

РЕШЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ
ПРОНИКАНИЯ ТВЕРДОГО КОНУСА В
ПЕРВОНАЧАЛЬНО-УПРУГУЮ
ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНУЮ СРЕДУ

Асатрян В.Л., Багдоев А.Г., Ванцян А.А.

Վ.Լ.Ասատրյան, Ա.Գ.Բագդոև, Ա.Ա.Վանցյան

Նախապես առաձգական տրամավերապ - իզոտրոպ միջավայր անվերք կոչու կռնի
ներքափանցման դինամիկ խնդրի լուծումը:

Դարք կորուվածքների վարկածի հիման վրա լուծված է անվերք կոչու կռնի ներքափանցման
դինամիկ խնդրի: Ցուց է տրված դինամիկ անդամների և միջավայրի անհզուտության ազ-
դեցությունը ներքափանցման պրոցեսի վրա:

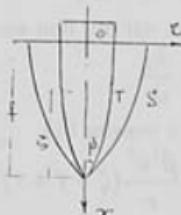
V. L. Asatryan, A.G. Bagdoev, A.A. Vantsyan

The solution of dynamic problem of penetration of rigid cone into initially
elastic transversal - isotropic medium

Рассматривается задача проникания твердого бесконечного конуса в трансверсально-изотропную среду по гипотезе плоских сечений. Показано влияние динамических членов и анизотропии среды на процесс проникания.

Рассматривается задача проникания твердого бесконечного конуса в трансверсально-изотропную среду по гипотезе плоских сечений. Задача проникания тонкого твердого тела в анизотропную среду в квазистатической постановке решена в [1]. Для изотропной среды динамическая задача проникания твердого индентора решена в [2].

В рассматриваемой модели проникания вводится поверхность разрушения, спереди которой среда упругая, а позади неупругая. Если рассматривать среду, подчиняющуюся уравнениям Прандтля-Рейса, то следует полагать



Фиг. 1

$\dot{\varepsilon}_\eta = \frac{1}{\mu} \dot{s}_\eta + \frac{\varepsilon_i}{\tau_i} s_\eta$, где для простоты взята изотропная среда (μ – модуль

сдвига). Предполагая $\frac{\tau_i}{\mu \varepsilon_i} \frac{d}{dt} \ll 1$, т.е. считая задачу квазистатической,

можно получить уравнения пластического течения. Из результатов, полученных для данной среды, следует [1] $\varepsilon_i = 2 \frac{v}{r} = 2 \frac{r_i}{r^2} \frac{\partial r_i}{\partial t}$, тогда

получится для порядков величин $\frac{\tau_i}{\mu} \frac{r^2}{2r_i^2} \ll 1$. При $r/r_i \sim 1$, в силу

малости, τ_i/μ можно в уравнениях течения пренебречь первым слагаемым, что выполняется в области пластичности на некотором удалении от поверхности разрушения. При $\frac{r^2}{r_i^2} \sim \frac{\mu}{\tau_i}$, т.е. вблизи

поверхности разрушения, следует удерживать все слагаемые. Таким путем, мы обосновываем правильность использования уравнений идеальной теории пластичности вблизи тела, а вдали от него следует сращивать решение с упругим решением. Такая модель принята в квазистатической по терминологии [6] задаче, которая соответствует идеальной пластичности. То, что принимается модель идеальной пластичности позади фронта разрушения, сделана в указанной статье и в статьях А. Я. Сагомоняна

Вначале рассматривается задача для тела формы криволинейного конуса, переходящего в цилиндр, уравнение которого берется в форме

$$r_i = r_0 - \beta(\zeta - f + x)^v \quad (1)$$

где ось ox направлена вдоль направления проникания, $r_0 = \beta \zeta^v$ есть радиус цилиндрической части тела, f – глубина проникания, ζ – высота конуса, $v > 1$, β – постоянная, (фиг. 1). Как и в [1], радиальная скорость частиц при выполнении гипотезы плоских сечений имеет вид [1]

$$v_r = \frac{r_i}{r} \frac{\partial r_i}{\partial t} \quad (2)$$

откуда с учетом (1)

$$\begin{aligned} \frac{dv_r}{dt} = & \frac{\beta^2 v^2}{r} (\zeta - f + x)^{2(v-1)} f'^2 + \frac{r_i}{r} \beta v (\zeta - f + x)^{v-1} f'' - \\ & - \beta v (v-1) \frac{r_i}{r} (\zeta - f + x)^{v-2} f'^2 - \frac{r_i^2}{r^3} \beta^2 v^2 (\zeta - f + x)^{2(v-1)} f'^2 \end{aligned} \quad (3)$$

В области пластичности вблизи индикатора можно записать для связи тензора скоростей деформаций и тензора напряжений [5]

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{rr} &= \bar{a} [H(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) + G(\sigma_{rr} - \sigma_{\alpha\alpha})] \\ \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} &= \bar{a} [H(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}) + F(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\alpha\alpha})] \\ \dot{\varepsilon}_{\alpha\alpha} &= \bar{a} [G(\sigma_{\alpha\alpha} - \sigma_{rr}) + F(\sigma_{\alpha\alpha} - \sigma_{\theta\theta})]\end{aligned}\quad (4)$$

Условие текучести Мизеса записывается в виде

$$H(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + G(\sigma_{rr} - \sigma_{\alpha\alpha})^2 + F(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\alpha\alpha})^2 = 1 \quad (5)$$

В (4) и (5) F, G, H даются формулами

$$2F = \frac{1}{\tau_{\alpha\alpha}^2} + \frac{1}{\tau_{rr}^2} - \frac{1}{\tau_{\theta\theta}^2}, \quad 2G = \frac{1}{\tau_{\alpha\alpha}^2} + \frac{1}{\tau_{rr}^2} - \frac{1}{\tau_{\theta\theta}^2}, \quad 2H = \frac{1}{\tau_{\theta\theta}^2} + \frac{1}{\tau_{rr}^2} - \frac{1}{\tau_{\alpha\alpha}^2} \quad (6)$$

где $\tau_{\alpha\alpha}$, τ_{rr} , $\tau_{\theta\theta}$ — пределы текучести в соответствующих направлениях, величина \bar{a} в формулах (4) подлежит определению.

Согласно гипотезе плоских сечений $\dot{\varepsilon}_{\alpha\alpha} = 0$ и из (4) можно получить

$$\sigma_{\alpha\alpha} - \sigma_{\theta\theta} = -\frac{G}{F}(\sigma_{\alpha\alpha} - \sigma_{rr}) \quad (7)$$

Вводя девиаторы напряжения $\sigma_{\alpha\alpha} - \sigma = \sigma_{\alpha\alpha}$, $\sigma_{rr} - \sigma = \sigma_{rr}$,
 $\sigma_{\theta\theta} - \sigma = \sigma_{\theta\theta}$, где $3\sigma = \sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}$

систему уравнений (4) можно записать в виде

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} &= 0 \\ \sigma_{\alpha\alpha} &= \sigma_{\theta\theta} + \frac{G}{F}(\sigma_{rr} - \sigma_{\alpha\alpha})\end{aligned}\quad (9)$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{\bar{a}} = H(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}) + F(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\alpha\alpha})$$

и обозначая

$$\sigma_{rr} = \frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{\bar{a}} \bar{\sigma}_{rr}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{\bar{a}} \bar{\sigma}_{\theta\theta}, \quad \sigma_{\alpha\alpha} = \frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{\bar{a}} \bar{\sigma}_{\alpha\alpha} \quad (10)$$

условие текучести Мизеса можно переписать в виде

$$H(\bar{\sigma}_{rr} - \bar{\sigma}_{\theta\theta})^2 + G(\bar{\sigma}_{rr} - \bar{\sigma}_{\alpha\alpha})^2 + F(\bar{\sigma}_{\theta\theta} - \bar{\sigma}_{\alpha\alpha})^2 = \frac{\bar{a}^2}{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^2} \quad (11)$$

Из (9) можно получить

$$\bar{\sigma}_{\alpha\alpha} = \frac{F - G}{\alpha}, \quad \bar{\sigma}_{rr} = \frac{2F + G}{-\alpha}, \quad \bar{\sigma}_{\theta\theta} = \frac{2G + F}{\alpha} \quad (12)$$

где $\alpha = 3(GF + GH + FH)$

Для определения неизвестного \bar{a} в (4) из (11) и (12) следует

$$\frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^2}{\bar{a}^2} = \frac{\alpha}{3(G+F)} \quad (13)$$

Из уравнения движения, записанного из предположения гипотезы плоских сечений

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = \rho \frac{dv_r}{dt} \quad (14)$$

и из соотношений (10), (12) можно получить

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \sqrt{\frac{3(G+F)}{\alpha}} \frac{1}{r} = \rho \frac{dv_r}{dt} \quad (15)$$

Интегрируя уравнение (15) с учетом (3), получим

$$\sigma_{rr} = \sqrt{\frac{3(G+F)}{\alpha}} \ln r + A \ln r - \frac{B}{2r^2} + c_1 \quad (16)$$

где

$$A = \rho \beta^2 v^2 (\zeta - f + x)^{2(v-1)} f'^2 + \rho r_i \beta v (\zeta - f + x)^{v-1} f'' - \\ - \rho \beta v (v-1) r_i (\zeta - f + x)^{v-2} f'^2$$

$$B = -\rho r_i^2 \beta^2 v^2 (\zeta - f + x)^{2(v-1)} f'^2$$

c_1 — постоянная интегрирования.

Из (16) видно, что для среды, в которой $\alpha \rightarrow 0$, $\sigma_{rr} \rightarrow \infty$. Причиной особого поведения σ_{rr} при $\alpha \rightarrow 0$, также для общего случая без гипотезы плоских сечений, является нарушение условий выпуклости поверхности текучести (11).

Записав соотношения (4) в виде

$$\dot{\sigma}_{rr} = -\frac{(2F+G)\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}/\bar{a} + (2F+H)\dot{\varepsilon}_{rr}/\bar{a}}{\alpha};$$

$$\dot{\sigma}_{\theta\theta} = \frac{(2G+F)\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}/\bar{a} + (F-H)\dot{\varepsilon}_{rr}/\bar{a}}{\alpha}$$

$$\dot{\sigma}_{rr} = \frac{(F-G)\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}/\bar{a} + (F+2H)\dot{\varepsilon}_{rr}/\bar{a}}{\alpha} \quad (17)$$

и ограничиваясь случаем трансверсальной изотропной среды, для которой

$$F = G = \frac{1}{2\tau_{xx}^2}, \quad H = \frac{1}{\tau_{rr}^2} - \frac{1}{2\tau_{xx}^2}, \quad \alpha = \frac{3}{\tau_{xx}^2} \left(\frac{1}{\tau_{rr}^2} - \frac{1}{4\tau_{xx}^2} \right)$$

условие текучести Мизеса (5) можно в плоскости $\dot{\varepsilon}_{rr}$, $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}$ записать в виде

$$\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{rr}}{a} - \frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{a}\right)^2 + \frac{\dot{\varepsilon}_{rr}}{a} \frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{a} \left(4 - \frac{\tau_{rr}^2}{\tau_{xx}^2}\right) = \frac{1}{\tau_{xx}^2} \left(1 - \frac{\tau_{rr}^2}{4\tau_{xx}^2}\right) \quad (18)$$

Уравнение (18) в переменных $\dot{\varepsilon}_{rr}/a$, $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}/a$ даст в случае $\tau_{rr} = 2\tau_{xx}$ замкнутую кривую, а в случае $\tau_{rr} > 2\tau_{xx}$ гиперболу.

В случае $\tau_{rr} = 2\tau_{xx}$ получается вырожденное уравнение $\dot{\varepsilon}_{rr} = \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}$. Таким образом, при $\tau_{rr} \geq 2\tau_{xx}$ условие пластичности для выпуклой кривой нарушается, что приводит при $\tau_{rr} \rightarrow 2\tau_{xx}$ к бесконечным и при $\tau_{rr} > 2\tau_{xx}$ к минимум напряжениям. Тем не менее, при $\tau_{rr} = 2\tau_{xx}$ малом, но конечном, получается эффект значительного увеличения сопротивления среды и уменьшения глубины проникания.

В [4] исследуется случай отклонения решения от значений, полученных по гипотезе плоских сечений. Как выяснилось, и в данной в [4] постановке получается при $\tau_{rr} \rightarrow 2\tau_{xx}$ бесконечные напряжения, что, как показано выше, связано с невыполнением условия выпуклости поверхности (кривой) пластичности.

В упругой области между напряжениями и деформациями имеют место соотношения

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= a_{11}\varepsilon_{rr} + a_{12}\varepsilon_{\theta\theta} & \sigma_{r\theta} &= a_{44}\varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \sigma_{\theta\theta} &= a_{12}\varepsilon_{rr} + a_{22}\varepsilon_{\theta\theta} & \sigma_{\theta r} &= a_{55}\varepsilon_{\theta r} \\ \sigma_{\alpha} &= a_{13}\varepsilon_{rr} + a_{23}\varepsilon_{\theta\theta} & \sigma_{\theta\alpha} &= a_{66}\varepsilon_{\theta\alpha} & \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u_r}{r} \end{aligned} \quad (19)$$

В силу того, что скорость упругих волн намного больше, чем скорость проникания, то в упругой области инерционными членами можно пренебречь. Подставляя (19) в уравнение равновесия, можно записать

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{a_{22}}{a_{11}} \frac{u_r}{r^2} = 0 \quad (20)$$

решение которого находится в виде

$$u_r = cr^n \quad n = -\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} \quad (21)$$

Используя (19), (21) и (16), можно получить

$$\sigma_{rr} = \left[\sqrt{\frac{3(G+F)}{\alpha}} + A \right] \ln \frac{r}{r_k \xi_0} + \frac{B}{2} \left(\frac{1}{r_k^2 \xi_0^2} - \frac{1}{r^2} \right) + \sigma_{rr}^e \quad (22)$$

где $r = r_k \xi_0$ - уравнение фронта пластичности S; σ_{rr}^e - напряжение из упругой области при $r = r_k \xi_0$. Для определения ξ_0 , подставляя (19) в

условие текучести Мизеса, с учетом (21), получим

$$H(a_{11}n - a_{12}n + a_{12} - a_{22})^2 + G(a_{11}n - a_{13}n + a_{12} - a_{23})^2 + \\ + E(a_{12}n - a_{13}n + a_{22} - a_{23}) = \frac{1}{c^2 r_k^{2(n-1)} \xi_0^{2(n-1)}} = \bar{c} \quad (23)$$

Подставляя σ_{rr}^* , записанное с учетом (21), (19), и используя (23) для σ_{rr} при $r = r_k$, следует получить

$$\sigma_{rr} = -\left[\sqrt{\frac{3(G+F)}{\alpha}} + A \right] \ln \xi_0 + (a_{11}n + a_{12}) c^{-\frac{1}{2}} + \frac{B}{2} \left(\frac{1}{r_k^2 \xi_0^2} - \frac{1}{r_k^2} \right) \quad (24)$$

Используя непрерывность скоростей на фронте $r = r_k \xi_0$

$$\frac{1}{\xi_0} \frac{\partial r_k}{\partial t} = \frac{\partial c}{\partial t} r_k^n \xi_0^n, \quad \bar{c} = \frac{1}{\xi_0^{n+1}} \frac{r_k^{1-n}}{1-n}$$

и с учетом (23) для определения ξ_0 получим

$$\xi_0^4 = \frac{\bar{c}}{(1-n)^2}$$

Для трансверсально-изотропной среды $F = G$ или $\tau_{rr} = \tau_{\theta\theta}$,

$$a_{11} = a_{22} = \lambda + 2\mu, \quad n = -1, \quad a_{12} = \lambda, \quad a_{13} = a_{23}, \quad a_{44} = \mu,$$

$a_{55} = a_{66}$, где λ, μ - коэффициенты Ламе,

$$\bar{c} = 8\mu^2(F+2H), \quad \xi_0^4 = 2\mu^2(F+2H), \quad \alpha = 3(F^2 + 2FH)$$

Подставляя \bar{c} в (24), для σ_{rr} на теле получится

$$\sigma_{rr} = -\frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{2}{F+2H}} + A \right) \ln 2\mu^2(F+2H) - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{F+2H}} + \\ + \frac{B}{2r_k^2} \left[\frac{1}{\xi_0^2} - 1 \right] \quad (25)$$

Для трансверсально "изотропной" среды, где $\tau_{rr} = \tau_{\theta\theta}$

$$F+2H = 2 \left(\frac{1}{\tau_{rr}^2} - \frac{1}{4\tau_{\theta\theta}^2} \right), \quad \mu^2 \left(\frac{1}{\tau_{rr}^2} - \frac{1}{4\tau_{\theta\theta}^2} \right) > 1$$

что выполняется для металлов, следовательно, $\sigma_{rr} \rightarrow -\infty$ [1, 3, 4].

Поэтому для сред со свойством $\tau_{rr} = 2\tau_{\theta\theta}$ глубина проникания за счет анизотропии уменьшается, что наблюдается экспериментально на опытах со слоистыми композитами [4].

Сила сопротивления прониканию имеет вид

$$P = 2\pi \int_0^R r_k \left(-\frac{\partial r_k}{\partial x} + k_1 \right) (-\sigma_{rr}) dx \quad (26)$$

где для конуса $v = 1$, $r_k = \beta(f - x)$; k_1 - коэффициент трения.

Подставляя (25) в (26), с учетом (10), для конуса

$$P = A_1 f^2 + A_2 f'^2 + A_3 f^3 f''$$

где

$$A_1 = \beta(\beta + k_1) \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2}{F+2H}} [2 + \ln 2\mu^2(F+2H)]$$

$$A_2 = \beta^3(\beta + k_1) \frac{\pi}{4} \rho \left[2 \frac{1 - \zeta_0^2}{\zeta_0^2} + \ln 2\mu^2(F+2H) \right]$$

$$A_3 = \beta^3(\beta + k_1) \frac{\pi}{6} \rho \ln 2\mu^2(F+2H)$$

Записав уравнение движения $mf'' = -P$, m - масса конуса и вводя обозначение $f'^2 = p(f)$, можно получить уравнение

$$-(m + A_3 f^3) p = 2(A_1 + A_2 p) f^2$$

Интегрируя, используя начальное условие $t = 0$, $p = v_0^2$ для f'^2 , получим

$$f'^2 = -\frac{A_1}{A_2} + \left(v_0^2 + \frac{A_1}{A_2} \right) \left(1 + \frac{A_3 f^3}{m} \right)^{-\frac{2}{3} \frac{A_1}{A_3}}$$

Максимальная глубина проникания, с учетом того, что при $f = f_{max}$, $f' = 0$, дается формулой

$$f_{max}^3 = \frac{m}{A_3} \left[\left(\frac{A_1}{A_1 + A_2 v_0^2} \right)^{-\frac{3}{2} \frac{A_1}{A_2}} - 1 \right]$$

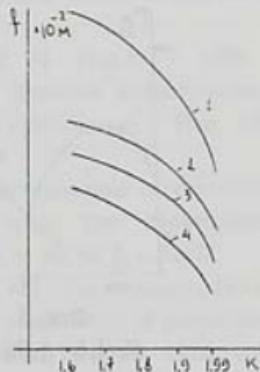
Ускорение тела дается в виде

$$f'' = -\left(v_0^2 + \frac{A_1}{A_2} \right) \frac{A_2}{m} f^2 \left(1 + \frac{A_3}{m} f^3 \right)^{-\frac{2}{3} \frac{A_1}{A_3} - 1}$$

Ниже приведены графики $f(k, f, \beta)$,

$$f''(k, f, \beta), \quad f_{max}(k, \beta), \quad \text{где } k = \tau_{sr} / \tau_{xx}$$

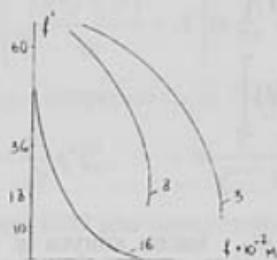
На фиг. 2 приведены зависимости $f(k)$ для разных β . Зависимость скорости проникания



Фиг. 2

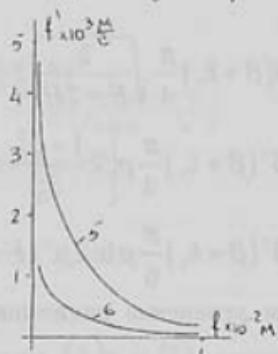
1- $\beta = 0,22$; 2- $\beta = 0,6$,
3- $\beta = 1$; 4- $\beta = 5$

от координаты x при разных β и k приведена на фиг. 3 и 4. Как видно из фиг. 3 и 4, при $k \rightarrow 2$ имеет место сильное затухание скорости. Зависимость $f(k)$ для разных β показывает, что для $\beta > 1$ характер изменения скорости по глубине сильно отличается для случаев $\beta < 1$.



Фиг. 3

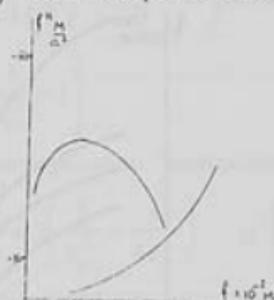
$$K = 1,6 + 1,99; \text{ для } \beta = 0,22; \\ \text{для } 8\beta = 0,6; \\ \text{для } 16\beta = 5$$



Фиг. 4

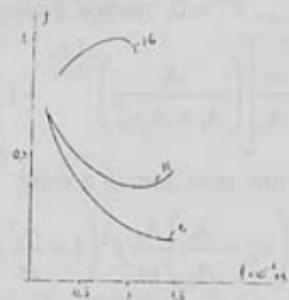
$$K = 1,6 + 1,99; \text{ для } \beta = 100; \\ \text{для } 6\beta = 1000$$

Аналогичное явление в зависимости ускорения от координаты x имеет место для разных β . Как видно из фиг. 5, при $\beta \geq 1$ зависимость $f''(f)$ имеет экстремальный характер (кривая 11+14).



Фиг. 5

$$K = 1,6 + 1,99 \text{ для } \beta = 0,22; \\ \text{для } 13\beta = 1$$



Фиг. 6

$$K = 1 + 1,99 \text{ для } \beta = 0,22; \\ \text{для } 6\beta = 0,6; \\ \text{для } 11\beta = 1; \\ \text{для } 16\beta = 5$$

Расчеты показывают, что для тупых тел замедление проникающего тела в дюораль имеет большое значение в начальной стадии ($f'' \sim 270 \cdot 10^6 \text{ м/сек}^2$ при $\beta = 5+10$). Для более тупых тел, $\beta \sim 100$, 1000, 1700 основное замедление имеет место на малых глубинах, следовательно, инерционные члены основную роль играют при поверхности слое в начальной стадии проникания. Все данные на графиках взяты в системе СИ.

На фиг.6 приведены зависимости отношения динамических членов к статическим от глубины для разных растворов угла при вершине проникающего тела. Как видно из фиг. 6, для тонких тел (кривая 1), где $\beta=0.2$, инерционные слагаемые составляют 0,1 часть от статических членов, следовательно, квазистатический подход решения задачи проникания для тонких тел оправдывается. Для тел с конической частью $\beta > 0.6$ необходимо учитывать динамические члены. На фиг. 6 приведена также зависимость отношения динамических и статических слагаемых от анизотропии среды.

Приведенные расчеты для больших β с использованием гипотезы плоских сечений не являются точными и могут лишь качественно указать тенденцию изменения ускорений для тупых инденторов.

ЛИТЕРАТУРА

- Багдоев А.Г., Ванцян А.А. Проникание тонкого тела в упругие анизотропные среды - Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1983, т. 36, N 6, с.23-30
- Сагомонян А.Я. Динамика пробивания препядствий - М.: Изд. МГУ, 1988.
- Багдоев А.Г., Ванцян А.А., Григорян М.С. Влияние анизотропных свойств металлических слоистых образцов на проникание. - Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1988, т. 41, N 6, с.28-34
- Багдоев А.Г., Ванцян А.А., Григорян М.С. Исследование особенности напряжений в анизотропной пластической среде при проникании конуса. - Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1989, т. 42, N 4, с.52-57
- Хилл Р. Математическая теория пластичности. - М.: Гостехиздат, 1956.
- Backman M.E., Goldsmith W. The mechanics of penetration of projectiles into targets. - International Journal of Engineering Science. 1978, vol. 16, N 1, p. 2-99.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
4.09.1992