ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 51, №2, 1998 Механика

УДК 539.1

АНТИПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ УПРУГОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕЩИНЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ СКОРОСТЬЮ

Багдоев А.Г., Мартиросян А.Н.

Ա.Գ. Բագդոև, Ա.Ն. Մարտիրոսյան

Կամայական արագությամբ շարժվող ճեղքի հակահարթ խնդիրը անիզոտրոպ անհամասեռ առաձգական միջավայրի համար

Դիտարկվում է կամայական արագությամբ շարժվող ճեղքի հակահարթ խնդիրը անիզոտրոպ անհամասեռ առաձգական միջավայրում: Լուծումը գտնվում է փաթեթների մեթոդով: Ստացված է լարումների ինտենսիվության գործակիցը ճեղքի ծայրի մոտ:

A.G. Bagdoev, A.N. Martirosian

Antiplane problem for anisotrop elastic inhomogeneous medium in presence of crack moving with arbitrary speed

Рассматривается антиплоская задача для трещины в анизотропной упругой среде при произвольной скорости движения трещины. Решение находится методом сверток. Получен коэффициент интенсивности напряжений около вершины трещины.

Рассматривается антиплоская задача о трещине, занимающей полуплоскость $y=0,\ x<0,\ |z|<\infty$, край которой движется вдоль оси x по произвольному закону $x=l(t)$, причем $y<0$ и $y>0$ соответствует упругим анизотропным средам. Для случая постоянной скорости трещины соответствующая задача рассмотрена в [3].

Рассмотрим антиплоскую задачу для анизотропной упругой среды, на границе которой заданы функции $\left(y=0,\ |z|<\infty\right)$

$$\begin{aligned}
&\tau_{yz}^{(1)}=\tau_{yz}^{(2)} \text{ при } |x|<\infty\\
&u^{(1)}-u^{(2)}=u_{+}=0 \text{ при } x>l(t)\\
&\tau_{yz}^{(2)}=\tau_{-}(x,t) \text{ при } x<l(t)\\
&\tau_{yz}^{(j)}=a_2^{(j)^2}\,\partial u^{(j)}/\partial y+a_{12}^{(j)^2}\,\partial u^{(j)}/\partial x\\
&\tau_{xz}^{(j)}=a_1^{(j)^2}\,\partial u^{(j)}/\partial x+a_{12}^{(j)^2}\,\partial u^{(j)}/\partial y, \quad j=1,2
\end{aligned} \tag{1}$$

где t – время, x – координата вдоль границы полуплоскости, y направлена по нормали к ней, z – координата по нормали к xy, $u^{(j)}$ – перемещения, $\tau^{(j)}$ – напряжение, $a^{(j)}$ – упругие постоянные, $l(t)$ –некоторая функция – положение точки раздела граничных условий. Значение функций $\tau=\tau_{+}(x,t)$ при $x>l(t)$ и $u=u_{-}(x,t)$ при $x<l(t)$ неизвестны.

Уравнения движения сред имеют вид

$$a_1^{(j)^2}\frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial x^2}+2a_{12}^{(j)^2}\frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial x\partial y}+a_2^{(j)^2}\frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial t^2} \tag{2}$$

Определим напряжение на продолжении трещины при постоянной сосредоточенной силе, действующей на берегах трещины

$$\tau_-^0(t,\tau,x,\xi) = -\delta(x-\xi)H(t-\tau), \qquad \xi < l(\tau) \tag{3}$$

Решение таким образом поставленной задачи имеем в виде

$$\overline{u}^{(j)} = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\overline{u}}^{(j)}(\overline{\alpha})\exp\left(-i\overline{\alpha}x - i\overline{\beta}_j y\right)d\overline{\alpha} \tag{4}$$

Подставляя в (2) выражение (4), получим

$$a_1^{(j)^2}\overline{\alpha}^2 - 2a_{12}^{(j)^2}\overline{\alpha}\overline{\beta}_j - a_2^{(j)^2}\overline{\beta}_j^2 = s^2 \tag{5}$$

или

$$\overline{\beta}_j a_2^{(j)^2} = -a_{12}^{(j)^2}\overline{\alpha} + (-1)^{j-1} i\sqrt{a^{(j)^2}\overline{\alpha}^2 + a_2^{(j)^2}s^2}$$

$$a^{(j)^2} = a_2^{(j)^2}a_1^{(j)^2} - a_{12}^{(j)^4} \tag{6}$$

где s – параметр преобразования Лапласа.

Подставляя выражение (4) в (1) и учитывая (6), граничные условия можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} &\sqrt{a^{(1)^2}\overline{\alpha}^2 + a_2^{(1)^2}s^2}\ \overline{\overline{u}}^{(1)} = -\sqrt{a^{(2)^2}\overline{\alpha}^2 + a_2^{(2)^2}s^2}\ \overline{\overline{u}}^{(2)} \\ &\overline{\overline{u}}^{(1)} - \overline{\overline{u}}^{(2)} = \overline{\overline{u}}_+ + \overline{\overline{u}}_- = \overline{\overline{u}}_- \\ &-\overline{\overline{u}}^{(2)}\sqrt{a^{(2)^2}\overline{\alpha}^2 + a_2^{(2)^2}s^2} = \overline{\overline{\tau}}_+ + \overline{\overline{\tau}}_- \end{aligned} \tag{7}$$

Решение системы (7) дает

$$\begin{aligned} &\overline{\overline{u}}_-(s,\overline{\alpha}) = \overline{\overline{S}}(s,\overline{\alpha})\left[\overline{\overline{\tau}}_-(s,\overline{\alpha}) + \tau_+(s,\overline{\alpha})\right] \\ &\overline{\overline{S}}(s,\overline{\alpha}) = \frac{a^{(2)} + a^{(1)}}{a^{(1)}a^{(2)}}\frac{\overline{D}(s,\overline{\alpha})}{\sqrt{a^2s^2 + \overline{\alpha}^2}} \\ &\overline{D}(s,\overline{\alpha}) = \frac{a^{(2)}\sqrt{b^2s^2 + \overline{\alpha}^2} + a^{(1)}\sqrt{a^2s^2 + \overline{\alpha}^2}}{\left(a^{(1)} + a^{(2)}\right)\sqrt{b^2s^2 + \overline{\alpha}^2}} \\ &a = a_2^{(1)}/a^{(1)}, \quad b = a_2^{(2)}/a^{(2)} \end{aligned} \tag{8}$$

Предположено, что $b > a$, $a_2^{(2)}a^{(1)} - a_2^{(1)}a^{(2)} > 0$.

Факторизация функции $\overline{\overline{D}}(s,\overline{\alpha})$ дает $\overline{\overline{D}} = \overline{\overline{D}}_+\overline{\overline{D}}_-$, где

$$\overline{\overline{D}}_\pm\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right) = \exp\left[\frac{1}{2\pi i}\int_a^b \ln\frac{a^{(2)}\sqrt{b^2-\eta^2} + a^{(1)}i\sqrt{\eta^2-a^2}}{a^{(2)}\sqrt{b^2-\eta^2} - a^{(1)}i\sqrt{\eta^2-a^2}}\frac{d\eta}{\eta \mp \frac{i\overline{\alpha}}{s}}\right] \tag{9}$$

Функции $\overline{\overline{D}}_\pm\left(\dfrac{i\overline{\alpha}}{s}\right)$ являются аналитическими на всей комплексной плоскости $i\overline{\alpha}/s$ за исключением точек, принадлежащих разрезам $[\pm a, \pm b]$. Если $C_\pm$ – замкнутые линии, охватывающие по отдельности разрезы, то значения аналитических во внешней области функций определяются их граничными значениями по формуле Коши для неограниченных областей

$$\overline{\overline{D}}_\pm\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right) = 1 + \frac{1}{2\pi i}\int_{C_\pm}\frac{\overline{\overline{D}}_\pm(\xi)}{\xi - i\overline{\alpha}/s}d\xi$$

$$\overline{\overline{D}}_{\pm}^{-1}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right)=1+\frac{1}{2\pi i}\int_{C_{\pm}}\frac{\overline{\overline{D}}_{\pm}^{-1}(\xi)}{\xi-i\overline{\alpha}/s}d\xi \tag{10}$$

Контуры $C_{\pm}$ обходятся по часовой стрелке. Деформацией контуров на вещественную ось новые выражения для функций приводятся к следующему виду:

$$\overline{\overline{D}}_{\pm}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right)=1+\int_{a}^{b}\frac{F_1(u)}{u\mp i\overline{\alpha}/s}du$$

$$\overline{\overline{D}}_{\pm}^{-1}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right)=1+\int_{a}^{b}\frac{F_2(u)}{u\mp i\overline{\alpha}/s}du \tag{11}$$

$$F_1(u)=\gamma(u)\exp(\chi(u)),\ F_2(u)=-\gamma(u)\exp(-\chi(u))$$

$$\gamma(u)=a^{(1)}\sqrt{u^{(2)}-a^{(2)}}\left\{\pi\sqrt{a^{(2)^2}\left(b^2-u^2\right)+a^{(1)^2}\left(u^2-a^2\right)}\right\}^{-1}$$

$$\chi(u)=\frac{1}{\pi}\int_{a}^{b}\operatorname{arctg}\left(\frac{a^{(1)}}{a^{(2)}}\frac{\sqrt{\eta^2-a^2}}{\sqrt{b^2-\eta^2}}\right)\frac{d\eta}{\eta-u}$$

Представим $\overline{\overline{S}}(s,\overline{\alpha})=\overline{\overline{S}}_{+}(s,\overline{\alpha})\overline{\overline{S}}_{-}(s,\overline{\alpha})$, где

$$\overline{\overline{S}}_{+}(s,\overline{\alpha})=\overline{\overline{D}}_{+}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right)(as-i\overline{\alpha})^{-1/2}$$

$$\overline{\overline{S}}_{-}(s,\overline{\alpha})=\frac{a^{(1)}+a^{(2)}}{a^{(1)}a^{(2)}}\overline{\overline{D}}_{-}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right)(as+i\overline{\alpha})^{-1/2} \tag{12}$$

Тогда уравнение (8) можно записать в виде

$$\overline{\overline{P}}_{-}\overline{\overline{u}}_{-}+\overline{\overline{P}}_{-}\overline{\overline{u}}_{+}=\overline{\overline{S}}_{+}\overline{\overline{\tau}}_{+}+\overline{\overline{S}}_{-}\overline{\overline{\tau}}_{-},\quad \overline{\overline{P}}_{\pm}=1/\overline{\overline{S}}_{\pm} \tag{13}$$

Предположим, что функция $\overline{\overline{S}}(s,\overline{\alpha})$ такова, что указанная выше факторизация приводит к функциям $\overline{\overline{S}}_{\pm}$, $\overline{\overline{P}}_{\pm}$, оригиналы которых удовлетворяют условиям

$$\begin{gathered} P_{+}(x,t)=S_{+}(x,t)=0 \text{ при } x>v_{+}t \\ P_{-}(x,t)=S_{-}(x,t)=0 \text{ при } x<v_{-}t \\ v_{-}<\dot{l}(t)<v_{+};\ \left(v_{\pm}=\pm\frac{1}{a}\right) \end{gathered} \tag{13.1}$$

Тогда неизестные функции $u_{-}(x,t)$, $\tau_{+}(x,t)$ определяются так:

$$\begin{aligned} \tau_{+}&=-P_{+}**\left[(S_{+}**\tau_{-}-P_{-}**u_{+})H(x-l+0)+P_{+}**C\right] \\ u_{-}&=S_{-}**\left[(S_{+}**\tau_{-}-P_{-}**u_{+})H(l-x+0)+S_{-}**C\right] \end{aligned} \tag{14}$$

Здесь символ $(**)$ означает свертку по переменным t и x; H – функция Хевисайда; C – некоторая обобщенная функция, носитель которой сосредоточен на линии $x=l(t)$:

$$C=\sum_{m=0}^{n}f_m(x)\delta^{(m)}[x-l(t)]$$

Слагаемые $S_{-}**C$, $P_{+}**C$ в (14) – решения однородной задачи, т.е. решения уравнения (13) при $u_{+}=\tau_{-}=0$. Произвол, вносимый указанными слагаемыми, как обычно в смешанных задачах, устраняется привлечением дополнительных условий, например, условием ограниченности энергии.

Формулы (14) получены следующим образом. Произведению изображения $\overline{\overline{P}}_{-}\overline{\overline{u}}_{-}$ соответствует свертка оригиналов

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-0}^{t+0} P_{-}(\tau,\xi)u_{-}(t-\tau,x-\xi)H(v_{-}\tau-\xi+0)H[l(t-\tau)-x+\xi+0]d\tau d\xi \quad (15)$$

где множители (функции Хевисайда) введены, чтобы подчеркнуть наличие предельных значений для носителей P_{-} (13.1) и u_{-} ($u_{-}(x,t)=0$ при $x>l(t)$).

Свертка (15) отлична от нуля для тех областей на плоскости x,t, где аргументы функций Хевисайда положительны: $\xi\le v_{-}\tau$, $\xi\ge x-l(t-\tau)$. Отсюда для $x>l(t)$ находим $v_{-}\tau>l(t)-l(t-\tau)\ge\tau\dot{l}_{\min}$.

Вместе с тем, по условию (13.1) $\dot{l}>v_{-}$. Противоречие свидетельствует о том, что $P_{-}**u_{-}=0$ при $x>l(t)$. Аналогично доказывается, что $S_{+}**\tau_{+}=0$ при $x<l(t)$. Отсюда и следуют соотношения

$$P_{-}**u_{-}=(S_{+}**\tau_{-}-P_{-}**u_{+})H(l-x+0)$$
$$S_{+}**\tau_{+}=-(S_{+}**\tau_{-}-P_{-}**u_{+})H(x-l+0)$$

Вновь применив преобразования Лапласа и Фурье, поделив после этого первое равенство на $\overline{\overline{P}}_{-}$, второе – на $\overline{\overline{S}}_{+}$ и перейдя затем к оригиналам, получаем первые слагаемые в равенствах (13). Прибавляя решения однородной задачи, приходим к указанному общему решению (13). При этом условия: $u_{-}=0$ при $x>l$, $\tau_{+}=0$ при $x<l$ одновременно выполняются лишь в том случае, когда носитель C сосредоточен на линии $x=l(t)$.

Теперь вычислим оригиналы функции

$$S_{+}(x,t)=\frac{1}{4\pi^2 i}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\overline{\alpha}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\overline{\overline{S}}_{+}(s,\overline{\alpha})\exp(st-i\overline{\alpha}x)ds$$

$$P_{+}(x,t)=\frac{1}{4\pi^2 i}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\overline{\alpha}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\overline{\overline{P}}_{+}(s,\overline{\alpha})\exp(st-i\overline{\alpha}x)ds \quad (16)$$

Здесь, как обычно, принято $\sigma\ge 0$, при этом для малых σ контур интегрирования по $\overline{\alpha}$ проходит вблизи оси $\operatorname{Im}\overline{\alpha}=0$ с обходом особых точек.

Учитывая, что

$$s^{\lambda}=\frac{1}{\Gamma(-\lambda)}\int\limits_{0}^{\infty}\frac{\exp(-st_1)}{t_1^{\lambda+1}}dt_1,\quad \lambda=\frac{1}{2};\ \frac{3}{2}$$

где интеграл понимается в смысле главного значения, представляя обобщенную функцию s, можно из (16) получить

$$S_+(x,t) = -\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} ds \int_0^{\infty} \frac{D_+(\alpha)\exp(st - st_1 - s\alpha x)}{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)\sqrt{a-\alpha}\, t_1^{3/2}} dt_1$$

$$P_+(x,t) = -\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} ds \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{a-\alpha}\, D_+^{-1}(\alpha)\exp(st - st_1 - s\alpha x)}{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) t_1^{5/2}} dt_1 \qquad (16.1)$$

где $\alpha = i\overline{\alpha}/s$, $\Gamma(\lambda)$ – гамма-функция Эйлера.

В формулах (16.1) интегралы по s дают δ-функцию от аргумента $t - t_1 - \alpha x$. После вычисления интегралов по t_1, от δ-функции получим

$$S_+(x,t) = \frac{iH(x)}{2\pi\Gamma(-1/2)}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_+(\alpha)\,d\alpha}{\sqrt{a-\alpha}\,(t-\alpha x)^{3/2}}$$

$$P_+(x,t) = \frac{iH(x)}{2\pi\Gamma(-3/2)}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{a-\alpha}\,D_+^{-1}(\alpha)\,d\alpha}{(t-\alpha x)^{5/2}}$$

Заменяя контур по α на контуры по верхним и нижним берегам разрезов по действительной оси между точками a и $\frac{t}{x}$ и выбирая однозначные ветви подынтегральной функции, получим

$$S_+(x,t) = \frac{\partial}{\partial t}\frac{H(t-ax)H(x)}{2\pi\Gamma(-1/2)}\int_a^{t/x} \frac{D_+(\alpha)\,d\alpha}{\sqrt{\alpha-a}\sqrt{t-\alpha x}}$$

$$P_+(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{4H(t-ax)H(x)}{3\pi\Gamma(-3/2)}\int_a^{t/x} \frac{D^{-1}(\alpha)\sqrt{\alpha-a}}{\sqrt{t-\alpha x}}\,d\alpha$$

Подставляя из (11) значение функции $D_+(\alpha)$, $D_+^{-1}(\alpha)$, обозначая $y = \frac{\sqrt{\alpha-a}}{\sqrt{t/x-\alpha}}$ и применяя теоремы о вычетах, можно получить

$$S_+(x,t) = \frac{H(x)}{\sqrt{\pi}}\frac{\partial}{\partial t}\frac{H(t-ax)}{\sqrt{x}}\left(1 + \int_{t/x}^{b}\frac{F_0(u)\,du}{\sqrt{u-t/x}}\right)$$

$$P_+(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(a\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\left\{\left[\delta(t-ax) - \int_a^b \Phi(h)\delta(t-hx)\,dh\right]\frac{H(x)}{\sqrt{x}}\right\} \qquad (17)$$

$$F_0(u) = \frac{F_1(u)}{\sqrt{u-a}}, \quad \Phi(h) = \int_h^b \frac{d}{du}\left(\frac{F_2(u)}{\sqrt{u-a}}\right)\frac{du}{\sqrt{u-h}}$$

Подставив в (14) выражение (3) и (16) и учитывая, что по условию задачи $u_+ = 0$ и, что вследствие ограниченности энергии $C = 0$, получаем

$$S_+ ** \tau_-^0 = \frac{H(T-a)}{\sqrt{\pi}\sqrt{x-\xi}}\left(1 + \int_T^b F_0(u)\frac{du}{\sqrt{u-T}}\right)$$

$$\tau_+^0 = \left\{ \frac{H(x)}{\pi\sqrt{x}} \left[\delta(t-ax) - \int_a^b \Phi(h)\delta(t-hx)dh \right] \right\} ** \psi \tag{17.1}$$

$$\psi = \left\{ \frac{1-a\dot{l}}{\sqrt{x-\xi}} \delta(x-l)\varphi(T) + H(x-l)\left(a\frac{\partial}{\partial\tau} + \frac{\partial}{\partial\xi} \right) \frac{\varphi(T)}{\sqrt{x-\xi}} \right\} H(T-a)$$

$$\varphi(T) = 1 + \int_T^b F_0(u)\frac{du}{\sqrt{u-T}}, \quad T = \frac{t-\tau}{x-\xi}$$

Заметим, что в первой из свертываемых функций слагаемые однотипны, поэтому для того, чтобы проинтегрировать полученное для напряжения выражение, достаточно вычислить только свертку с $x^{-1/2}\delta(t-hx)H(x)$. Полагая $h=a$, найдем свертку для первого слагаемого. Опуская выкладки, приведем окончательный результат

$$\tau_+^0 = \frac{H(T-a)}{\pi} \left\{ N_0(t,\tau,x,\xi,a) - \int_a^b \Phi(h) N_0(t,\tau,x,\xi,h)dh \right\}$$

$$N_0(t,\tau,x,\xi,h) = \frac{1-a\dot{l}}{1-h\dot{l}} \frac{N_1 H(L-a)}{\sqrt{x-l}\sqrt{l-\xi}} - N_2\frac{H(L-a)}{x-\xi} - N_3\frac{H(a-L)}{x-\xi}$$

$$N_1 = 1 + \int_L^b \frac{F_0(u)}{\sqrt{u-L}} du H(b-L) \tag{18}$$

$$N_2 = \frac{\sqrt{x-l}}{\sqrt{l-\xi}} \left[1 + \int_L^b \frac{F_0(u)(u-a)}{\sqrt{u-L}(u-T)} du H(b-L) - \pi F_1(T)\frac{\sqrt{T-a}}{\sqrt{T-L}} \right]$$

$$L = \frac{t_0-\tau}{l-\xi}, \quad l = l(t_0)$$

$$N_3 = \int_a^b \frac{F_1(u)\sqrt{h-T}}{\sqrt{T-a}(u-T)} du, \quad t - t_0 = h(x - l(t_0))$$

Отметим, что поведение напряжения у края трещины определяется первым слагаемым функции N_0. Учитывая, что при $x \to l(t)$, $t_0 \to t$ и $\dfrac{x-l(t)}{x-l(t_0)} \to 1 - h\dot{l}(t)$, из (18) можно найти коэффициент интенсивности напряжений в виде

$$\lim_{x\to l(t)+0} \sqrt{2\pi(x-l)}\,\tau_+^0 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{1-a\dot{l}}}{\sqrt{l-\xi}} K_0 D_0 H(L-a)$$

$$K_0 = 1 - \dot{l}\int_a^b \frac{F_2(u)}{1-u\dot{l}} du, \quad L = \frac{t-\tau}{l-\xi} \tag{19}$$

$$D_0 = 1 + \int_L^b F_0(u)\frac{du}{\sqrt{u-L}} H(b-L)$$

При произвольной нагрузке $\tau_-(x,t)$ напряжение на продолжении полубесконечной трещины получается из решения (18) суперпозицией

$$\tau_+(x,t) = -\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^t \frac{\partial\tau_-(\tau,\xi)}{\partial\tau}\tau_+^0(t,\tau,x,\xi)\,d\tau\,d\xi \tag{20}$$

Коэффициент интенсивности напряжения для произвольной нагрузки (1) можно найти из формулы (19) и (20), которое принимает следующий вид:

$$\lim_{x\to l(t)+0}\sqrt{2\pi(x-l)}\,\tau_+ = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{1-a\dot{l}}\,K_0(J_2-J_1) \tag{21}$$

$$J_1 = \int_{l-t/a}^{l} \tau_-\left(t-a(l-\xi),\xi\right)\frac{d\xi}{\sqrt{l-\xi}}$$

$$J_2 = \int_a^b F_3(u)\,du\int_0^t \tau'_-\left(t-\tau, l-\frac{\tau}{u}\right)\sqrt{\tau}\,d\tau$$

$$F_3(u) = u^{-3/2}\int_u^b \frac{F_1(\omega)}{\sqrt{\omega-a}}\frac{d\omega}{\sqrt{\omega-u}}, \qquad l = l(t)$$

$$\tau'_-(\tau, g(\tau)) = \frac{\partial}{\partial\tau}\tau_-(\tau,\xi) \quad \text{при} \quad \xi = g(\tau)$$

В результате, если задана нагрузка на берегах трещины, коэффициент интенсивности (21) определяется двухкратным интегралом. В частном случае при $l(t) = vt$, $v = \text{const}$ из формулы (21) получится решение, которое совпадает с результатом [3], полученным методом Винера-Хопфа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сарайкин В.А. и Слепян Л.И. Плоская задача о динамике трещины в упругом теле. – МТТ, 1979, №4, с.54-73.
2. Мартиросян А.Н. Движение трещины в анизотропной среде. – Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1987, т.40, №6, с.32-42.
3. Багдоев А.Г., Мовсисян Л.Н. К распространению трещины в составном анизотропном пространстве. – Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1991, т.44, №5, с.3-7.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию
24.06.1996