ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 49, № 2, 1996 Механика

ЗАДАЧА ГАРАНТИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ РОБОТОМ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ О ПОЛОЖЕНИИ ЦЕЛЕВОЙ ТОЧКИ

Гукасян А. А., Казарян В. С.

Ա.Ա.Ղուկասյան, Վ.Ս.Ղազարյան

Ռոբոտի երաշխավորված ղեկավարման խնդիրը նպատակային կետի մասին ոչ լրիվ ինֆորմացիայի դեպքում

Հետազոտվում է կողմնորոշվող մանիպուլյատորի ղեկավարման խնդիրը, երբ օբյեկտի (նպատակային կետի) դիրքը հայտնի է որևէ բազմության ճշտությամբ և այն ճշգրտվում է սարքերի միջոցով անընդհատ և ընդհատ ձևով, մանիպուլյատորի բռնիչի մոտեցման դեպքում: Կիրառելով երաշխավորված մեթոդ՝ լուծված է մանիպուլյատորի բռնիչի օպտիմալ ըստ ժամանակի բերումը հատվածի վրա:

A.A. Gukasian, V.S.Kazarian

The Problem of Guaranteed Control of Robot when the Information on the Purpose Point Location is Incomplete

Исследуется задача управления адаптивного робота, когда положение объекта (целевой точки) известно с точностью некоторого множества и по мере приближения схвата манипулятора уточняется различными приборами непрерывно и дискретно. С применением гарантированного подхода решена задача синтеза, оптимального по времени приведения схвата манипулятора на отрезок.

Введение. Рассматривается управляемое движение адаптивного робототехнического комплекса, который схематично показан на фиг. 1. Такие робототехнические комплексы включают в себе систему управления, исполнительное устройство-манипулятор (обычно многозвенный антропоморфный механизм с пятью или шестью степенями подвижности), систему очувствления, обеспечивающую сбор, обработку и передачу соответствующей информации системе управления. Предполагается, что адаптивный манипулятор автоматически корректирует алгоритм своего поведения при непредвиденных (в определенных пределах) изменениях как свойств самого робота и цели управления им, так и окружающей его производственной обстановки. В работе исследуется возможность применения адаптивных робототехнических комплексов при решении задачи управления, когда положение объекта (целевой точки) управляющей стороне известно с точностью некоторого множества и по мере приближения схвата манипулятора уточняется различными приборами.

1. Постановка и математическая формулировка задачи управления. Уравнение движения манипулятора представим в виде

$$\dot{x} = F(x, M), \;\; x(t_0) = x^0 \tag{1.1}$$

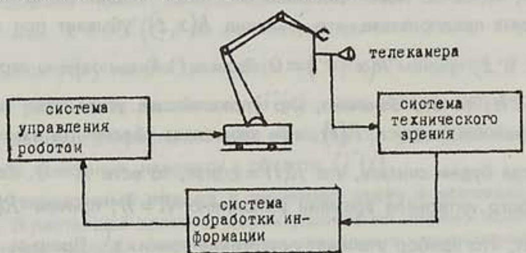
где $x - 2n$ - мерный вектор состояний манипулятора $(x_i = \alpha_i, \;\; x_{i+n} = \dot{\alpha}_i,$

$i = 1,2,\ldots,n)$; α_i включают в себе углы в шарнирах и относительные перемещения звеньев, определяющие конфигурацию манипулятора в пространстве; $M - n$ - мерный вектор управления; t_0 - начальный момент времени.

Пусть начальное состояние манипулятора (схвата) x^0 задано, а конечная (целевая) точка x^1 известна неточно, и ее положение уточняется в процессе движения с помощью измерительных устройств. Информация о положении целевой точки передается в систему управления роботом, где она учитывается при формировании управляющих воздействий. Задача оптимального управления роботом при неполной информации о положении целевой точки состоит в том, что необходимо привести манипулятор (схват) из заданного начального положения в заранее неизвестное конечное положение x^1 с минимизацией некоторого функционала

$$J = \int_{t_0}^{T} \Phi(x, M)dt \to \min_{M \in P} \tag{1.2}$$

характеризующего качество переходного процесса.



фиг. 1

Предполагается, что в процессе движения манипулятора управляющему устройству известна не сама точка x^1, а некоторое "пятно" (изменяющееся со временем), которому эта точка принадлежит. Точнее, в каждый текущий момент времени t на основе данных измерения определяется некоторое выпуклое множество $G(t)CR^{2n}$, которому принадлежит вектор x^1 (с вероятностью, равной единице). Область $G(t)$ можно определить векторами $z(t)$ и $R(t,x)$, где $z = z(t)$ некоторая точка области $G(t)$, а $R(t,x)$ - радиус-вектор каждой точки области $G(t)$ относительно $z(t)$. Обозначим через $R(t)$ максимальное значение функции $R(t,x)$, по x

$$R(t) = \max_{x \in G} |R(t,x)| \tag{1.3}$$

Таким образом, управляющее устройство манипулятором в момент времени t располагает вектором $z(t)$, скаляром $R(t)$ и условием $x^1 \in G(t)$. Вектор $z(t)$ можно интерпретировать как прогнозируемое значение вектора x^1, а число

$R(t)$ - как максимально возможную погрешность прогноза. Будем считать, что вектор $z(t)$ вырабатывается на основе показаний некоторого прибора (оптического детектора, телекамеры и т.д.), после чего информация прибора обрабатывается и вычисляется точность показания прибора по формуле $h = h(x(t), z(t))$, где $x(t)$ - текущее значение фазового вектора (значение вектора $x(t)$ предполагается известным). Здесь $h(x,z)$ - скалярная функция, характеризующая возможность прибора-измерителя. Считаем, что текущее значение радиуса $R(t)$ удовлетворяет условию $R(t) = \min(R(t), h(x,z))$, то есть прибор либо уменьшает значение $R(t)$, либо оставляет его прежним (величина h осуществляет "срезку" радиуса $R(t)$)

$$\dot{h} = \dot{R} \le 0, \quad R(t) \le h(x(t), z(t)) \tag{1.4}$$

Для того, чтобы по мере приближения к цели положение точки x^1 уточнялось, будем предполагать, что функция $h(x,z)$ убывает при сближении векторов x и z, причем $h(x^1, x^1) = 0$. Если в (1.4) выполнено строгое неравенство $R < h$, то это означает, что управляющее устройство располагает лучшим значением радиуса $R(t)$, чем это может обеспечить измерительный прибор. Тогда будем считать, что $R(t) = \text{const}$, то есть $\dot{R} = 0$. Если в течение некоторого интервала времени выполнено $R = h$, причем $\dot{R}(t) \le 0$, то это означает, что прибор уточняет положение точки x^1. Процесс измерения должен удовлетворять двум основным требованиям: 1) непротиворечивость данных измерений в разные моменты времени; 2) непустота множества значений вектора x^1, выделяемых измерениями.

Выбирая ту или иную функцию $h(x,z)$, можно описать различные возможности прибора измерителя. Выделим три типа зависимости $h(x,z)$. К первому типу отнесем те зависимости, в которых величина $h(x,z)$ изменяется плавно при приближении x к z. Так например, если точность прибора зависит от расстояния до наблюдаемого объекта, то функция h может принимать вид евклидовой длины. В этом случае при выполнении строгого неравенства в (1.4), в каждый текущей момент времени t должно выполняться условие

$$G(t + \Delta t) \subset G(t) \quad (\Delta t \to 0)$$

то есть непрерывное сужение области $G(t)$ по мере приближения фазового вектора x к z.

Ко второму типу зависимости отнесем дискретное изменение функции $h(x,z)$. Это означает, что информация о целевой точке может уточняться конечное число раз. Если обозначить через $t_i \in [t_0, T]$ $(i = 0,1,\dots,n)$ моменты времени уточнения информации о положении целевой точки (T - момент совмещения фазового вектора $x(t)$ с x^1), то должно выполняться условие

$$G(t_{i+1}) \subset G(t_i) \subset ... \subset G(t_0) \qquad t_0 < t_1 < ... < t_n = T$$

Интервал времени $[t_i, t_{i+1})$ назовем интервалом пассивного наблюдения.

Третий тип изменения функции h является частным случаем второго типа, когда происходит скачкообразное изменение h. Введем множество $G^*(t)$, где $G(t) \subseteq G^*(t)$ - с максимальным радиусом $R^*(t)$ относительно точки $z = z(t)$.

Пусть возможность прибора-измерителя такова, что

$$h(x,z) = \begin{cases} R(t), & \text{при} \quad x \notin G^*(t) \\ 0, & \text{при} \quad x \in G^*(t), \text{ или } x \in \partial G^*(t) \end{cases} \tag{1.5}$$

(1.5) означает, что пока фазовая точка x находится вне области $G^*(t)$, положение целевой точки не уточняется, а если выполняются условия $x \in G^*(t)$ или $x \in \partial G^*(t)$, то положение целевой точки становится известным. Здесь $R(t)$ можно трактовать как точность прибора на сравнительно больших расстояниях, а область $G^*(t)$ - как область эффективного срабатывания датчика (информационная область), то есть прибор дает практически точное показание, находясь в области $G^*(t)$.

2. Гарантированный подход к решению задач в условиях неопределенности. В настоящее время в теории управления широко используется гарантированный подход к решению задач управления и оценивания [1-6].

Обычно динамика управляемой системы с функционалом записывается в виде:

$$\dot{x} = f(x,u,t), \quad u \in U, \quad t_0 \le t \le T$$

$$J = J[u] \to \min, \tag{2.1}$$

где $x \in R^n$ - фазовый вектор системы, u - вектор управляющих параметров, $U \subset R^n$ - область его возможных значений, t - время. При этом предполагается, что управляющая сторона в рамках ограничений $u \in U$ полностью располагает вектором u. Однако, на практике, в частности, в робототехнике, встречаются управляемые системы, в правые части уравнений движения которых входят параметры, находящиеся вне компетенции управляющей стороны. Эти параметры могут формироваться в процессе движения под действием неопределенных случайных факторов или другой активно действующей управляющей стороны. Обозначив вектор этих параметров через v, а область их возможных значений через V, можно записать уравнение динамики в виде

$$\dot{x} = F(x,u,\mathrm{v},t), \qquad J = J[u,\mathrm{v}]$$

$$u \in U \subset R^n, \quad \dot{z} = \mathrm{v}, \quad \mathrm{v} \in V \subset R^m, \quad t_0 \le t \le T \tag{2.2}$$

вектор v часто называют помехой.

Минимизация функционала $J[u,\mathrm{v}]$ по управлению u зависит уже от конкретной реализации $\mathrm{v}(t)$. Одним из возможных и часто используемых на практике подходов в этих условиях является гарантированный подход. При этом подходе строится управление u^*, называемое гарантирующим, и соответтствующее значение J_* функционала J, такие, что в паре с любой реализацией помех $\mathrm{v}(t)$ управление u^* обеспечивает (гарантирует) значение функционала, не превышающее J_*. Математически величины u^*, J_* удовлетворяют экстремальным соотношениям

$$J_* = \max_{\mathrm{v}} \min_{u} J[u,\mathrm{v}] = \max_{\mathrm{v}} J[u^*,\mathrm{v}] \tag{2.3}$$

Величина J_*, естественно, зависит от начального значения фазового вектора $x^0 = x(t_0)$. На значение J_* влияет также тот факт, какой класс управлений u рассматривается в задаче.

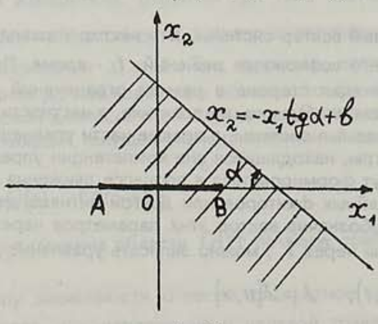
Отметим, что содержательная трактовка задачи гарантированного управления не ограничивается проблемами робототехники.

В задачах робототехники параметры u могут иметь смысл управляющих моментов и усилий, токов или напряжений в двигателях электроприводов и т.д. К числу параметров типа v могут относиться люфты в шарнирах и сочленениях, неопределенность в задании точек x^0 или x^1, относительно которых известно лишь, что $x^0 \in G^0$, $x^1 \in G^1 \left(G^i \subset R^n,\ i = 0,1\right)$, неточность ориентации деталей, инструмента относительно схвата и т.д.

3. Задача гарантированного времени приведения на отрезок. Рассмотрим задачу гарантированного оптимального по времени приведения схвата манипулятора, движение которого описывается уравнениями

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u \\ &|u| \le 1, \qquad x = (x_1,\, x_2) \end{aligned} \tag{3.1}$$

на отрезок AB, длиной $AB = 2a$ $\left(A(-a,0),\ B(a,0)\right)$ (фиг. 2)



фиг.2.

Пусть точность показания прибора $h(x,z)$ во время приближения схвата к объекту изменяется скачкообразно, по закону

$$h(x,z)=\begin{cases}|AB| & \text{при} \quad x_2>-\operatorname{tg}\alpha x_1+b\\ 0 & \text{при} \quad x_2\le-\operatorname{tg}\alpha x_1+b\end{cases} \tag{3.2}$$

Из принципа максимума [7] следует, что оптимально управляющая функция имеет релейный вид $u=\pm1$, а фазовыми кривыми, по которым схват манипулятора из полуплоскости $x_2>-\operatorname{tg}\alpha x_1+b$ приводится на границу l, являются дуги парабол семейства

$$\begin{aligned} u=+1:&\quad x_1=\frac{1}{2}(x_2)^2+s_1 \quad (s_1=\text{const})\\ u=-1:&\quad x_1=-\frac{1}{2}(x_2)^2+s_2 \quad (s_2=\text{const})\end{aligned} \tag{3.3}$$

Оптимально гарантированное время приведения на отрезок AB зависит от начальной позиции схвата. Предполагается, что точкой пересечения семейства парабол (3.3) с линией l, является точка A^1 с координатами $A^1(a^1,b^1)$ (фиг. 3)

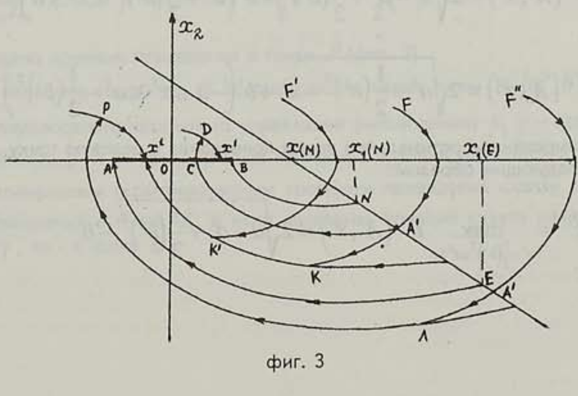
Здесь возможны три следующих частных случая:

а) $x_1(M)\le a^1\le x_1(N)$, где $x_1(M)=b/\operatorname{tg}\alpha$

$$x_1(N)=\left(1+b\operatorname{tg}\alpha+\sqrt{1+2\operatorname{tg}\alpha(b-a\operatorname{tg}\alpha)}\right)/\operatorname{tg}^2\alpha$$

В этом случае синтез оптимального приведения на любую точку x^1 отрезка AB имеет вид

$$u(x_1,x_2)=\begin{cases}-1 & \text{на дуге} \quad F^1A^1K^1\\ +1 & \text{на дуге} \quad K^1x^1\end{cases} \tag{3.4}$$



фиг. 3

Гарантированным временем приведения на отрезок в случае а) является:

$$\max_{-a\le x^1\le a} T(A^1,x^1)=\max_{-a\le x^1\le a}\left(2\sqrt{a^1+\frac{1}{2}(b^1)^2-x^1}+b^1\right)=$$

$$=2\sqrt{a^1+\frac{1}{2}(b^1)^2+a}+b^1=T(A^1,A)$$

то есть время приведения в точку A.

б) $x_1(N)\le a^1\le x_1(E)$, где $x_1(E)=\left(1+b\,\mathrm{tg}\alpha+\sqrt{1+2\,\mathrm{tg}\alpha(b+a\,\mathrm{tg}\alpha)}\right)/\,\mathrm{tg}^2\alpha$

Синтезом оптимального управления в случае б) являются

$$u_1(x_1,x_2)=\begin{cases}-1 & \text{на дуге } FA^1\\ +1 & \text{на дуге } A^1CD\\ -1 & \text{на дуге } Dx^1\end{cases} \tag{3.5}$$

если $a^1-\frac{1}{2}(b^1)^2\le x^1\le a$

$$u_2(x_1,x_2)=\begin{cases}-1 & \text{на дуге } FA^1K\\ +1 & \text{на дуге } Kx^1\end{cases} \tag{3.6}$$

если $-a\le x^1\le a^1-\frac{1}{2}(b^1)^2$

Точка C имеет следующие координаты $C\left(a^1-\frac{1}{2}(b^1)^2,\ 0\right)$.

В случаях (3.5), (3.6) время приведения в целевую точку, соответственно, определяется из выражений

$$T^{(1)}(A^1,x^1)=2\sqrt{x^1-a^1+\frac{1}{2}(b^1)^2}-b^1\left(a^1-\frac{1}{2}(b^1)^2\le x^1\le a\right)$$

$$T^{(2)}(A^1,x^1)=2\sqrt{a^1+\frac{1}{2}(b^1)^2-x^1}+b^1\left(-a\le x^1\le a^1-\frac{1}{2}(b^1)^2\right)$$

Гарантированное оптимальное время приведения в целевую точку, определяется следующим образом:

$$T_*^{(1)}=\max_{a^1-\frac{1}{2}(b^1)^2\le x^1\le a} T^{(1)}(A^1,x^1)=2\sqrt{a-a^1+\frac{1}{2}(b^1)^2}-b^1 \tag{3.7}$$

$$T_*^{(2)} = \max_{-a \le x^1 \le a^1 - \frac{1}{2}(b^1)^2} T^{(2)}(A^1, x^1) = 2\sqrt{a^1 + \frac{1}{2}(b^1)^2 + a} + b^1 \tag{3.8}$$

Из (3.7) и (3.8) следует, что при $x^1 \in \left[a^1 - \frac{1}{2}(b^1)^2,\ a\right]$ гарантированным оптимальным временем приведения является время приведения в точку B, а при $x \in \left[-a, a^1 - \frac{1}{2}(b^1)^2\right]$- в точку A (фиг. 3).

Так как $b^1 = -\operatorname{tg}\alpha a^1 + b$, то $T(a^1) = T_*^{(1)} - T_*^{(2)}$ является непрерывной функцией от a^1, которая на концах интервала $[x_1(N),\ x_1(E)]$ изменяет знак. Следовательно, существует точка $a^0 \in [x_1(N),\ x_1(E)]$, где $T(a^0) = 0$. То есть время оптимального приведения из точки $A^0(a^0, b^0) \in l$ в точки A и B одинаково.

Рассмотрим теперь случай в) $x_1(E) \le a^1 < \infty$. Синтез оптимального управления имеет вид

$$u(x_1, x_2) = \begin{cases} -1 & \text{на дуге } \ F''A^1 \\ +1 & \text{на дуге } \ A^1P \\ -1 & \text{на дуге } \ Px^1 \end{cases} \tag{3.9}$$

а время приведения на целевую точку

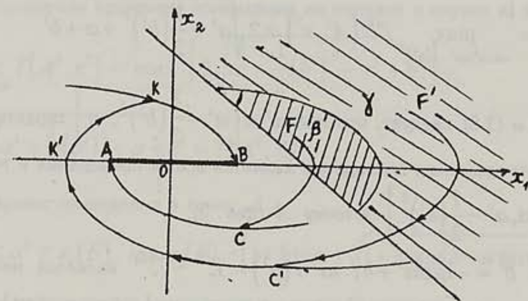
$$T(A^1, x^1) = 2\sqrt{x^1 - a^1 + \frac{1}{2}(b^1)^2} - b^1$$

Гарантированное оптимальное время приведения в случае в) равно

$$\max_{-a \le x^1 \le a} T(A^1, x^1) = T(A^1, B) = 2\sqrt{a - a^1 + \frac{1}{2}(b^1)^2} - b^1,$$

то есть равно времени приведения в точку B (фиг. 3).

Итак, парабола семейства (3.3), проходящая через точку $A^0(a^0, b^0)$, разделяет полуплоскость пассивного управления (наблюдения) $x_2 > -\operatorname{tg}\alpha x_1 + b$, на две области β и γ (фиг. 4). Если начальная позиция находится в области β, то оптимальным гарантированным временем приведения схвата является время приведения в точку A, а если начальная позиция схвата находится в области γ, то - в точку B.



фиг. 4

Синтез управления, обеспечивающий гарантированный результат по быстродействию, имеет вид:

$$u_1^*(x_1,x_2)=\begin{cases}-1 & \text{на дуге } FC \\ +1 & \text{на дуге } CA\end{cases} \qquad (x_1^0,x_2^0)\in\beta$$

$$u_2^*(x_1,x_2)=\begin{cases}-1 & \text{на дуге } F^1C^1 \\ +1 & \text{на дуге } C^1K^1K \\ -1 & \text{на дуге } KB\end{cases} \qquad (x_1^0,x_2^0)\in\gamma$$

На фиг. 4 приведены качественные картины фазовых кривых и линий переключения управляющей функций, обеспечивающих решение задачи гарантированного управления на отрезке AB.

Согласно принципу оптимальности [7], при непрерывном уточнении положения целевой точки возможно применение метода динамического программирования [8]. Применение указанного метода, решение задачи приводит к исследованию уравнений типа Беллмана-Айзекса.

Авторы благодарят А.А.Меликяна за обсуждение задачи и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский Н.Н.* Игровые задачи о встрече движений.- М.: Наука, 1970, 420 с.
2. *Черноусько Ф.Л., Меликян А.А.* Игровые задачи управления и поиска.- М.: Наука, 1978. 272 с.
3. *Черноусько Ф.Л.* Управляемый поиск подвижного объекта.- Изв. АН СССР, ПММ, 1980, т.44, вып. I.
4. *Меликян А.А.* Минимаксная задача управления при неполной информации о положении целевой точки.- Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1989, №2, с. 111-118.
5. *Меликян А.А.* Оптимальное гарантирующее управление динамической системой с поиском целевой точки.- ДАН СССР, 1991, т. 316, №4, с. 815-819.
6. *Субботин А.И., Ченцов А.Г.* Оптимизация гарантии в задачах управления.- - М.: Наука, 1981. 288 с.

7. *Болтянский В.Г.* Математические методы оптимального управления. - М.: Наука, 1969.
8. *Гукасян А.А.* Управление роботом при неполной информации о положении объекта.- Тезисы докл. Межреспубликанской научно-практической конференции творческой молодежи. Минск, 1992, с. 138.

Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию 31.08.1994