \frac{2\pi k}{l}$ ($k = \pm 1, \pm 2, \dots$). Отметим, что аналогичное

условие для линейризованной задачи (1.4)-(1.5) получается в виде

$$\rho V_0^2 / T_0 \beta_k + I_0 B_0 / T_0 \beta_k = 1, \quad \gamma_k = \frac{2\pi k}{l} \quad (2.3)$$

которое можно получить также из (2.2) при предположении

$$1 - \gamma_k^2 |B|^2 \approx 1.$$

А теперь получим условие, когда струна теряет динамическую устойчивость (колебания по времени растут). В общем случае для задачи (1.3)-(1.4) получить это условие очень трудно. Поэтому, получим условие динамической потери устойчивости для линейризованной задачи (1.4)-(1.5). Представим решение задачи (1.5) в виде

$$U(s, t) = A \cdot \exp[\gamma_1 s + i\omega t] + B \cdot \exp[\gamma_2 s + i\omega t] \quad (2.4)$$

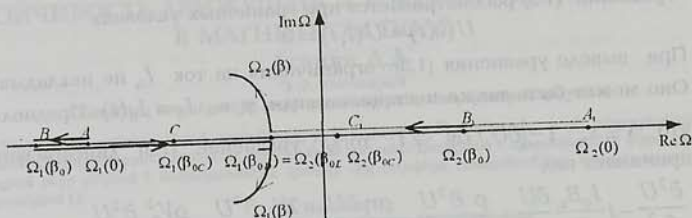
где $\gamma_{1,2} = [i(2\lambda + b\omega) \pm \sqrt{-(2\lambda + b\omega)^2 - 4ac\omega^2}] / 2c$;

$$a = \rho / T_0; b = 2aV_0; c = 1 - aV_0^2; \lambda = I_0 B_0 / 2T_0.$$

Удовлетворяя граничным условиям (1.4) и требуя, чтобы задача имела нетривиальное решение, получим

$$4\Omega^2 + 4\beta\sqrt{\alpha}\Omega + \lambda_k^2 - (1-\alpha)^2 = 0 \quad (2.5)$$

где $\Omega = \omega/\Omega_0$, $\Omega_0 = \lambda_k \sqrt{1/\alpha}$, $\beta = 2\lambda/\lambda_k$, $\lambda_k = 2\pi k/l$, $\alpha = aV_0^2$
 Уравнение (2.5) получено с учетом условий $0 \leq \beta$, $0 \leq \alpha \leq 1$. На фиг.1 (в случае $0 \leq \alpha \leq 0.25$) приведен примерный ход движения корней уравнения (2.5) в комплексной плоскости Ω по мере возрастания параметра β от 0 до ∞ .



Фиг.1

Движения корней начинаются с точек A и A_1 при $\beta = 0$. Точкам B и B_1 соответствует параметр $\beta = \beta_0 = \sqrt{\alpha(1-\alpha)}$; а точкам C и C_1 $-\beta = \beta_{0S} = 1-\alpha$; точкам D и D_1 $-\beta = \beta_{0D} = \sqrt{1-\alpha}$. Когда параметр β возрастает от 0 до $\beta = \beta_{0D}$ включительно, корни уравнения (2.5) движутся по действительной оси $\text{Re}\Omega$, которые соответствуют колебательным движениям струны. Начиная с $\beta = \beta_{0D}$, корни уравнения (2.5) выходят в комплексную плоскость. Начиная с этого значения, колебания струны со временем растут (струна теряет устойчивость). Параметр $\beta = \beta_{0S}$ - это то значение, при котором струна теряет статическую устойчивость (совпадает с формулой (2.3)). Как видно из вышеприведенного, $\beta_{0S} < \beta_{0D}$, т.е. статические и динамические подходы исследования устойчивости струны дают разные результаты (это, по-видимому, из-за неконсервативности задачи). Аналогичная картина наблюдается, когда $0.25 \leq \alpha \leq 0.5$. В этом случае получается $\Omega_1(\beta_0) < \Omega_1(\beta_{0C}) < \Omega_1(0) < \Omega_1(\beta_{0D})$. А в случае $0.5 \leq \alpha \leq 1$ получается $\Omega_1(\beta_0) < \Omega_1(\beta_{0C}) < \Omega_1(\beta_{0D}) < \Omega_1(0)$.

3. Исследование нелинейных колебаний струны в резонансных случаях

Предположим, что ток, протекающий по струне, задается выражением

$$I_0 = I_{01} + I_{02} \cos(\Omega t) \quad (3.1)$$

где I_{01} , I_{02} - постоянные. В общем случае нелинейное уравнение (1.3) с граничным условием (1.4) трудно поддается исследованию. Поэтому к уравнению (1.3) применим процесс ортогонализации Галеркина. Представим решение уравнения (1.3) в виде

$$U(s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \Phi_n(s) \quad (3.2)$$

где $\Phi_n(s) = \exp[i\lambda_n s]$, $\lambda_n = 2\pi n/l$ ($n = 0, 1, \dots$). Заметим, что из граничных условий (1.4) следует

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) = 0 \quad (3.3)$$

Введем следующее скалярное произведение $\langle a, b \rangle = \frac{1}{l} \int_0^l a(t) \overline{b(t)} dt$,

где функция $\overline{b(t)}$ – комплексно-сопряженное к $b(t)$. В дальнейшем, в ряду (3.2) удержим только два члена (члены с номером $n=0$ и $n=m$). Подставляя (3.1), (3.2) в (1.3) и применяя обычную процедуру ортогонализации Галеркина, для амплитуды колебания струны получим следующее нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\ddot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = -\varepsilon \left[2(\mu + i\gamma) \dot{X}(t) + g \cos(\Omega t) X(t) + \alpha X(t) |X(t)|^2 \right] \quad (3.4)$$

$$\text{где } \omega_0^2 = 1 - \frac{I_{01} B_0}{T_0 \lambda_m} - \frac{\rho V_0^2}{T_0}; \quad X(t) = \frac{A_m(t)}{\sqrt{\varepsilon}};$$

$$\Omega_0^2 = \frac{T_0 \lambda_m^2}{\rho}; \quad \mu = \frac{\eta}{2\varepsilon \Omega_0}, \quad \nu = \frac{V_0 \lambda_m}{\varepsilon \Omega_0}$$

$$g = \frac{B_0 I_{02}}{\varepsilon T_0 \lambda_m}; \quad \alpha = \frac{\lambda_m^2}{2}; \quad \varepsilon \ll 1.$$

При выводе уравнения (3.4) ограничивались кубической аппроксимацией для амплитуды колебания. В дальнейшем уравнение (3.4) исследуем в двух следующих случаях:

I) $\Omega \cong \omega_0$ и II) $\Omega \cong 2\omega_0$ (т.е. вблизи резонансных колебаний).

При исследовании применяется метод многих масштабов (МММ) [6].

1) Резонансное колебание струны около основного состояния ($\Omega \cong \omega_0$)

В этом случае примем

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \varepsilon \sigma_1 \quad (3.5)$$

где σ_1 – параметр расстройки. Уравнение (3.4) запишется в виде

$$\ddot{X} + \Omega^2 X = \varepsilon \left\{ \sigma_1 X - 2(\mu + i\nu) \dot{X} - g \cos \Omega t X - \alpha X |X|^2 \right\} \quad (3.6)$$

Положим

$$X(t, \varepsilon) = x_0(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon x_1(T_0, T_1, T_2) + \dots \quad (3.7)$$

где $T_n = \varepsilon^n t$ ($n = 0, 1, \dots$). Тогда временные производные принимают вид

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \dots, \quad \frac{d^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (2\varepsilon D_0 D_2 + D_1^2) + \dots \quad (3.8)$$

где $D_n = \partial / \partial T_n$. Подставляя (3.7), (3.8) в (3.6) и приравнявая коэффициенты одинаковых степеней по ε , получим

$$D_0^2 x_0 + \Omega^2 x_0 = 0 \quad (3.9)$$

$$D_0^2 x_1 + \Omega^2 x_1 = \sigma_1 x_0 - 2D_0 D_1 x_0 - 2(\mu + i\nu) D_0 x_0 - \alpha \overline{x_0} x_0^2 - \frac{g x_0}{2} (\exp[-i\Omega T_0] + \exp[i\Omega T_0]) \quad (3.10)$$

$$D_0^2 x_2 + \Omega^2 x_2 = \sigma_1 x_1 - 2D_0 D_2 x_0 - D_1^2 x_0 - 2D_0 D_1 x_1 - 2(\mu + i\nu) D_0 x_1 - 2(\mu + i\nu) D_1 x_0 - \alpha (x_0^2 \overline{x_1} + x_0 \overline{x_0} x_1) - \frac{g x_1}{2} (\exp[-i\Omega T_0] + \exp[i\Omega T_0]) \quad (3.11)$$

Поэтапно решая уравнения (3.9)-(3.11), получим выражения для x_0, x_1, x_2 и в силу (3.7) имеем

$$X(t, \varepsilon) \equiv X_{\omega_0}(t, \varepsilon) = Ae^{i\Omega t} + Be^{-i\Omega t} + \varepsilon \left\{ -\frac{g(A+B)}{2\Omega^2} + \frac{\alpha A^2 \bar{B}}{8\Omega^2} e^{3i\varepsilon\Omega t} + \frac{\alpha B^2 \bar{A}}{8\Omega^2} e^{-3i\varepsilon\Omega t} + \frac{gA}{6\Omega^2} e^{2i\varepsilon\Omega t} + \frac{gB}{6\Omega^2} e^{-2i\varepsilon\Omega t} \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (3.12)$$

Для функций $A(t)$ и $B(t)$ получим уравнения

$$-2i\Omega \dot{A} + \varepsilon \{ [\sigma_1 - 2i\Omega(\mu + i\nu)]A - 3\alpha A^2 B \} + \varepsilon^2 \{ [(\mu + i\nu)^2 + \frac{\sigma_1^2}{4\Omega^2} + \frac{g^2}{6\Omega^2}]A + \frac{g^2 B}{4\Omega^2} + \frac{3i\alpha}{\Omega} \left[\mu + i\nu + \frac{i\sigma_1}{2\Omega} \right] A^2 B + \frac{15\alpha^2}{8\Omega^2} A^3 B^2 \} = 0 \quad (3.13)$$

$$2i\Omega \dot{B} + \varepsilon \{ [\sigma_1 + 2i\Omega(\mu + i\nu)]B - 3\alpha B^2 A \} + \varepsilon^2 \{ [(\mu + i\nu)^2 + \frac{\sigma_1^2}{4\Omega^2} +$$

$$+ \frac{g^2}{6\Omega^2}]B + \frac{g^2 A}{4\Omega^2} + \frac{3i\alpha}{\Omega} \left[\mu + i\nu - \frac{i\sigma_1}{2\Omega} \right] AB^2 + \frac{15\alpha^2}{8\Omega^2} A^2 B^3 \} = 0 \quad (3.14)$$

Уравнения (3.13), (3.14) получены из (3.9)-(3.11) с учетом того, чтобы не возникали секулярные члены.

Стационарный режим, который представляет из себя предельный цикл или режим автоколебания, определяется из (3.13), (3.14) при условии $\dot{A} = \dot{B} = 0$. Заметим, что уравнение, описывающее стационарный режим, является алгебраическим и может быть решено численно.

2) Резонанс около главного состояния ($\Omega \approx 2\omega_0$)

Представив

$$\Omega^2 = 4(\omega_0^2 + \varepsilon\sigma_2) \quad (3.15)$$

и подставляя равенство (3.15) в (3.6) аналогично случаю I), для решения $X(t)$ получим

$$X(t) \equiv X_{2\omega_0}(t, \varepsilon) = Ae^{\frac{i\Omega t}{2}} + Be^{-\frac{i\Omega t}{2}} + \varepsilon \left\{ \left[\frac{\alpha A^2 \bar{B}}{2\Omega^2} + \frac{gA}{4\Omega^2} \right] e^{\frac{3i\varepsilon\Omega t}{2}} + \left[\frac{\alpha B^2 \bar{A}}{2\Omega^2} + \frac{gB}{4\Omega^2} \right] e^{-\frac{3i\varepsilon\Omega t}{2}} \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (3.16)$$

А для определения функций A и B в первом приближении получим уравнения

$$-i\Omega \dot{A} + \varepsilon \{ [\sigma_2 - i\Omega(\mu + i\nu) - \alpha(|A|^2 + 2|B|^2)]A - \frac{gB}{2} \} + O(\varepsilon^2) = 0 \quad (3.17)$$

$$i\Omega \dot{B} + \varepsilon \{ [\sigma_2 + i\Omega(\mu + i\nu) - \alpha(|B|^2 + 2|A|^2)]B - \frac{gA}{2} \} + O(\varepsilon^2) = 0 \quad (3.18)$$

Стационарный режим определяется из (3.17), (3.18) при условии $\dot{A} = \dot{B} = 0$.

4. Устойчивость решений около $\Omega \cong \omega_0$ и $\Omega \cong 2\omega_0$

Два решения $X_{\omega_0}(t, l)$ и $X_{2\omega_0}(t, z)$ были получены из (3.4), когда Ω близка к ω_0 , либо $2\omega_0$ соответственно. Оба решения зависят от A и B , которые, в свою очередь, удовлетворяют либо (3.13), (3.14) либо (3.17), (3.18). Амплитуда периодического решения дифференциального уравнения (3.4) с учетом условий $\dot{A} = \dot{B} = 0$ получается либо из (3.13), (3.14), либо из (3.17), (3.18). Исследуем устойчивость тривиального решения, (т.е. $A = B = 0$). В начале рассмотрим устойчивость периодического решения (3.6). Пренебрегая нелинейные члены в (3.13), (3.14), получим

$$-2i\Omega\dot{A} + \varepsilon[\sigma_1 - 2i\Omega(\mu + \gamma_1)]A + \varepsilon^2[(\mu + i\gamma)^2 + \frac{\sigma_1^2}{4\Omega^2} + \frac{g^2}{4\Omega^2}]A + \frac{\varepsilon^2 g^2 B}{4\Omega^2} = 0 \quad (4.1)$$

$$2i\Omega\dot{B} + \varepsilon[\sigma_1 + 2i\Omega(\mu + i\nu)]B + \varepsilon^2[(\mu + i\nu)^2 + \frac{\sigma_1^2}{4\Omega^2} + \frac{g^2}{4\Omega^2}]B + \frac{\varepsilon^2 g^2 A}{4\Omega^2} = 0 \quad (4.2)$$

Представляя $A = A_r + iA_i$, $B = B_r + iB_i$ и отделяя действительные и мнимые части в уравнениях (4.1), (4.2), получим четыре линейных дифференциальных уравнений относительно A_r, A_i, B_r, B_i . Отыскивая решения полученной системы уравнения в виде

$$(A_r, A_i, B_r, B_i) = (a_r, a_i, b_r, b_i)e^{\lambda t} \quad (4.3)$$

для определения параметра λ получим следующее алгебраическое уравнение:

$$\Delta_{\omega_0}(\lambda, g, \Omega, \mu, \gamma) = \det \hat{Q} = 0 \quad (4.4)$$

$$\text{где } Q_{11} = -Q_{22} = 2\Omega\lambda + l_1, \quad Q_{13} = Q_{24} = Q_{31} = Q_{42} = 0$$

$$Q_{14} = Q_{23} = -Q_{32} = -Q_{41} = -r_1$$

$$Q_{21} = Q_{12} = -r_0 - l_0, \quad Q_{43} = Q_{34} = r_0 - l_0, \quad Q_{33} = -Q_{44} = 2\Omega\lambda + l_2$$

$$r_1 = \frac{\varepsilon g^2}{4\Omega^2}$$

$$r_0 = \sigma_1 + \frac{\varepsilon\sigma_1^2}{4\Omega^2} + \varepsilon\mu^2 + \frac{\varepsilon g^2}{6\Omega^2} - \varepsilon\nu^2, \quad l_0 = 2\nu\Omega, \quad l_1 = 2\mu(\Omega - \varepsilon\nu),$$

$$l_2 = 2\mu(\Omega + \varepsilon\nu)$$

Тривиальное решение устойчиво, когда $\text{Re } \lambda < 0$. Неустойчивость наступает, когда $\text{Re } \lambda > 0$. Линия $\text{Re } \lambda = 0$ дает нейтральную кривую в плоскости (g, Ω) , которая разделяет устойчивую область от неустойчивой. Приведем вид нейтральной кривой в случае $\nu = 0$, т.е. когда $V_0 = 0$

$$l_{\omega_0} = \left(\frac{\varepsilon g^2}{4\Omega^2}\right)^2 - \left(\sigma_1 + \frac{\varepsilon\sigma_1^2}{4\Omega^2} + \varepsilon\mu^2 + \frac{\varepsilon g^2}{6\Omega^2}\right)^2 - 4\Omega^2\mu^2 = 0 \quad (4.5)$$

Аналогичным образом для исследования устойчивости тривиального решения около частоты $\Omega = 2\omega_0$ получим следующее характеристическое уравнение:

$$\Delta_{2\omega_0}(\lambda, g, \Omega, \mu, \nu) = \det \hat{R} = 0 \quad (4.6)$$

$$\text{где } R_{11} = -R_{22} = \Omega\lambda - R_1, \quad R_{12} = R_{21} = R_0,$$

$$R_{14} = R_{23} = -R_{32} = -R_{41} = \frac{g}{2}$$

$$R_{13} = R_{31} = R_{24} = R_{42} = 0,$$

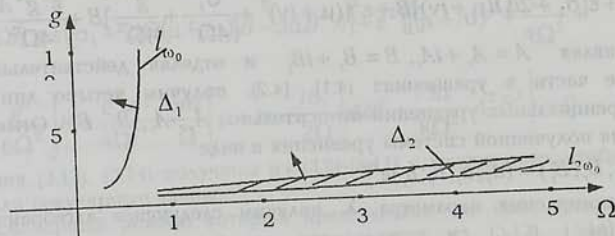
$$R_{33} = -R_{44} = \Omega\lambda + R_1 + 2\mu\Omega, \quad R_{34} = R_{43} = R_0 - 2\nu\Omega,$$

$$R_0 = \sigma_2 + \nu\Omega + \varepsilon(\mu^2 - \nu^2 + \frac{\sigma_2^2}{\Omega^2} - \frac{3g^2}{8r^2}), \quad R_1 = -\mu(2\varepsilon\nu + \Omega).$$

При $\nu = 0$ уравнение для определения нейтральной кривой (уравнение $\text{Re}\lambda = 0$) можно представить в виде

$$I_{2\omega_0} = \frac{g^2}{4\Omega^2} - \mu^2 - \frac{\sigma_2^2}{\Omega^2} = 0 \quad (4.7)$$

На фиг. 2 приведены приблизительные кривые на (g, Ω) плоскости, которые являются бифуркационными кривыми. Стрелкой обозначено направление потери устойчивости.



Фиг. 2

Эти кривые построены при параметрах $\sigma_1 = \sigma_2 = \mu = 0.1$; $\varepsilon = 0.01$. На фиг.2 область Δ_1 означает устойчивую область около частоты $\Omega = \omega_0$. Область Δ_2 означает неустойчивую область около частоты $\Omega = 2\omega_0$. Т.е. следуя Муну [2] (где он делает вывод, что когда частота периодических колебаний удваивается, наступает предхаотическое колебание системы), можно сказать, что область Δ_2 является областью значения параметров, при которых система делает хаотические колебания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wolfe B.T. Equilibrium states of an elastic conductor in a magnetic field: A paradigm of bifurcation theory. — Transactions of the Amer. Math. Soc., 278, 1, p.377-387, 1983.
2. Moon F.C. Chaotic Vibration. — Wiley, New York, 1987. 311 p.
3. Kazarian K.B., Galoian V.T. Chaotic dynamics of a current-carrying flexible string in a magnetic field. — Int. J. of Appl. Electromagnetics in Materials, 3, (1992), p. 93-99.
4. Своуп Р.Д., Эймс В.Ф. Колебания движущейся нити. — Механика, ИЛ, 1964, 4, 86, стр. 32-46.
5. Светлицкий В.А. Механика гибких нитей. — М.: 1978. 287 с.
6. Sanchez N.E., Nayfeh A.H. Prediction of bifurcations in a parametrically excited Duffing oscillator. — Int. J. Non-Linear Mechanics, 1990, V. 25, 2/3, pp. 163-176.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию
21.06.1996