

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КРУГКОЙ ПЛАСТИНКИ ИЗ
КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА,
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С
МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ
ВОЛНОЙ

Азатян Л. Д.

Լ. Դ. Ազատյան

Մագնիսագազադինամիկական հարվածային ալիքի հետ փոխազդող
կոմպոզիցիոն ճյուղից կազմված կլոր սալի նախագծումը

Աշխատանքում դիտարկված է մագնիսագազադինամիկական հարվածային ալիքի հետ փոխազդեցությունը առածգական շերտավոր կլոր սալի հետ: Լուծված է այդ սալի օպտիմալ պրոյեկտման (նախագծման) խնդիրը, այն է՝ գտնված է ուղիղալ և շրջանային ուղղություններով ամրավորված էլեմենտար շերտերի այնպիսի բաշխում սալի շերտերում, որի դեպքում սալի կոշտությունը լինում է մաքսիմալ: Մագնիսական գազադինամիկայի գծայնացված հավասարումները լուծվում են փոփոխականների անջատման մեթոդով և գտնվում է ճշգրիտ լուծումը: Սակայն քվային հաշվարկների համար օգտագործված են մոտավոր բանաձևեր մագնիսական դաշտի և գազի ճնշումը սալի վրա հաշվելու համար: Բերված են քվային հաշվարկների արդյունքները:

L.D.Azatian

Design of round plate from composition material, interacted with
magnetogasodynamic shock wave

В работе рассмотрено взаимодействие круглой упругой слоистой пластинки с магнитогазодинамической ударной волной. Решена задача оптимального проектирования этой пластинки, а именно: найдено такое распределение армирующих элементов в окружном и радиальном направлениях круглой пластинки, которое обеспечивает ее максимальную жесткость. Линеаризированные уравнения магнитной газодинамики решены методом разделения переменных и найдено точное решение задачи. Но для получения числовых данных использованы приближенные формулы для определения магнитного поля и давления газа на пластинку. Приведены результаты численных расчетов.

Рассматривается задача определения оптимальной структуры круглой пластинки из композиционного материала, закрепленной в жесткой безграничной стенке, при ее взаимодействии с магнитогазодинамической ударной волной. Пусть пластинка радиуса R отнесена к цилиндрической

системе координат (r, Θ, z) так, что срединная плоскость недеформированной пластинки совпадает с координатной плоскостью (r, Θ) . Начало координат принимаем в центре пластинки, ось Oz направлена противоположно движению волны.

Предполагается, что пластинка состоит из $2n$ слоев, поочередно армированных в радиальном и окружном направлениях. При этом, слои с нечетной нумерацией $(1, 3, \dots, 2n-1)$ состоят из k_1 элементарных слоев, армированных в радиальном направлении, а слои с четной нумерацией $(2, 4, \dots, 2n)$ - из k_2 таких же слоев, армированных в окружном направлении. Следовательно, толщины слоев пластинки с нечетной нумерацией будут $\delta_0 k_1$, а с четной нумерацией - $\delta_0 k_2$, где δ_0 толщина элементарного слоя.

Таким образом, пластинку общей толщины $2h$ можно представить как собранную из n одинаковых слоев толщины $\delta = \delta_0 k$, где $k = k_1 + k_2$, армированных волокнами в радиальном и окружном направлениях. Величина $\xi = k_1 / k$ определяет относительную толщину радиально армированных слоев пластинки в пакете [1].

Пусть магнитогазодинамическая ударная волна движется со скоростью v_0 и в момент $t = 0$ сталкивается с поверхностью пластинки. Пластинка, другая сторона которой соприкасается с вакуумом, находится в кольцевом магнитном поле \vec{B} . Плазма, в которой распространяется ударная волна, предполагается невязкой, нетеплопроводной, имеющей бесконечную электропроводность ($\sigma = \infty$). Очевидно, что вектор магнитной индукции \vec{B} начального невозмущенного состояния должен удовлетворять уравнениям магнитостатики

$$\text{rot } \vec{B} = 0, \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

из которых следует, что азимутальное начальное магнитное поле является функцией от координаты r . Обозначим через $\vec{B}_0(0, B_\Theta, 0)$ среднее значение вектора магнитной индукции \vec{B} .

Будем приписывать индексы 0 и 1 давлению P , плотности ρ , скорости частиц газа \vec{v} , магнитному полю \vec{B} , скорости звука c впереди и за фронтом падающей волны. Течение за падающей волной определяется из соотношений для прямого скачка уплотнения [2]. Значения параметров за падающим скачком приведены в работе [3].

Параметры газа за отраженной ударной волной представляем в виде [3]

$$P_2 = P_2 + P, \quad \rho_2 = \rho_2 + \rho, \quad \bar{B}_2 = \bar{B}_2 + b \quad (1)$$

$$\bar{v}_2 = v(v_r, v_z), \quad c_2 = c_2 + c$$

где $P_2, \rho_2, \bar{B}_2, c_2$ - давление, плотность, магнитная индукция и скорость звука за отраженной ударной волной в случае ее взаимодействия с безграничной жесткой стенкой. Эти параметры приведены в работе [3].

После подстановки (1) в основную систему уравнений магнитной газодинамики [4] и линеаризации, получим

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{B_2}{4\pi\rho_2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rb_\theta), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{B_2}{4\pi\rho_2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (rb_\theta),$$

$$\frac{\partial b_\theta}{\partial t} = -B_2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right),$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho_2 (c_2)^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0.$$

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к совместному решению системы (2), уравнения движения круглой пластинки [5]

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + \frac{2}{r} D_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} D_{22} \frac{\partial w}{\partial r} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - Z = 0 \quad (3)$$

и уравнений Максвелла для электромагнитного поля внутри непроводящей пластинки (в вакууме)

$$\operatorname{rot} \vec{b}^{(i)} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{e}^{(i)}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{e}^{(i)} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{b}^{(i)}}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\operatorname{div} \vec{b}^{(i)} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{e}^{(i)} = 0.$$

Пользуясь известными выражениями для жесткостей пластинки, составленной из ортотропных слоев [6], для рассматриваемого случая получаются следующие значения жесткостей [1]:

$$C_{11} = [(B_r - B_\theta)\xi + B_\theta]h,$$

$$C_{22} = [(B_\theta - B_r)\xi + B_r]h,$$

$$D_{11} = \frac{1}{12} h^3 [(B_r - B_\theta)\xi + B_\theta]$$

$$D_{22} = \frac{1}{12} h^3 [(B_{\theta} - B_r) \xi + B_r]$$

Здесь B_r и B_{θ} - упругие характеристики армированного пластика в направлении армирования и перпендикулярно к нему, w - прогиб, m - масса пластинки, приходящаяся на единицу площади срединной плоскости, Z - нагрузка, которая имеет вид [4]

$$Z = P_{\pm} + P + T_{\pm} - T_{\pm}^{(i)} \quad (5)$$

Здесь P - избыточное давление газа, T_{\pm} и $T_{\pm}^{(i)}$ - компоненты максвелловского тензора напряжений в газе и в вакууме соответственно.

$\vec{b}^{(i)}$, $\vec{e}^{(i)}$ - векторы возмущений магнитного и электрического полей \vec{B} и \vec{E} ; c - скорость света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек).

К системам дифференциальных уравнений (2), (3) и (4) необходимо присоединить условия непроницаемости стенки, условия непрерывности касательных составляющих электрического поля на поверхности пластинки и условия затухания всех видов возмущений на бесконечности

$$v_z|_{z=h} = \begin{cases} -\frac{\partial w}{\partial t} & \text{при } r < R \\ 0 & \text{при } r > R \end{cases} \quad (6)$$

$$e_r = e_r^{(i)} \quad \text{при } z = h \quad (7)$$

$$q \Big|_{\substack{z \rightarrow \infty \\ r \rightarrow \infty}} \rightarrow 0 \quad (8)$$

где q - любая из возмущенных величин.

К этим условиям надо присоединить нулевые начальные условия

$$q|_{t=0} = \frac{\partial q}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (9)$$

В настоящей работе рассматривается круглая пластинка, жестко заделанная по кромкам в безграничную жесткую стенку

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = R \quad (10)$$

В качестве приближенного выражения для функции w принимается

$$w = f(t) \omega(r) = f(t) \left[1 - \alpha \left(\frac{r}{R} \right)^{n_r+1} + \beta \left(\frac{r}{R} \right)^4 \right] \quad (11)$$

где

$$n_r = \sqrt{C_{22} / C_{11}}, \quad \alpha = \frac{4}{3 - n_r}, \quad \beta = \frac{1 + n_r}{3 - n_r}$$

Введем функции φ и b_Θ такие, что

$$v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad b_\Theta = \frac{b_\Theta}{r}$$

Тогда из первого и второго уравнений системы (2) можно получить

$$P = -\rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{B_2}{4\pi} \frac{b_\Theta}{r} \quad (12)$$

Из третьего и четвертого уравнений системы (2) имеем

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\rho_2 (c_2)^2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\rho_2 (c_2)^2}{r B_2} \frac{\partial b_\Theta}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

Исключая b_Θ из (12) и (13), получим

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\rho_2}{1 + \lambda_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\rho_2 c_2^2 \lambda_0^2}{1 + \lambda_0^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad (14)$$

Здесь и в дальнейшем штрихи опускаем, $\lambda_0^2 = B_2^2 / 4\pi \rho_2 c_2^2$

Подставляя (14) в (13), получаем

$$\frac{\partial b_\Theta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial b_\Theta}{\partial t} = -\frac{B_2}{c_2^2 (1 + \lambda_0^2)} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{B_2}{(1 + \lambda_0^2)} \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad (15)$$

После интегрирования по t , из (14) имеем

$$P(r, t, z) = -\frac{\rho_2}{1 + \lambda_0^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\rho_2 c_2^2 \lambda_0^2}{1 + \lambda_0^2} \frac{1}{r} \int_0^t \frac{\partial \varphi}{\partial r} dt + g(r, z) \quad (16)$$

Так как в момент $t = 0$ соприкосновения ударной волны с пластинкой возмущения отсутствуют, то есть при $t = 0$ $P = \varphi = \partial \varphi / \partial t = 0$, то в (16) можно положить $g(r, z) = 0$. Аналогичными рассуждениями из (15) можно получить

$$b_\Theta(r, t, z) = -\frac{B_2}{c_2^2 (1 + \lambda_0^2)} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{B_2}{1 + \lambda_0^2} \frac{1}{r} \int_0^t \frac{\partial \varphi}{\partial r} dt \quad (17)$$

Формулами (16) и (17) устанавливается связь между функциями P , φ , и b_Θ и φ . То есть, определив функцию φ , по формулам (16) и (17) можно определить P и b_Θ . Перейдем к определению функции φ .

Четвертое уравнение системы (2) с учетом (16) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{A}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{c_2^2 + \lambda_2^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad (18)$$

где

$$\lambda^2 = \lambda_0^2 c_2^2, \quad A = 1 / (1 + \lambda_0^2).$$

Применяя интегральное преобразование Лапласа [7] к уравнению (18) и граничным условиям (6), (8), а также учитывая условие (9), будем иметь

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{A}{r} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} = \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2} \bar{\varphi}, \quad (19)$$

$$v_{z=0} = \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \begin{cases} -s \bar{f}(s) \omega(r) & \text{при } r < R, \\ 0 & \text{при } r > R \end{cases} \quad (20)$$

$$\bar{\varphi} \Big|_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (21)$$

Здесь

$$\bar{\varphi} = \int_0^{\infty} \varphi e^{-st} dt, \quad \bar{f} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (22)$$

Решение уравнения (19) будем искать методом Фурье. Положим

$$\bar{\varphi}(s, r, z) = X_{(r)} Y_{(z,s)} \quad (23)$$

Подставляя (23) в (19), получаем

$$\frac{X''(r)}{X(r)} + \frac{A}{r} \frac{X'(r)}{X(r)} + \frac{Y'(z,s)}{Y(z,s)} - \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2} = 0, \quad (24)$$

отсюда

$$X''(r) + \frac{A}{2} X'(r) + n^2 X(r) = 0 \quad (25)$$

$$Y'_{(z,s)} - \left(n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2} \right) Y_{(z,s)} = 0 \quad (26)$$

Интегрируя (26) и учитывая условие на бесконечности (21), получаем

$$Y_{(z,s)} = C_1(n,s) e^{-z \sqrt{n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2}}} \quad (27)$$

Решением уравнения (25), с учетом (21) и ограниченности решения в точке $r=0$, будет

$$X_{(r)} = C_2 r^{\nu} J_{\nu}(nr) \quad (28)$$

Здесь J_{ν} - функция Бесселя порядка ν , где $\nu = \lambda_0^2 / 2(1 + \lambda_0^2)$ не есть целое число.

Общим видом функции $\bar{\varphi}$ является

$$\bar{\varphi} = \int_0^{\infty} r^{\nu} C(n,s) J_{\nu}(nr) e^{-z \sqrt{n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2}}} dn \quad (29)$$

Для определения $C(n, s)$ используем граничное условие (20), которое запишем в виде интегрального разложения Фурье-Бесселя [8]

$$\left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} \right|_{z=h} = -r^{\nu} \int_0^{\infty} n J_{\nu}(nr) \int_0^R s \bar{f}(s) \omega(\rho) J_{\nu}(n\rho) \rho^{1-\nu} d\rho dn \quad (30)$$

с другой стороны, согласно (29)

$$\left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} \right|_{z=h} = -r^{\nu} \int_0^{\infty} J_{\nu}(nr) C(n, s) \sqrt{n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2}} e^{-h \sqrt{n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2}}} dn \quad (31)$$

Из (30) и (31) следует

$$C(n, s) = \frac{ns \bar{f}(s)}{\sqrt{n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2}}} e^{h \sqrt{n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2}}} \int_0^R \rho^{1-\nu} \omega(\rho) J_{\nu}(n\rho) d\rho \quad (32)$$

Таким образом, для $\bar{\varphi}$ получаем

$$\bar{\varphi} = \int_0^{\infty} r^{\nu} J_{\nu}(nr) n \frac{s \bar{f}(s)}{\sqrt{n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2}}} e^{-(z-h) \sqrt{n^2 + \frac{s^2}{c_2^2 + \lambda^2}}} \int_0^R \rho^{(1-\nu)} \omega(\rho) J_{\nu}(n\rho) d\rho dn \quad (33)$$

Используя теорему о свертках [7], получим

$$\varphi = \sqrt{c_2^2 + \lambda^2} \int_0^{\infty} r^{\nu} n J_{\nu}(nr) \bar{\omega}(n) \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} (t-\tau) J_0 \left[n \sqrt{c_2^2 + \lambda^2} \sqrt{\tau^2 - \frac{(z-h)^2}{c_2^2 + \lambda^2}} \right] d\tau dn \quad (34)$$

где

$$\bar{\omega}(n) = \int_0^R \rho^{1-\nu} J_{\nu}(n\rho) \omega(\rho) d\rho$$

Вычисляя производные функции φ по t, r , подставляя в формулы (16) и (17), получим выражения для возмущенного давления P и компоненты возмущения магнитного поля b_{θ} . Эти выражения ввиду их громоздкости не приводятся в работе. Компонента T_{zz} максвелловского тензора напряжений в газе после линеаризации определяется по формуле

$$T_{zz} = -\frac{B_2}{4\pi} b_{\theta}$$

Для определения компоненты $T_{zz}^{(i)}$ максвелловского тензора напряжений в пластинке (в вакууме), необходимо найти $b_{\theta}^{(i)}$, которое согласно уравнениям Максвелла для вакуума (4), определяется из уравнения

$$\frac{\partial^2 b_{\Theta}^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial b_{\Theta}^{(i)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 b_{\Theta}^{(i)}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 b_{\Theta}^{(i)}}{\partial t^2} \quad (35)$$

Получим условие для $b_{\Theta}^{(i)}$ на поверхности пластинки. Для этого используем граничное условие (7)

$$e_r = e_r^{(i)} \quad \text{при} \quad z = h$$

Для идеально проводящего газа из закона Ома следует

$$\bar{e} = -\frac{1}{c}(\bar{v} + \bar{B}_2) = \frac{1}{c} \left(B_2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} \hat{i} - B_2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \hat{k} \right) \quad (36)$$

Отсюда

$$e_r = e_r^{(i)} = \frac{1}{c} B_2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad \text{при} \quad z = h$$

С учетом условия (11) легко найти

$$e_r^{(i)} \Big|_{z=h} = \begin{cases} -\frac{1}{c} B_2 \frac{\partial w}{\partial t} & \text{при } r < R \\ 0 & \text{при } r > R \end{cases} \quad (37)$$

Из первого уравнения системы (4) следует

$$\frac{1}{c} \frac{\partial e_r^{(i)}}{\partial t} = -\frac{\partial b_{\Theta}^{(i)}}{\partial z} \quad (38)$$

Из (37) и (38) получим следующее граничное условие для функции $b_{\Theta}^{(i)}$:

$$\frac{\partial b_{\Theta}^{(i)}}{\partial z} \Big|_{z=h} = \begin{cases} \frac{1}{c^2} B_2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} & \text{при } r < R, \\ 0 & \text{при } r > R \end{cases} \quad (39)$$

Таким образом, мы должны решить уравнение (35) при нулевых начальных данных

$$b_{\Theta}^{(i)} = \frac{\partial b_{\Theta}^{(i)}}{\partial t} = 0 \quad \text{при } t = 0$$

граничном условии (39) и условии затухания возмущения на бесконечности

$$b_{\Theta}^{(i)} \Big|_{\substack{r \rightarrow \infty \\ z \rightarrow -\infty}} \rightarrow 0$$

Принцип решения этого уравнения тот же, что и выше (метод Фурье). Поэтому, не приводя выкладок, запишем окончательное решение в виде

$$b_{\theta}^{(i)} = \frac{B_2}{c} \int_0^t \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}(t-\tau) \int_0^{\infty} n J_0(nr) \bar{\omega}(n) J_0 \left[nc \sqrt{\tau^2 - \frac{(z-h)^2}{c^2}} \right] dn d\tau \quad (40)$$

где

$$\bar{\omega}(n) = \int_0^R \rho \omega(\rho) J_0(n\rho) d\rho.$$

$J_0(nr)$ - функция Бесселя нулевого порядка, $f(t)$ и $\omega(r)$ - функции, определяемые формулой (11). С учетом (40) можно определить $T_{zz}^{(i)}$

Понятно, что точное решение задачи представляет собой большие трудности. Поэтому для получения числовых данных будем пользоваться упрощенными формулами для определения нагрузки Z , которые позволяют свести задачу к интегрированию дифференциального уравнения второго порядка. В настоящей работе получены конкретные числовые результаты для случая, когда для определения избыточного давления, компоненты максвелловского тензора напряжений в газе использованы приближенные формулы, полученные на основании применения гипотезы плоского отражения

$$P = -\frac{c_2 \rho_2}{\sqrt{1 + \lambda_0^2}} \frac{\partial w}{\partial t}, \quad T_{zz} = -\frac{c_2 \rho_2 \lambda_0^2}{\sqrt{1 + \lambda_0^2}} \frac{\partial w}{\partial t} \quad (41)$$

$$T_{zz}^{(i)} = \frac{B_2^2}{4\lambda c} \frac{\partial w}{\partial t}$$

Согласно (5) и (41) рассматриваемая задача сводится к решению следующего дифференциального уравнения:

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + \frac{2}{r} D_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} D_{22} \frac{\partial w}{\partial r} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_2 \rho_2 \left(\sqrt{1 + \lambda_0^2} + \frac{c_2}{c} \lambda_0^2 \right) \frac{\partial w}{\partial t} = P_2 \quad (42)$$

Подставляя прогиб пластинки в виде (11) и применяя метод Бубнова-Галеркина к уравнению (42), для определения стрелы прогиба получим уравнение

$$A_n \frac{d^2 f}{dt^2} + B_n \frac{df}{dt} + C_n f = F_n \quad (43)$$

где

$$A_n = \frac{mR^2}{2} \left[1 - \frac{4\alpha}{n_r + 3} + \frac{2\beta}{3} + \frac{\alpha^2}{n_r + 2} + \frac{\beta^2}{5} - \frac{4\alpha\beta}{n_r + 7} \right]$$

$$B_n = \frac{\rho_2 c_2 R^2}{2} \left[1 - \frac{4\alpha}{n_r + 3} + \frac{2\beta}{3} + \frac{\alpha^2}{n_r + 2} + \frac{\beta^2}{5} - \frac{4\alpha\beta}{n_r + 7} \right] \left(\sqrt{1 + \lambda_0^2} + \frac{c_2}{c} \lambda_0^2 \right)$$

$$C_n = \frac{1}{R^2} \left[4\beta \left(1 - \frac{2\alpha}{n_r + 3} + \frac{\beta}{3} \right) (9D_{11} - D_{22}) - \alpha(n_r + 1)(nr^2 D_{11} - D_{22}) \right] \times$$

$$\times \left[1 - \alpha \frac{n_r - 1}{2n_r} + \beta \frac{n_r - 1}{n_r + 3} \right]$$

$$F_n = \frac{P_2 R^2}{2} \left(1 - \frac{2\alpha}{n_r + 3} + \frac{\beta}{3} \right)$$

Решение уравнения (43) запишется в виде

$$f(t) = \frac{F_n e^{\gamma t} (\gamma \sin \sqrt{D}t - \sqrt{D} \cos \sqrt{D}t) + \sqrt{D}}{A_n \sqrt{D} [(\sqrt{D})^2 + \gamma^2]} \quad \text{при } D > 0,$$

$$f(t) = \frac{F_n}{A_n \gamma^2} [e^{\gamma t} (\gamma - 1) + 1] \quad \text{при } D = 0,$$

$$f(t) = \frac{F_n e^{\gamma t} (\sqrt{-D} \operatorname{ch} \sqrt{-D}t - \gamma \operatorname{sh} \sqrt{-D}t) - \sqrt{-D}}{A_n \sqrt{-D} [(\sqrt{-D})^2 - \gamma^2]} \quad \text{при } D < 0,$$

Здесь $D = C_n / A_n - B_n^2 / 4A_n^2$, $\gamma = -B_n / 2A_n$.

Ставится задача нахождения оптимальной пластинки заданного веса из условия

$$\min_{\xi} \max_{r, t} w(t, r, \xi), \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad t \geq 0$$

В качестве численного примера рассматривается пластинка, составленная из монослоев композиционного материала со следующими значениями коэффициентов упругости:

$$B_0 = 0,025B_r, \quad B_{\theta\theta} = 0,0066B_r$$

В таблице приведены оптимальные значения параметра ξ и соответствующие значения безразмерного прогиба $\bar{f} = f / 2h$ в центре пластинки для различных значений параметра $\bar{a}^2 = B_0^2 / 4\pi\rho_0 c_0^2$.

характеризующего начальное магнитное поле. Расчеты проведены для значения $\lambda_* = 2h / R = 0,05$.

\bar{a}	0	0.01	0.05	0.1	0.5	1
\bar{f}	0.3291	0.3287	0.3271	0.3114	0.1982	0.0765
ξ	0.72	0.72	0.72	0.72	0.75	0.77

Как следует из таблицы, магнитное поле ослабляет воздействие ударной волны на пластинку, что может быть использовано в практических целях. Этот же эффект был получен в работе [3].

Данная работа выполнена по заказу фирмы "Анушик". Автор благодарит Гюни В.Ц. за участие в обсуждении работы и ценную консультацию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белубекян Э.В., Гюни В.Ц. К вопросу проектирования гибкой круглой пластинки из композиционного материала - Инж.пробл. строительной механики. Ереван, 1985.
2. Калихман Л.Е. Элементы магнитной газодинамики. М.: Атомиздат, 1964.
3. Азатян Л.Д. Оптимальное проектирование пластинки-полосы, взаимодействующей с магнитогазодинамической ударной волной. Изв. НАН РА, Механика, 1995, т. 48, N4, с. 33-42
4. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. - М.: Наука, 1977.
5. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. - М.: Наука, 1977.
6. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. - М.: Наука, 1974.

7. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. - М.: Наука, 1965.

8. Снеддон И. Преобразования Фурье. - М.: Изд. ИЛ, 1995.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию

2 03.1995