

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА  
ПРОНИКАНИЯ ТВЕРДОГО ИНДЕНТОРА В  
АНИЗОТРОПНУЮ СРЕДУ ПО ГИПОТЕЗЕ  
НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ

Багдоев А.Г., Ванцян А.А., Хачатрян Б.К.,  
Хачатрян Л.А.

Ա. Գ. Բաղդոև, Ա. Ա. Վանցյան, Բ. Կ. Խաչատրյան, Լ. Ա. Խաչատրյան  
Անիզոտրոպ միջավայր պինդ մարմնի ներթափանցման դինամիկ խնդրի լուծումը  
ըստ նորմալ կտրվածքների վարկածի

Թվային եղանակով լուծված է պինդ մարմնի անիզոտրոպ միջավայր ներթափանցման  
դինամիկ խնդիրը օգտագործելով նորմալ կտրվածքների վարկածը Ուսումնասիրված է  
լարումների վարքը ինչպես մարմնից մոտ պլաստիկ տիրույթում, այնպես էլ մարմնի վրա  
կախված միջավայրի անիզոտրոպ հատկությունից:

A. G. Bagdoyev, A. A. Vantsyan, B. K. Khachatryan, L. A. Khachatryan

The penetration of rigid indenter into anisotropic medium on hypothesis of normal cross sections

На основе гипотезы нормальных сечений численно решена динамическая задача проникания твердого тела в анизотропную среду. Изучено поведение напряжений как в пластической области, так и на теле в зависимости от свойства анизотропии среды.

Задачи проникания твердых инденторов в изотропную среду в предположении, что имеет место идеально-пластическое течение вблизи индентора, сопрягающееся с линейно упругим решением, и при допущении о применимости гипотезы плоских сечений, рассмотрены в [1-5].

Аналогичная по математической постановке задача о взрыве в среде с цилиндрической и сферической симметриями рассмотрена в [5-7]. При тех же предположениях задача проникания узкого индентора в анизотропную среду рассмотрена в работе [8]. Показано, что [9] при наличии трансверсальной изотропии, для которой предел текучести для плоскости изотропии вдвое больше осевого, имеет место резкое возрастание напряжений на инденторе. Этот результат проверен экспериментально [9].

В настоящей статье рассматривается задача проникания не слишком тонкого индентора в форме конуса, переходящего в цилиндр, в

анизотропную среду. Как и в [10, 11] сделано предположение, подтвержденное экспериментально в [1, 9], о том, что скорости частиц вблизи от индентора направлены по его нормали.

В цилиндрических координатах ось  $ox$  выбрана по направлению проникания индентора, ось  $or$  по радиусу, тогда, записав связь компонент тензора скоростей деформации и напряжений в пластической области, а также условие текучести Мизеса, для девиаторов напряжений можно найти [8]

$$\begin{aligned}\sigma'_{rr} &= -\frac{\dot{\epsilon}_{\theta\theta}(2F+G) + \dot{\epsilon}_{xx}(2F+H)}{a\alpha} \\ \sigma'_{xx} &= -\frac{\dot{\epsilon}_{\theta\theta}(F-G) + \dot{\epsilon}_{xx}(F+2H)}{a\alpha} \\ \sigma'_{\theta\theta} &= -\frac{\dot{\epsilon}_{\theta\theta}(2G+F) + \dot{\epsilon}_{xx}(F-H)}{a\alpha}, \quad \alpha = 3(FH + FG + GH)\end{aligned}\quad (1)$$

Используя условие Мизеса и (1), для множителя  $a$  имеем

$$\begin{aligned}a^2 &= \frac{9H}{\alpha^2} [\dot{\epsilon}_{\theta\theta}(F+G) + \dot{\epsilon}_{xx}F]^2 + \frac{G}{\alpha^2} [\dot{\epsilon}_{\theta\theta}(3F+2G) + \dot{\epsilon}_{xx}(F+H)]^2 + \\ &+ \frac{9F}{\alpha^2} [\dot{\epsilon}_{\theta\theta}G + \dot{\epsilon}_{xx}H]^2 + \frac{2}{M} \dot{\epsilon}_{rx}^2\end{aligned}\quad (2)$$

Как и в [1-5], удовлетворяются уравнения движения в радиальном направлении, в то время, как для определения касательной индентору компонент скорости частиц, можно использовать уравнение движения в осевом направлении, причем для  $\sigma_{xx}$  с помощью соотношения

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \sigma_{rr} + \sigma'_{xx} - \sigma'_{rr} \text{ и (1) можно записать} \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{rr} + \frac{3F \frac{f-x}{r^2} \delta f' - 3H \frac{\delta \gamma'}{r}}{a\alpha}\end{aligned}\quad (3)$$

С учетом равенства

$$\sigma'_{rr} - \sigma'_{\theta\theta} = -\frac{3F(2\dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{xx})}{a\alpha}\quad (4)$$

и условий  $v_x = \gamma v_r$ ,  $\gamma = \text{tg} \beta$ , где  $\beta$  — полуугол в вершине конуса

уравнения радиального движения примет вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{3F(2\dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{xx})}{a\alpha r} + \frac{1}{aM} \frac{\partial \dot{\epsilon}_{rx}}{\partial x} = \\ = \rho \delta \left[ \frac{f'^2}{r} + \frac{f-x}{r} f'' + \gamma f'' - \frac{(f-x)^2}{r^3} \delta f'^2 - \frac{f-x}{r^2} \delta \gamma f'^2 \right]\end{aligned}\quad (5)$$

где уравнение конической части индентора  $r_k = \gamma(f-x)$ ,  $f(t)$  есть глубина проникания,  $\rho$  - плотность среды.

Учитывая соотношения [8]

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = -\frac{\delta\gamma f'}{r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \left\{ \frac{f-x}{r^2} + \frac{\gamma}{r} \right\} \delta f', \quad \dot{\varepsilon}_{rx} = -\frac{\delta}{r^2} (r+f-x) f' \quad (6)$$

и интегрируя уравнение (5), можно получить

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} = & \left( 3F\gamma - \frac{\alpha}{M} \right) \frac{1}{\sqrt{a_1}} \ln \left| \frac{2a_1 r + a_2}{2\sqrt{a_1}} + \sqrt{a_1 r^2 + a_2 r + a_3} \right| - \\ & - 6F(f-x) \frac{1}{\sqrt{a_3}} \operatorname{Arth} \frac{2a_1 + a_2 r}{2\sqrt{a_1} \sqrt{a_1 r^2 + a_2 r + a_3}} + \frac{\rho \delta^2 f'^2 (f-x)^2}{2r^2} + \quad (7) \\ & + \frac{1}{r} \rho \delta^2 \gamma f'^2 (f-x) + \rho \delta [f'^2 + (f-x)f''] \ln r + \rho \delta \gamma f'' r + \frac{c(x,t)}{\cos^2 \beta} \end{aligned}$$

где  $c(x,t)$  определяется из условий равенства нормальных компонент перемещений и напряжений на поверхности  $r=r_k \xi_0$ , определяемая из условия Мизеса. В (7) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a_1 &= 9HG^2\gamma^2 + G(2F+2G-H)^2\gamma^2 + 9F(G-H)^2\gamma^2 + \frac{2\alpha^2}{M} = a'_1 \\ a_2 &= 9HG(F+G)\gamma(f-x) + G(3F+2G)(2F+2G-H)\gamma(f-x) + \\ &+ 9FG(G-H)\gamma(f-x) + \frac{2\alpha^2}{M}(f-x) = a'_2\xi, \quad \xi = (f-x) \\ a_3 &= \left[ 9H(F+G)^2 + G(3F+2G)^2 + 9FG^2 + \frac{2\alpha^2}{M} \right] (f-x)^2 = a'_3\xi^2 \end{aligned}$$

Распространяя гипотезу нормальных сечений также на упругую область, с учетом закона Гука для напряжений, в упругой области можно записать

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= a_{11} \left[ \frac{f-y}{r} \gamma - \frac{(f-y)^2}{2r^2} \right] \delta + a_{12} \frac{(f-y)^2}{2r^2} \delta \\ \sigma_{\theta\theta} &= a_{12} \left[ \frac{f-y}{r} \gamma - \frac{(f-y)^2}{2r^2} \right] \delta + a_{22} \frac{(f-y)^2}{2r^2} \delta \\ \sigma_{xx} &= a_{13} \left[ \frac{f-y}{r} \gamma - \frac{(f-y)^2}{2r^2} \right] \delta + a_{23} \frac{(f-y)^2}{2r^2} \delta \\ \sigma_{rx} &= a_{55} \frac{f-y}{r} \delta \left( \gamma - \frac{f-y}{2r} \gamma - 1 \right) \quad (8) \end{aligned}$$

Используя непрерывность нормальных компонент напряжений при  $r = r_k \xi_0$  и с учетом

$$\sigma_{nn} = \sigma_{rr} \sin^2(n\hat{r}) + \sigma_{\alpha\alpha} \cos^2(n\hat{r}) + 2\sigma_{r\alpha} \cos(n\hat{r}) \sin(n\hat{r})$$

для определения постоянной интегрирования  $c(x, t)$  можно получить соотношение

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{f-x + \gamma_k \xi_0}{r_k \xi_0} \gamma - \frac{(f-x + \gamma_k \xi_0)^2}{2r_k^2 \xi_0^2} \right] \delta(a_{11} \cos^2 \beta + a_{13} \sin^2 \beta) + \\ & + \frac{(f-x + \gamma_k \xi_0)^2}{2r_k^2 \xi_0^2} \delta(a_{23} \sin^2 \beta + a_{12} \cos^2 \beta) + \\ & + a_{55} \frac{f-x + \gamma_k \xi_0}{r_k \xi_0} \delta \left( \gamma - \frac{f-x + \gamma_k \xi_0}{2r_k \xi_0} \gamma - 1 \right) \sin^2 \beta = \\ & = \left( 3F\gamma - \frac{\alpha}{M} \right) \frac{1}{\sqrt{a_1}} \ln \left| \frac{2a_1 r_k \xi_0 + a_2 + \sqrt{a_1 r_k^2 \xi_0^2 + a_2 r_k \xi_0 + a_3}}{2\sqrt{a_1}} \right| - \\ & - 6F(f-x) \frac{1}{\sqrt{a_3}} \operatorname{Arth} \frac{2a_3 + a_2 r_k \xi_0}{2\sqrt{a_3} \sqrt{a_1 r_k^2 \xi_0^2 + a_2 r_k \xi_0 + a_3}} + \frac{\rho \delta^2 f'^2 (f-x)^2}{2r_k^2 \xi_0^2} + \\ & + \frac{\rho \delta^2 \gamma f'^2 (f-x)}{r_k \xi_0} + \rho \delta [f'^2 + (f-x)f''] \ln r_k \xi_0 + \rho \delta \gamma f'' r_k \xi_0 + c(x, t) \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя значение  $c(x, t)$  из (9) в (7) на инденторе для  $\sigma_{rr}$  с учетом того, что  $r_k = \gamma(f-x)$ , после группировки получается значение

$$\sigma_{rr} = A_1 f'^2(t) + A_2 \xi f''(t) + A_3 \quad (10)$$

где введены следующие обозначения:

$$A_1 = \rho \delta \left[ \frac{\delta(\xi^2 - 1)}{2\xi_0^2 \gamma^2} + \frac{\delta(\xi_0 - 1)}{\xi_0} - \ln \xi_0 \right], \quad A_2 = -\rho \delta [\ln \xi_0 + \gamma^2 (\xi_0 - 1)],$$

$$\begin{aligned} A_3 = & \left( 3F\gamma - \frac{\alpha}{M} \right) \frac{1}{\sqrt{a'_1}} \ln \left| \frac{2a'_1 \gamma + a'_2 + 2\sqrt{a'_1} \sqrt{a'_1 \gamma^2 + a'_2 \gamma + a'_3}}{2a'_1 \gamma \xi_0 + a'_2 + 2\sqrt{a'_1} \sqrt{a'_1 \gamma^2 \xi_0^2 + a'_2 \gamma \xi_0 + a'_3}} \right| - \\ & - \frac{6F}{\sqrt{a'_3}} \left[ \operatorname{Arth} \frac{2a'_1 + a'_2 \gamma}{2\sqrt{a'_1} \sqrt{a'_1 \gamma^2 + a'_2 \gamma + a'_3}} - \operatorname{Arth} \frac{2a'_1 + a'_2 \xi_0 \gamma}{2\sqrt{a'_1} \sqrt{a'_1 \xi_0^2 \gamma^2 + a'_2 \xi_0 \gamma + a'_3}} \right] + \\ & + \left[ \frac{1}{\xi_0} + \gamma^2 - \frac{(1 + \gamma^2 \xi_0)^2}{2\xi_0^2 \gamma^2} \right] \delta(a_{11} \cos^2 \beta + a_{13} \sin^2 \beta) + \frac{\delta(1 + \gamma^2 \xi_0)}{2\xi_0^2 \gamma^2} \times \\ & \times (a_{23} \sin^2 \beta + a_{12} \cos^2 \beta) + a_{55} \frac{1 + \gamma^2 \xi_0}{\xi_0 \gamma} \delta \left( \gamma - \frac{1 + \gamma^2 \xi_0}{2\xi_0} - 1 \right) \sin^2 \beta \end{aligned}$$

Для  $\sigma_{rx}$  в пластической области можно получить выражение

$$\sigma_{rx} = -\frac{\alpha\delta}{M} \frac{(r+f-x)f'}{\sqrt{a_1 r^2 + a_2 r + a_3}} \quad (11)$$

Подставляя упругое решение (8) при  $r = r_k \xi_0$  в условие текучести Мингеса для определения  $\xi_0$ , имеет место формула

$$4k^2 \delta^2 \left\{ H[(\gamma - k)(a_{11} - a_{12}) + k(a_{12} - a_{22})]^2 + G[(\gamma - k)(a_{11} - a_{13}) + k(a_{12} - a_{23})]^2 + F[(\gamma - k)(a_{13} - a_{12}) + k(a_{23} - a_{22})]^2 + Ma_{33}^2(1 - k)^2 \right\} = 1 \quad (12)$$

где

$$k = \frac{1}{2\gamma\xi_0} + \frac{\gamma}{2}$$

Для определения максимальной глубины проникания необходимо вычислить силу сопротивления  $P$ , где

$$P = 2\pi \int_0^f r_k \left( -\frac{\partial r_k}{\partial x} + k_1 \right) \sigma_{nn} \cos \beta dx \quad \text{при } f < \zeta \quad (13)$$

$k_1$  - коэффициент трения между средой и индентором. Для  $\sigma_{nn}$  с учетом формулы

$$\sigma_{nn} = \sigma_{rr} \sin^2(n\hat{r}) + \sigma_{xx} \cos^2(n\hat{r}) + 2\sigma_{rx} \cos(n\hat{r}) \sin(n\hat{r})$$

можно записать при  $r = r_k = \gamma\xi$

$$\begin{aligned} \sigma_{nn} &= \sigma_{rr} \sin^2 \beta + \left[ \sigma_{rr} + \frac{3F(f-x)}{a\alpha r^2} \delta f' - \frac{3H\delta\gamma'}{a\alpha r} \right] (1 - \sin^2 \beta) + \\ &+ \sigma_{rx} \sin 2\beta = \sigma_{rr} + \left[ \frac{3F(f-x)\delta}{a\alpha r^2} - \frac{3H\delta\gamma'}{a\alpha r} \right] f' \cos^2 \beta - \\ &- \frac{\alpha\delta}{M} \frac{\gamma+1}{\sqrt{a_1'\gamma^2 + a_2'\gamma + a_3'}} f' \sin 2\beta \end{aligned}$$

или в новых обозначениях

$$\sigma_{nn} = A_1 f'^2(t) + A_2 \xi f''(t) + A_3 + B_1 - B_2 f'(t) \quad (14)$$

$$\text{где } B_1 = \frac{3\delta(F - \gamma^2 H)}{a\alpha\gamma^2} \cos^2 \beta, \quad \bar{a} = a \frac{\xi}{f'}, \quad B_2 = \frac{\alpha\delta}{M} \frac{(\gamma+1) \sin 2\beta}{\sqrt{a_1'\gamma^2 + a_2'\gamma + a_3'}}$$

С учетом (13) и (14) для силы сопротивления можно записать для  $f < \zeta$  ( $\zeta$  - высота конусной части индентора)

$$P = -2\pi\gamma(\gamma + k_1) \int_0^f \xi (A_1 f'^2 + A_2 \xi f'' - B_2 f' + B_1 + A_3) \cos \beta d\xi \quad (15)$$

после интегрирования и обозначения

$$2\pi\gamma(\gamma + k_1) \cos \beta / m = \chi$$

уравнение движения  $mf'' = -P$  (где  $m$  - масса индентора)

$$f'' \left( 1 - \chi A_2 \frac{f^3}{3} \right) = \chi A_1 \frac{f^2}{2} f'^2 - \chi B_2 \frac{f^2}{2} f' + \chi B_1 \frac{f^2}{2} + \chi A_3 \frac{f^2}{2} \quad (16)$$

вводя обозначения  $f' = p(f)$ ,  $f'' = p'p$  (16) примет вид

$$p'p \left( 1 - \chi A_2 \frac{f^3}{3} \right) = \chi \frac{f^2}{2} (A_1 p^2 - B_2 p + B_1 + A_3) \quad (17)$$

Численно решая (17), при  $f=0$   $p = v_0$ , можно определить  $p = v_1$

скорость индентора в момент  $f = \zeta$  и можно вычислить  $\frac{dp}{df} = \frac{f''}{p}$  (для

любых  $f$ ).

При дальнейшем проникании, то есть для  $f > \zeta$ , интеграл (15) после интегрирования от 0 до  $\zeta$  примет вид

$$P = -2\pi\gamma(\gamma + k_1) \left( A_1 f'^2 \frac{\zeta}{2} + A_2 \frac{\zeta^3}{3} f'' - B_2 \frac{\zeta^2}{2} f + B_1 \frac{\zeta^2}{2} + A_3 \frac{\zeta^2}{2} \right)$$

после чего уравнение движения примет вид

$$p'p \left( 1 - \chi A_2 \frac{\zeta^3}{3} \right) = \frac{\zeta^2}{2} \chi (A_1 p^2 - B_2 p + B_1 + A_3)$$

откуда

$$\begin{aligned} f - \zeta &= \frac{1 - \chi A_2 \frac{\zeta^3}{3}}{\frac{\zeta^2}{2} \chi} \int_{v_1}^{f'} \frac{p dp}{A_1 p^2 - B_2 p + B_1 + A_3} = \\ &= \frac{2(3 - \chi A_2 \zeta^3)}{3\zeta^2 \chi} \left\{ \frac{1}{2A_1} \ln(A_1 p^2 - B_2 p + B_1 + A_3) + \right. \\ &\left. + \frac{B_2}{A_1} \frac{1}{\sqrt{4A_1(B_1 + A_3) - B_2^2}} \operatorname{arctg} \frac{2A_1 p - B_2}{\sqrt{4A_1(B_1 + A_3) - B_2^2}} \right\} \Big|_{v_1}^{f'} \quad (18) \end{aligned}$$

или

$$f - \zeta = \frac{2(3 - \chi A_2 \zeta^3)}{3\zeta^2 \chi} \left\{ \frac{1}{2A_1} \ln \frac{A_1 f'^2 - B_2 f' + B_1 + A_3}{A_1 v_1^2 - B_2 v_1 + B_1 + A_3} + \right.$$



$$+ \frac{B_2}{A_1} \frac{1}{\sqrt{4A_1(B_1 + A_3) - B_2^2}} \left( \operatorname{arctg} \frac{2A_1 f' - B_2}{\sqrt{4A_1(B_1 + A_3) - B_2^2}} - \right. \\ \left. - \operatorname{arctg} \frac{2A_1 v_1 - B_2}{\sqrt{4A_1(B_1 + A_3) - B_2^2}} \right) \quad (19)$$

В (19)  $f = f_{\max}$  при  $f' = 0$

Вычислены значения  $f_{\max}$ ,  $\sigma_{rr}(r, x, f)$ ,  $\sigma_{xx}(r, x, f)$ ,  $\sigma_{rx}(r, x, f)$  при заданных значениях постоянных

$v_0 = 800 \text{ M / сек}$ ;  $m = 10^{-3} \text{ кг}$ ,  $\tau_{sr} = \tau_{\theta\theta} = 3 \cdot 10^8 \text{ Па}$ ;

$r_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ M}$ ;  $\tau_{xx} = (0,55; 0,6; 0,7; 0,99)\tau_{sr}$ ,

$\rho = 2700 \text{ кг / M}^3$ ;  $k_1 = 0,15$ ;  $\beta = 0,2; 0,3; 0,4$ ;

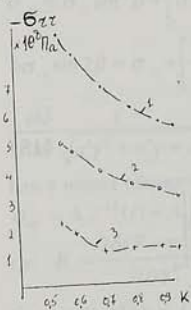
$a_{11} = a_{22} = 7^{-1} \cdot 10^{-10}$ ;  $a_{12} = -25^{-1} \cdot 10^{-10}$ ;  $a_{23} = a_{13} = -7^{-1} \cdot 10^{-11}$ ;

$a_{55} = 4,5^{-1} \cdot 10^{-10}$ ;  $\tau_{vxx} = 10^8 \text{ Па}$ ;  $\xi = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ M}$

$0 < x < f$ ,  $r_k < r < 2r_k \xi_0$ ,  $r_k = \gamma(f - x)$

и значения  $\sigma_{rr}(r_k, x_k, f)$ ;  $\sigma_{xx}(r_k, x_k, f)$ ;  $\sigma_{rx}(r_k, x_k, f)$  при  $f > x > f - \xi$  и  $r_k = \gamma(f - x)$ .

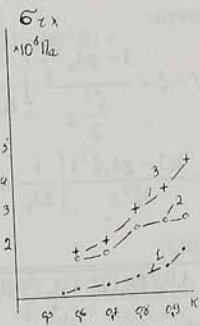
С целью подробного изучения влияния основного параметра анизотропии  $k = \tau_{xx} / \tau_{sr}$  на поведение особенности, имеющей место в выражениях напряжений и на глубину проникания индентора, проведен тщательный численный анализ.



Фиг.1



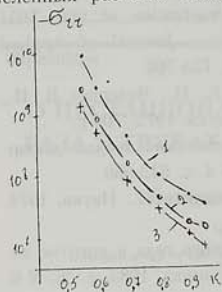
Фиг.2



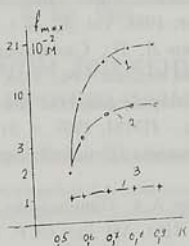
Фиг.3

Изучено влияние параметра  $k$  на  $\sigma_{ij}$  как в пластической области, так и на инденторе при разных  $\beta$ . Вычислены также значения  $v(k, \beta)$  и  $f_{\max}(k, \beta)$ . Указанные величины вычислены на десяти разных глу-

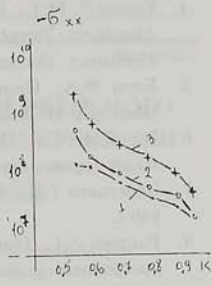
бинах проникания индентора. На фиг. 1-6 приведены зависимости указанных величин лишь для двух значений  $f$  и  $x$ , хотя результаты численных расчетов позволяют проследить за всем процессом проника-



Фиг.4



Фиг.5



Фиг.6

ния. На фиг. 1,2 приведены значения  $\sigma_{rr}(k, \beta)$  и  $\sigma_{xx}(k, \beta)$  в момент, когда  $f = 8 \cdot 10^{-3} M$  и  $x = 3,7 \cdot 10^{-3} M$ , т.е. для средних сечений конической части индентора, а на фиг. 4,5 в момент, когда  $f = 1,5 \cdot 10^{-2} M$ , т.е. когда индентор проник на величину конусной части и  $x = 1,2 \cdot 10^{-2} M$ . Из графиков видно, что всегда наблюдается резкое увеличение  $\sigma_{rr}$  при  $k \rightarrow 0,5$ . Для острых инденторов (кривые 1), где  $\beta = 0,2$ , влияние эффекта анизотропии более существенно, чем для кривых 2,3, где  $\beta = 0,3$  и  $\beta = 0,4$ , соответственно. Наблюдается зависимость эффекта от координаты  $x$ ; около вершины индентора  $\sigma_{rr}$  и  $\sigma_{xx}$  при  $k \rightarrow 0,5$  приобретают порядок  $10^{10}$  Па, когда около цилиндрической части индентора  $\sigma_{rr}$  и  $\sigma_{xx} \sim 10^7 + 10^8$  Па.

На фиг.6 приведена зависимость  $f_{max}(k)$  для разных  $\beta$ . Как и следовало ожидать, из поведения напряжений на инденторе эффект уменьшения глубины проникания для острых инденторов намного больше.

Таким образом, применение гипотезы нормальных сечений, как и при применении гипотезы плоских сечений, показывает, что за счет подходящего выбора анизотропии среды можно существенно уменьшить глубину проникания индентора.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Backman M.E., Goldsmith W. The Mechanics of Penetration Projectiles into targets.- Int. T. Eng. Sci. 1978, v.16,N1, pp. 1-100.



2. Сагомоян А.Я. Проникание. - М.: Изд-во МГУ, 1974.
3. Багдоев А.Г., Ванцян А. А. Проникание тонких тел в упругие среды. - Изв. АН Арм ССР, Механика, 1981, т. 34, N1, с. 3-14.
4. Forrestal M.J., Okajima K., Luk V.K. Penetration of 6061-T651 Aluminum Targets With Rigid Long Rods. - Journal of Applied Mechanics, December, 1988, vol. 55, N 4, pp. 755-760.
5. Баум Ф.А., Орленко Л. П., Станюкович К. П., Челышев В. П., Шехтер Б.И. Физика взрыва. - М.: Изд. Наука, 1975. 704 с.
6. Григорян С.С. Некоторые вопросы математической теории деформации горных пород. - ПММ, 1967, т. 31, N 4. с. 643-669.
7. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. - М.: Наука, 1974. 640 с.
8. Багдоев А.Г., Ванцян А.А. Проникание тонкого тела в упругие анизотропные среды. - Изв. АН Арм ССР, Механика, 1983, т. 36, N 6, с. 23-30.
9. Багдоев А.Г., Ванцян А.А., Григорян М.С. Влияние анизотропных свойств металлических образцов на проникание. - Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1988, т. 41, N 6, с. 28-34.
10. Сагомоян А. Я. Динамика пробывания преград. - М.: Изд. МГУ, 1988.
11. Ионов В.Н., Огибалов П.М. Напряжения в телах при импульсном нагружении. - М.: Высшая школа, 1975. 463 с.
12. Хилл Р. Математическая теория пластичности. - М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.
13. Ванцян А.А. Проникание тупого конуса, переходящего в цилиндр, в первоначально упругую среду. - Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. 1987.

Институт механики  
НАН Армении

Поступила в редакцию  
3.05.1995