

ОБ ОДНОМ ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ОСЕСИМ-
МЕТРИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СПЛОШНОГО ВЕСОМОГО
ЦИЛИНДРА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ ПРИ ОДНОМ
ЗАКРЕПЛЕННОМ ТОРЦЕ

Торосян В.С.

Վ.Ս. Թորոսյան

Մեկ հիմքով անբաղկված վերջավոր երկարությամբ կշռելի հոծ զլանի առանցքասիմետրիկ դեֆորմացիայի խնդրի լուծման մի բվային եղանակի մասին

Դիտարկվում է մեկ հիմքով անբաղկված վերջավոր երկարությամբ կշռելի հոծ զլանի առանցքասիմետրիկ դեֆորմացիայի խնդիրը: Օգտագործելով տարբերակային սխեմաները, խնդիրը բերվում է զծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգի: Այն լուծելու համար կիրառվում է զրաֆների տեսությունը: Երկու դեպքերի համար բերվում են բվային օրինակներ:

V.S.Torossian

On one numerical method of solution of the axisymmetrical problem for a solid weighted cylinder of a finite length with one fastened end-wall

В работе рассматривается осесимметричная задача для сплошного весомого цилиндра конечной длины при одном закрепленном торце. Используя разностные схемы, задача сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений, при решении которых применяется теория графов. Приведены численные примеры.

1. Рассматривается осесимметричная деформация сплошного однородного цилиндра конечной длины под действием собственного веса, когда на нижнем торце отсутствуют перемещения, а на другом торце и на боковой поверхности отсутствуют напряжения.

Аналитическое решение этой задачи методом Фурье дано в работе [1]. Уравнения равновесия в цилиндрической системе координат для случая осевой симметрии при наличии объемных сил в перемещениях имеют вид

$$\nabla^2 u_r + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{\rho R}{G} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 u_z + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \frac{\rho Z}{G} = 0 \quad (2)$$

Здесь u_r и u_z — компоненты перемещения, ρ — плотность материала цилиндра, G — модуль сдвига, R и Z — компоненты объемных сил

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \Delta = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Если ось z направить в обратную сторону действия силы тяжести для компонентов объемных сил, будем иметь $R = 0$, $Z = -g$.

Уравнения (1), (2) напомним в следующем виде:

$$(1+\alpha) \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \alpha \frac{\partial^2 u_z}{\partial r \partial z} + (1+\alpha) \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - (1+\alpha) \frac{u_r}{r^2} = 0 \quad (3)$$

$$(1+\alpha) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \alpha \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\alpha}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} = F \quad (4)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{1-2\nu}, \quad F = \frac{\rho g}{F}$$

Уравнения (3), (4) представляют собой эллиптическую систему дифференциальных уравнений в частных производных в прямоугольнике

$$G_0 = \{(r, z); 0 < r < R, 0 < z < l\}$$

Граничные условия для этой системы имеют вид

$$u_r(r, 0) = u_z(r, 0) = 0 \quad (0 \leq r \leq R) \quad (5)$$

$$\sigma_z(r, l) = \tau_{rz}(r, l) = 0 \quad (0 \leq r \leq R) \quad (6)$$

$$\sigma_r(R, z) = \tau_{rz}(R, z) = 0 \quad (0 < z < l) \quad (7)$$

где

$$\sigma_z = 2G \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right)$$

$$\sigma_r = 2G \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right)$$

$$\tau_{rz} = G \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)$$

Из постановки задачи следует, что на оси симметрии выполняются соотношения

$$u_r(0, z) = \tau_{rz}(0, z) = 0 \quad (0 < z < l) \quad (8)$$

Требуется найти непрерывные в $\bar{G}_0 = G_0 \cup \Gamma$ (где Γ — граница прямоугольника) решения $u_r(r, z)$, $u_z(r, z)$ уравнения (3), (4), которые на сторонах прямоугольника удовлетворяют граничным условиям (5)-(7) и соотношению (8).

2. В замкнутой области $\bar{G}_0 = G_0 \cup \Gamma$ введем прямоугольную равномерную сетку $\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 \times \bar{\omega}_2 = \{(r, z)/r \in \bar{\omega}_1, z \in \bar{\omega}_2\}$, где $\bar{\omega}_1 = \{r_i/r_i = ih_1, i = 0, 1, 2, \dots, N_1\}$ — сетка на отрезке $[0, R]$; $\bar{\omega}_2 = \{z_i/z_i = ih_2, i = 0, 1, 2, \dots, N_2\}$ — сетка на отрезке $[0, l]$. Множество внутренних узлов сетки $\bar{\omega}$ обозначим через

$$\omega = \{(r, z)/r \in \bar{\omega}_1, z \in \bar{\omega}_2\}, \quad \bar{\omega}_1 = \{r_i/r_i = ih_1, i = 0, 1, 2, \dots, N_1 - 1\}$$

$$\bar{\omega}_2 = \{z_i/z_i = ih_2, i = 0, 1, 2, \dots, N_2 - 1\}$$

а множество граничных узлов — через $\gamma = \bar{\omega} \setminus \omega$.

Граничную задачу (3)-(7) с учетом (8) поставим в соответствии следующей разностной задаче:

$$(1+\alpha)(u_r)_{rr} + (u_r)_{zz} + \alpha(u_z)_{zz} + (1+\alpha)d_1(u_r)_r - (1+\alpha)d_2 u_r = 0 \quad (9)$$

$$(1+\alpha)(u_z)_{zz} + (u_z)_{rr} + \alpha(u_r)_{zz} + d_1(u_z)_r + \alpha d_1(u_r)_z = F \quad (10)$$

$$(r, z) \in \omega$$

$$u_r = 0 \quad (11)$$

$$u_z = 0 \quad (12)$$

$$(r, z) \in \gamma, \quad z = 0$$

$$(1 + \beta)(u_r)_r + \frac{h_1}{2}(\alpha d_2 u_r + \beta d_1 (u_z)_z + \beta (u_r)_{zz}) + \beta d_1 u_r + \beta (u_z)_z = 0 \quad (13)$$

$$(u_z)_r + \frac{h_1}{2} \left(F - \frac{\beta}{1 + \beta} d_1 (u_r)_z - \frac{2 + 3\beta}{1 + \beta} (u_z)_{zz} \right) + (u_r)_z = 0 \quad (14)$$

$$(r, z) \in \gamma, \quad r = R, \quad z \neq 0, l$$

$$(u_r)_r + \frac{h_1}{2} (1 + \nu) d_2 u_r + \nu d_1 u_r = 0$$

$$(u_z)_z + \frac{h_2}{2} \left(\frac{1 - \nu}{2} F - \nu d_1 (u_r)_z \right) - \nu d_1 u_r = 0 \quad (15)$$

$$(r, z) \in \gamma, \quad r = R, \quad z = l$$

$$(1 + \beta)(u_z)_z + \frac{h_2}{2} \left(\frac{F}{2} + \beta (u_z)_{rr} + \beta d_1 (u_z)_r \right) + \beta d_1 u_r + \beta (u_r)_r = 0 \quad (16)$$

$$(u_r)_z + \frac{h_2}{2} \left(\frac{2 + 3\beta}{1 + \beta} d_2 u_r - \frac{2 - 3\beta}{1 + \beta} d_1 (u_r)_r - \frac{2 + 3\beta}{1 + \beta} (u_r)_{rr} \right) + (u_z)_r = 0$$

$$(r, z) \in \gamma, \quad z = l, \quad r \neq 0, R \quad (17)$$

$$u_r = 0$$

$$(u_z)_r = 0 \quad (r, z) \in \gamma, \quad r = 0 \quad (18)$$

где

$$\beta = \frac{\nu}{1 - 2\nu}, \quad d_1(r_i) = \frac{1}{r_i}, \quad d_2(r_i) = \frac{1}{r_i^2}$$

Разностная задача (9)-(18) на решениях задачи (1)-(2), (5)-(8) имеет второй порядок аппроксимации.

3. Решение линейных алгебраических систем уравнений.

После несложных преобразований разностную задачу (9)-(18) можно написать в виде

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

где матрицы A, B, C, D размеров $N_1 N_2 \times N_1 N_2$ блочно-тредиагональные матрицы с размерами блоков $N_1 \times N_1$, причем каждый блок в свою очередь или трехдиагональная матрица или диагональная матрица, а X_1, X_2, F_1, F_2 - вектор-столбцы порядка $N_1 N_2$.

Обозначим через L матрицу

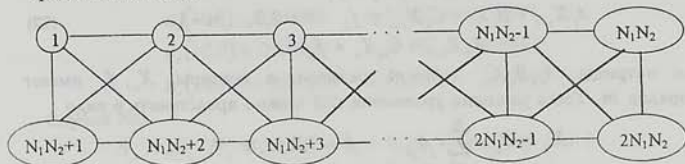
$$L = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

Матрица L - размера $2N_1 N_2 \times 2N_1 N_2$ представляет собой ленточную матрицу с полушириной ленты $N_1 N + N_1 + 1$.

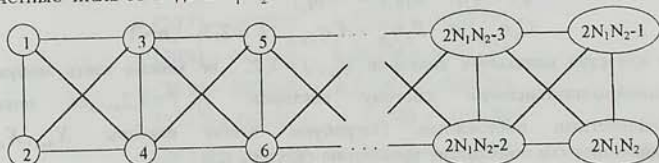
Решение уравнения (19) прямым методом (типа Гаусса) приводит к заполнению нулевых элементов в матрице L . Ниже будет показано, как

с помощью теории графов можно существенно уменьшить ширину ленты матрицы L .

Не ограничивая общности, можно считать, что N_1, N_2 — четные числа. Обозначим через $G(L)$ граф матрицы L , который можно представить в виде



где под каждой вершиной $i, i = 1, 2, \dots, 2N_1N_2$ графа $G(L)$ ассоциируется одноименная блочная строка матрицы L . Перенумеруем вершины графа $G(L)$ следующим образом. На первой строке в порядке возрастания будут нечетные числа от 1 до $2N_1N_2 - 1$, а во второй — четные числа от 2 до $2N_1N_2$



Фиг. 1

После такой нумерации в преобразованной матрице \tilde{L} полуширина ленты будет равна [2] $3N_1 + 1$. Каждая перенумерация вершины i графа $G(L)$ на i_1 равносильна тому [2], что одновременно меняются места строки с номерами i, i_1 и столбцы с номерами i, i_1 . Учитывая это обстоятельство и используя схему фиг. 1, можно построить перестановочную матрицу P такую, что матрица $\tilde{L} = P'LP$ (P' — транспонированная матрица к матрице P), будет блочно-трехдиагональной матрицей с размерами блоков $2N_1 \times 2N_1$. Пусть P — блочно-перестановочная матрица, где единичные матрицы E размера $N_1 \times N_1$ стоят на местах $(1,1), (2,3), (3,5), \dots, (N_1N_2, 2N_1N_2 - 1); (N_1N_2 + 1, 2); (N_1N_2 + 2, 4); \dots, (2N_1N_2 - 1, 2N_1N_2 - 2); (2N_1N_2, 2N_1N_2)$. Легко проверить, что матрица $P'LP$ будет блочно-трехдиагональной матрицей. Обозначим через Y вектор размера $1 \times 2N_1N_2$ решение следующей системы:

$$P'LPY = P'F \quad (20)$$

Тогда решение исходной задачи (19) можно найти по формуле

$$X = PY \quad (21)$$

Для решения уравнения (20) построен блочный аналог метода представления решения с помощью рекуррентных последовательностей [3], который учитывает структуру блоков в матрице.

Пусть решается следующая система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A_1 X_1 + B_1 X_2 &= f_1 \\ A_i X_{i-1} + B_i X_i + C_i X_{i+1} &= f_2 \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \\ A_n X_{n-1} + C_n X_n &= f_n \end{aligned} \quad (22)$$

где матрицы A_i, B_i, C_i — $m \times m$ размера, а векторы X_i, f_i имеют порядок m . Тогда решение уравнения (22) можно представить в виде

$$X_k = P_k + \sum_{j=1}^m r_j q_{jk} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Здесь P_k — частное решение неоднородного уравнения

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0, \quad B_1 P_2 = f_1 - A_1 P_1 \\ C_k P_{k+1} &= f_k - B_k P_k - A_k P_{k-1} \quad k = 2, 3, \dots, n-1 \end{aligned}$$

P_0 — любой начальный вектор

$q_{jk}, j = 1, 2, \dots, m$ — общие решения однородного уравнения

$$\begin{aligned} q_{j1} &= q_{j0}, \quad B_1 q_{j2} = -A_1 q_{j1} \\ C_k q_{j,k+1} &= -B_k q_{jk} - A_k q_{j,k-1} \quad k = 2, 3, \dots, n-1 \end{aligned}$$

в качестве начальных векторов $q_{j0}, j = 1, 2, \dots, m$ можно взять любую линейно-независимую систему векторов. $r_j, j = 1, 2, \dots, m$ пока неизвестные постоянные. Потребуем, чтобы векторы X_{n-1}, X_n удовлетворяли последнему уравнению системы (22)

$$A_n \left(P_{n-1} + \sum_{j=1}^m r_j q_{j,n-1} \right) + C_n \left(P_n + \sum_{j=1}^m r_j q_{jn} \right) = f_n$$

или

$$\sum_{j=1}^m (A_n q_{j,n-1} + C_n q_{jn}) r_j = f_n - A_n P_{n-1} - C_n P_n$$

Это условие и позволяет определить неизвестные числа $r_j, j = 1, \dots, m$. Решение уравнения (22) по этому методу требует выполнения (в главной его члены при $N_1, N_2 \rightarrow \infty$) $52.5N_1^2 N_2$ арифметических операций. Заметим, что если мы при решении уравнения (22) использовали блочный аналог метода прогонки, то требовалось выполнение $O(N_1^3 N_2)$ арифметических операций.

4. Численная реализация.

Для приведенного алгоритма произведен численных эксперимент в двух случаях значений пары N_1, N_2 .

Перемещения на граничных точках сетки \bar{w} показаны в таблицах.

Случай №1

$$N_1 = 10; \quad N_2 = 10; \quad h_1 = h_2 = 0.1; \quad v = 0.375; \quad F = 1$$

$$u_r(10.1) = 0.00898 \quad u_z(1.10) = -0.01793$$

$$u_r(10.2) = 0.00954 \quad u_z(2.10) = -0.01793$$

$$u_r(10.3) = 0.01014 \quad u_z(3.10) = -0.01794$$

$u_r(10.4) = 0.01017$	$u_z(4.10) = -0.01792$
$u_r(10.5) = 0.01017$	$u_z(5.10) = -0.01791$
$u_r(10.6) = 0.01015$	$u_z(6.10) = -0.01787$
$u_r(10.7) = 0.01012$	$u_z(7.10) = -0.01789$
$u_r(10.8) = 0.01009$	$u_z(8.10) = -0.01877$
$u_r(10.9) = 0.01008$	$u_z(9.10) = -0.01942$
$u_r(10.10) = 0.01006$	$u_z(10.10) = -0.02192$

Случай №2

$$N_1 = 20; N_2 = 20; h_1 = h_2 = 0.05; \nu = 0.375; F = 1$$

$u_r(20.1) = 0.00669$	$u_z(1.20) = -0.01792$
$u_r(20.2) = 0.00894$	$u_z(2.20) = -0.01792$
$u_r(20.3) = 0.00913$	$u_z(3.20) = -0.01793$
$u_r(20.4) = 0.00956$	$u_z(4.20) = -0.01792$
$u_r(20.5) = 0.00982$	$u_z(5.20) = -0.01793$
$u_r(20.6) = 0.00997$	$u_z(6.20) = -0.01794$
$u_r(20.7) = 0.00996$	$u_z(7.20) = -0.01791$
$u_r(20.8) = 0.01018$	$u_z(8.20) = -0.01794$
$u_r(20.9) = 0.01018$	$u_z(9.20) = -0.01794$
$u_r(20.10) = 0.01019$	$u_z(10.20) = -0.01795$
$u_r(20.11) = 0.01016$	$u_z(11.20) = -0.01796$
$u_r(20.12) = 0.01017$	$u_z(12.20) = -0.01798$
$u_r(20.13) = 0.01016$	$u_z(13.20) = -0.01801$
$u_r(20.14) = 0.01013$	$u_z(14.20) = -0.01811$
$u_r(20.15) = 0.01012$	$u_z(15.20) = -0.01886$
$u_r(20.16) = 0.01008$	$u_z(16.20) = -0.01887$
$u_r(20.17) = 0.01007$	$u_z(17.20) = -0.01892$
$u_r(20.18) = 0.01006$	$u_z(18.20) = -0.01931$
$u_r(20.19) = 0.01006$	$u_z(19.20) = -0.02186$
$u_r(20.20) = 0.01004$	$u_z(20.20) = -0.02196$

Используя разностные схемы, мы получили значения компонентов перемещения $u_r(r, z)$, $u_z(r, z)$ в узлах сетки $\bar{\omega}$ и, следовательно, можно определить деформированную поверхность цилиндра. В частности, для осевых перемещений $u_z(r, z)$ наибольшее перемещение получает точка с координатами (R, l) , т.е. $|u_z(r, l)| < |u_z(R, l)|$. Относительно радиальных перемещений $u_r(r, z)$ можно сказать, что боковая поверхность упругого цилиндра, при защемленном нижнем торце, под действием собственного веса, выпучивается, то есть цилиндр расширяется. Таким же образом можно определить также характер изменения напряжения σ_z и τ_{rz} на нижнем защемленном торце цилиндра.

Численный эксперимент произведен также для частного решения уравнения (3), (4) (частное решение взято в виде $u_r(r, z) = Arz$, $u_z(r, z) = Az^2$, $A = \frac{(1-2\nu)\rho g}{2(3-2\nu)G}$). В этом случае решения получены локально с точностью 10^{-5} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамян Б.Л., Торосян В.С. Несимметричная задача о деформации упругого весомого цилиндра конечной длины с одним закрепленным торцом под действием собственного веса. - Докл. расширенных заседаний семинара НПМ им. И.Н.Векуа при Тбилисском ГУ, Тбилиси, 1991, 7-ой Всесоюз. съезд по теоретич. и прикладн. механике, Москва, 15-21, VIII, 1991. Аннот. доклады, М., 1991, стр.5-6.
2. Икрамов Х.Д. Решения больших разреженных систем уравнений прямыми методами. -М.: Знание, 1989. 48с.
3. Ильин В.П., Кузнецов Ю.И. Трехдиагональные матрицы и их приложения. - М.: Наука, 1985. 208с.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию
9.02.1996

Տպագրությունը օգտեր
Թուրքը օգտեր
Փափուր՝ 84x108 1/18
Ծավալը՝ 15 պալմ Կպ. մամուլ
Տպարանակը՝ 150
Գինը՝ պայմանագրային

«Հանգակ-97» Հրատարակչություն
Երևան, Մարշալ Բաղրամյան 3

«Հանգակ-97» հրատարակչության կայանից երևան, Վարդանանց փակուղի 8

Բովանդակություն

- Մ.Ա. Համբարձումյան, Ս.Վ. Մարգսյան
Էլեկտրահաղորդիչ օրրոտրոպ զլանային
բաղանքի մագնիսաառձգական
տատանումները երկայնական մագնիսական
դաշտում
- Վ.Ս. Մարգսյան, Ա.Վ. Քերոյան
Անիզոտրոպ կիսահարթության համար խնդրի
լուծման մասին, որի եզրին
սոսնձված է ոչ գծայնորեն դեֆորմացվող
վերջավոր երկարության վերադիր
- Մ.Ա. Չաղոյան
Ամրապնդման գոտիները շերտի ծռման
ժամանակ
- Լ.Ա. Աղալովյան, Ա.Մ. Խաչատրյան
Անիզոտրոպ երկշերտի երկու խնդիրների մասին
շերտերի միջև ոչ լրիվ կոնտակտի դեպքում
- Լ.Ա. Մովսիսյան
Անհամասեռ սալի ազատ տատանումների մասին
- Մ.Լ. Բելուրեկյան, Գ.Ռ. Ղուլղազարյան,
Ա.Վ. Սահակյան
Ռեւելյի տիպի ալիքները կիսաանվերջ
փակ շրջանային զլանային
բաղանքում
- Սահակյան Ս.Գ.
Ծնշման կետային աղբյուրից առաջացած
ալիքների ռարածուրը առձեռակա անհամասեռ
ակուստիկական կիսատարածությունում
- Ն.Գ. Արևշատյան, Ռ.Մ. Կիրակոսյան,
Ս.Պ. Ստեփանյան
Փովոլխական հաստության օրրոտրոպ կլոր սալի
ծռուրը ընդլայնական սահրի հաշվամամբ
- Խաչիկյան Ա.Ս., Ղազարյան Լ.Ս., Ներսիսյան
Գ.Գ.
Երկրակեղևի սալերի լարվածային վիճակը և
երկրաշարժի հնարավոր առավելագույն
էներգիան
- Ա.Ա.Մարգսյան
Օպտիկական պատկերի պարամետրերի և
անդրադարձնող մակերևույթի դեֆորմացիաների
կապի մասին
- Ա.Մ. Մարգսյան
Կտոր ևս կտոր համասեռ մարմնում
էլեկտրական և մեխանիկական դաշտերի
կապակցվածության ազդեցությունը նրանց
բնութագրիչների վրա

Содержание

- Амбардумян С.А., Саркисян С.В.
МАГНИТОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ
ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ОРТОТРОПНОЙ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В
ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ
- 3
- Саркисян В.С., Керомян А.В.
О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ
ПОЛУПЛОСКОСТИ, НА ГРАНИЦЕ КОТОРОЙ
ПРИКЛЕЕН НЕЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМЫЙ
СТРИНГЕР КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ
- 17
- Задоян М.А.
ЗОНА УПРОЧНЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ ЛИСТА
- 27
- Агаловян А.А., Хачатрян А.М.
О ДВУХ ЗАДАЧАХ АНИЗОТРОПНОЙ
ДВУХСЛОЙНОЙ ПОЛОСЫ ПРИ НЕПОЛНОМ
КОНТАКТЕ МЕЖДУ СЛОЯМИ
- 34
- Мовсисян А.А.
К СВОБОДНЫМ КОЛЕБАНИЯМ
НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТИН
- 42
- Белубекян М.В., Гулгазарян Г.Р., Саакян А.В.
ВОЛНЫ ТИПА РЭЛЕЯ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ
КРУГОВОЙ ЗАМКНУТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ
ОБОЛОЧКЕ
- 49
- Саакян С.Г.
РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В УПРУГОМ
НЕОДНОРОДНОМ АКУСТИЧЕСКОМ
ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ, ВЫЗВАННЫХ
ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ ДАВЛЕНИЯ
- 56
- Аревшатыан Н.Г., Киракосян Р.М., Степанян
С.П.
ИЗГИБ ОРТОТРОПНОЙ КРУГЛОЙ
ПЛАСТИНКИ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С
УЧЕТОМ ПОПЕРЕЧНОГО СДВИГА¹
- 64
- Хачикян А.С., Казарян А.С., Нерсисян Г.Г.
НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МИКРОПОЛИТ
ЗЕМНОЙ КОРЫ И МАКСИМАЛЬНО
ВОЗМОЖНАЯ ЭНЕРГИЯ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ
- 69
- Саркисян А.А.
О СВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ ОПТИЧЕСКОГО
ИЗОБРАЖЕНИЯ С ДЕФОРМАЦИЯМИ
ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ
- 74
- Саргсян А.М.
О ВЛИЯНИИ СВЯЗАННОСТИ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МЕХАНИЧЕСКИХ
ПОЛЕЙ НА ПОВЕДЕНИЕ ИХ
ХАРАКТЕРИСТИК В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ
ТЕЛЕ
- 80