

**НЕСИММЕТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ОПОРНОГО ПОДШИПНИКА**

Петросян Л.Г.

Լ.Գ.Պետրոսյան

**Նենարանային առանցքային եկզրոդիմամիկական բնութագրերի  
որոշման ոչ սիմետրիկ մոդելի մասին**

Տիրք բերանելով ոչ սիմետրիկ լարման փնեզրով անստոնելի կառուցվածքային մածուցիկ եկզրով շարժման հավասարումների համակարգը արագված են բարակ շերտում եկզրով հոսելու հիմնական հավասարումների մասնագիտացված փնեզր: Գրելված են զանախի եկզրաշղթայի ունեցող եկզրակով եկենարանային ստեռմային առանցքակալի հիմնական եկզրոդիմամիկական բնութագրերը:

L.G.Petrosian

**Non-Symmetrical Model for Determining Hydrodynamic Characteristics of Bearing Journal**

На основе системы уравнений движения вязкой несжимаемой структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений получена специализированная форма основных уравнений при тении жидкости в тонком слое. Найдены основные гидродинамические характеристики опорного подшипника скольжения с цилиндрической расточкой вкладыша.

1. Система уравнений движения вязкой несжимаемой структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений имеет вид [1]

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \tag{1.1}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + (\nu + \nu_r) \nabla^2 \vec{v} + 2\nu_r \nabla \times \vec{\omega} + \vec{f} \tag{1.2}$$

$$I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = 2\nu_r (\nabla \times \vec{v} - \vec{\omega}) + (c_0 + c_d - c_a) \nabla (\nabla \cdot \vec{\omega}) + (c_d + c_a) \nabla^2 \vec{\omega} + \vec{c} \tag{1.3}$$

Здесь  $\rho$  - массовая плотность жидкости,  $p$  - давление,  $I$  - скалярная константа с размерностью момента инерции единицы массы,  $\vec{v}$  - вектор скорости точки,  $\vec{\omega}$  - вектор, характеризующий среднюю угловую скорость вращения частиц, из которых состоит точка континуума,  $\nu$  - кинематическая ньютоновская вязкость,  $\nu_r$  - кинематическая вращательная вязкость,  $c_0, c_d, c_a$  - коэффициенты моментной вязкости,  $d(\dots)/dt$  - полная производная по времени,  $\nabla$  - пространственный градиент,  $\vec{f}$  - вектор массовой силы,  $\vec{c}$  - вектор массового момента.

Рассматривая течение слоя жидкости между разделяемыми ею трущимися поверхностями, совместим плоскость  $xOz$  с поверхностью, развернутой на плоскость, или с касательной плоскостью к этой поверхности в какой-либо точке элемента трущейся пары, относительно которого будем рассматривать

движение другого элемента пары и движение слоя жидкости. Ось  $Oy$  совместим с нормалью к поверхности трущейся пары, с которой совмещаем плоскость  $xOz$ .

Так рассмотрим установившееся течение вязкой несимметричной жидкости в тонком слое между приблизительно параллельными поверхностями, радиусы кривизны которых достаточно велики по сравнению со средней толщиной  $\delta$ . При этом предполагается, что течение жидкости происходит в направлениях  $x$  и  $z$ , и что толщина  $\delta$  мала по сравнению  $v/U$ , где  $U$  - характерная скорость течения. Ввиду малости  $\delta$  будем считать, что составляющая скорости  $v$  значительно меньше  $u$  и  $w$  ( $v \ll u$  и  $w$ ) и что, кроме того, вследствие прилипания жидкости к стенкам изменения  $u$  и  $w$ , как и составляющих  $\omega_x$  и  $\omega_z$ , в направлении осей  $Ox$  и  $Oz$ , соответственно, происходит гораздо медленнее, чем в направлении оси  $Oy$ , а это означает: производная по  $y$  значительно больше, чем другие производные  $\partial/\partial y \gg \partial/\partial x$  и  $\partial/\partial z$ .

Имеем

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{\omega}) = \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \right)$$

тогда другие компоненты значительно малы. Компонента  $\nabla \times \vec{v}$  на  $y$ , то есть  $\left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$ , а также  $\partial v/\partial x$  и  $\partial v/\partial z$  малы по сравнению  $du/\partial y$  и  $\partial w/\partial y$ .

Уравнение (1.3) в проекциях на декартовы оси координат не будет содержать соответствующего члена из выражения  $\nabla(\nabla \cdot \vec{\omega})$ , так как  $\nabla^2 \vec{\omega} \gg \nabla(\nabla \cdot \vec{\omega})$ .

Тогда, отбрасывая в уравнениях движения (1.2) и (1.3) малые по сравнению с другими, и пренебрегая, как обычно, массовыми силами и массовыми моментами, в проекциях на декартовы оси координат получим следующие приближенные уравнения течения вязкого несимметричного слоя:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = (v + v_r) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2v_r \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \quad (1.4)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = (v + v_r) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2v_r \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \quad (1.5)$$

$$(c_a + c_d) \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} - 2v_r \left( 2\omega_x - \frac{\partial w}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.6)$$

$$(c_a + c_d) \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} - 2v_r \left( 2\omega_z + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.8)$$

Уравнения (1.4) - (1.8) совместно с уравнением неразрывности (1.1) являются дифференциальными уравнениями смазочного слоя структурной несимметричной жидкости.

2. Используя условие прилипания слоя жидкости к поверхностям, ограничивающим смазочный слой, граничные условия для скоростей  $u$  и  $w$ , а также угловых скоростей  $\omega_x$  и  $\omega_z$ , можно записать в виде

$$\text{при } y = 0 \quad u = 0, w = 0, \omega_x = 0, \omega_z = 0$$

$$\text{при } y = h \quad u = U, w = W, \omega_x = 0, \omega_z = 0 \quad (2.1)$$

где  $U$  и  $W$  - составляющие относительной скорости верхнего элемента трущейся пары в направлении осей  $Ox$  и  $Oz$ ,  $h = \delta$ .

В уравнениях (1.4) - (1.8) можно провести интегрирование по переменной  $y$ . Тогда, используя граничные условия (2.1), из (1.4) - (1.8) получим

$$\omega_x = -\frac{1}{2\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial z} \left( \frac{\text{sh } ky}{\text{sh } kh} h - y \right) - \frac{1}{2} C_B \left( \text{ch } ky - \frac{\text{ch } kh - 1}{\text{sh } kh} \text{sh } ky - 1 \right) \quad (2.2)$$

$$\omega_z = \frac{1}{2\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} \left( \frac{\text{sh } ky}{\text{sh } kh} h - y \right) - \frac{1}{2} C_A \left( \text{ch } ky - \frac{\text{ch } kh - 1}{\text{sh } kh} \text{sh } ky - 1 \right) \quad (2.3)$$

$$u = \frac{1}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} \left( \frac{y^2}{2} - \frac{N^2 h}{k} \frac{\text{ch } ky - 1}{\text{sh } kh} \right) + U - C_A \left\{ y - \frac{N^2}{k} \left[ \text{sh } ky - \frac{(\text{ch } ky - 1)(\text{ch } kh - 1)}{\text{sh } kh} \right] \right\} \quad (2.4)$$

$$w = \frac{1}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial z} \left( \frac{y^2}{2} - \frac{N^2 h}{k} \frac{\text{ch } ky - 1}{\text{sh } kh} \right) + W - C_B \left\{ y - \frac{N^2}{k} \left[ \text{sh } ky - \frac{(\text{ch } ky - 1)(\text{ch } kh - 1)}{\text{sh } kh} \right] \right\} \quad (2.5)$$

где

$$N = \left( \frac{v_r}{\nu + v_r} \right)^{1/2}, \quad C_A = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{U}{\frac{h}{2} - \frac{N^2}{k} \text{th} \frac{kh}{2}} \right), \quad k = \frac{N}{l} \quad (2.6)$$

$$l = \left( \frac{c_n + c_d}{4\nu} \right)^{1/2}, \quad C_B = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{W}{\frac{h}{2} - \frac{N^2}{k} \text{th} \frac{kh}{2}} \right)$$

Обозначив скорость сближения граничных поверхностей вдоль  $Oy$  через  $V$ , интегрируя по  $y$  уравнение неразрывности в пределах толщины слоя  $h$ , получим

$$V = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy - \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w dy \quad (2.7)$$

В уравнении (2.7) интегралы из себя представляют расход смазки в данном поперечном сечении слоя соответственно в направлении осей  $Ox$  и  $Oz$  и, согласно (2.4) и (2.5), равны

$$\int_0^h u dy = -\frac{h^3}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} f(N, l, h) + \frac{1}{2} Uh$$

$$\int_0^h w dy = -\frac{h^3}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial z} f(N, l, h) + \frac{1}{2} Wh \quad (2.8)$$

где

$$f(N, l, h) = \left[ \frac{1}{12} + \frac{l^2}{h^2} - \frac{Nl}{2h} \operatorname{cth} \frac{kh}{2} \right] \quad (2.9)$$

Подставляя (2.8) в уравнение (2.7), будем иметь:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ h^3 f(N, l, h) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ h^3 f(N, l, h) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \rho\nu V + \frac{\rho\nu}{2} \frac{\partial}{\partial x} (Uh) + \frac{\rho\nu}{2} \frac{\partial}{\partial z} (Wh) \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) является обобщением известного уравнения Рейнольдса для давлений на случай движения вязкой несжимаемой жидкости с несимметричным тензором напряжений.

Это уравнение является фундаментальным в гидродинамической теории смазки несимметричных жидкостей.

3. Найдем решение задачи расчета гидродинамических характеристик опорного подшипника с цилиндрической расточкой вкладыша.

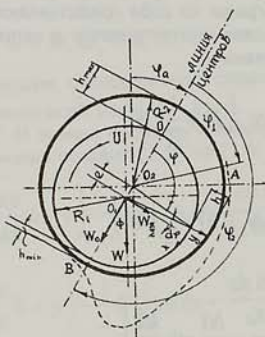
Как показывают опыты с подшипником скольжения, когда на цапфу действует нагрузка, то по отношению к подшипнику цапфы располагаются эксцентрически, причем центры их смещаются относительно центра подшипника вниз и в сторону вращения, как это схематично показано на фиг. 1, и между рабочими поверхностями шейки и вкладыша подшипника, ниже линии центров  $O_1O_2$  образуется клинообразный сужающийся в направлении движения слой смазки. По длине этого слоя гидродинамическое давление в слое смазки постоянно увеличивается по направлению течения, а затем, достигнув максимума, падает до своей первоначальной величины в сечении, расположенном несколько далее наиболее узкого сечения слоя смазки. Об этом свидетельствуют также измерения распределения давления масла по окружности шейки, полученные Тихвинским и Свифтом при испытаниях опорных подшипников турбин при различных нагрузках [2].

Имеем цилиндрический подшипник при эксцентрическом расположении шипа. Полагаем, что смазочное вещество заполняет все пространство между



шипом и подшипником. Движение смазки в смазочном слое будем считать плоским. Практически это означает, что при расчете не принимается во внимание то, что длина шипа, охваченного подшипником, конечна (отношение длины шейки на толщину слоя  $l_{ш}/c \approx 10^3$  [3]).

Обозначим радиус шипа  $R_1$ , радиус подшипника  $R_2$ , а переменную толщину слоя смазки между ними  $h$  (фиг. 1).



Фиг. 1.

Пусть шип вращается равномерно по часовой стрелке и пусть линейная скорость на поверхности шипа равна  $U$ . Эксцентриситет  $e = O_1O_2$  принимается очень малым по сравнению с радиусами окружностей  $R_1$  и  $R_2 > R_1; e \ll R_1, R_2$ .

Положение жидкой частицы в смазочном слое определяется криволинейными координатами  $x$  и  $y$ , где  $x$  измеряется вдоль дуги окружности радиуса  $R_1$ , а  $y$  отсчитывается от точки поверхности шипа по направлению нормали к окружности. При этом точка  $O$  - неподвижная точка, взятая в том месте, где расстояние между шипом и подшипником является наибольшим. Введем центральный угол  $\varphi$ , отсчитываемый от  $OO_1$  в направлении вращения шипа, тогда  $x = R_1\varphi$ .

Примем, что толщина слоя смазки  $h$  столь мала по сравнению с радиусом шипа  $R_1$ , что кривизной координатных линий можно пренебречь и считать для течения в смазочном слое справедливым уравнение Рейнольдса для давлений (2.10). Решение задачи для полного подшипника в этом приближении в случае классической ньютоновской жидкости было дано Зоммерфельдом [4]. Несимметричная модель гидродинамической теории цилиндрического полного подшипника рассмотрена в работе [5]. В [6] рассмотрено течение микрополярной жидкости в половинном подшипнике.

В теории смазки радиальных подшипников скольжения принято описать толщину смазочного слоя уравнением

$$h(\varphi) = c(1 + \varepsilon \cos \varphi) \quad (3.1)$$

Здесь  $c$  - радиальный зазор,  $\varepsilon = e/c$ .

По величине  $\varepsilon$  определяют минимальный зазор между цапфой и подшипником  $h_{\min} = c(1 - \varepsilon)$ . По условию обеспечения жидкостного трения в двигателе любых размеров значение  $h_{\min}$  должно быть больше линейной шероховатости [3]. Так, шатунный подшипник четырехтактного двигателя ГАЗ-21 автомобиля "Волга" имеет  $h_{\min} = 8 \cdot 10^{-6}$  м [3] (для воды при радиусе капилляра  $r_0 \leq 10^{-6}$  м течение не описывается формулой Гагена-Пуазейля, причем с уменьшением радиуса капилляра отклонение от него сильно возрастает).

Для определения поля давления в смазочном слое применим модифицированное уравнение Рейнольдса для давлений (2.10), которое в случае стационарного плоского движения вязкой несжимаемой жидкости и скольжения трущихся пар в направлении одной координаты имеет вид (здесь и далее индекс 1 у  $R$  опущен)

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi} f(N, l, h) \right] = \frac{\rho v}{2} UR \frac{\partial h}{\partial \varphi} \quad (3.2)$$

Интегрируя (3.2), получим

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{UR\eta}{h^3 f(N, l, h)} (h - h_1), \quad \eta = \rho v \quad (3.3)$$

где  $h_1$  - постоянная интегрирования, определяющая одновременно точки экстремума давления.

Для нахождения постоянной интегрирования необходимо знать расположение смазочного слоя и протяженность участка смазки (область положительных давлений).

Несмотря на наличие большого числа исследований, посвященных решению уравнения Рейнольдса для давления, вопрос о границах протяженности и размещения смазочного слоя в опорном подшипнике остается дискуссионным. Протяженность участка смазки зависит от количества смазки, подаваемой в зазор при заданном расположении шипа в подшипнике и заданных величинах относительно зазора и относительной длины подшипника (вкладыша).

На расположение смазочного слоя и его начало очень большое влияние оказывают такие конструктивные особенности вкладыша, как размещение смазочных канавок, карманов, отверстий и т.п.

Предположение о начале смазочного слоя на кромке нагруженной части вкладыша или в наиболее широком месте зазора, практически имеющих место величины относительно зазора  $\psi = c/R$ , хорошо отвечает опыту, особенно чему и выбирают угол  $\varphi_1$  начала несущей части слоя. Смещение начала смазочного слоя в сторону некоторого увеличения угла  $\varphi_1$  в очень небольшой степени будет влиять на величину давлений в первой половине области положительных давлений.

Многие исследователи используют граничные условия, основанные на предположении, что давление масла в месте минимального зазора равно нулю. Так, А. Стодола, Л. Гюмбель, М.И. Яновский, А.К. Дьячков и др. предполагают, что эта гипотеза верна [8]. В 1957 и 1963 г.г. Н.Тилей и А.Ника провели дополнительные опыты. По их мнению, наилучшее совпадение результатов расчета с опытом получается в том случае, когда предполагают, что масляной слой обрывается в месте минимальной толщины пленки  $\varphi_2 = \pi$  [9].

По данным опыта с цилиндрическими подшипниками  $\varphi_1 = \pi/3$ - угол наклона радиальной плоскости, проведенный через начало несущего слоя к линии центров, а  $\varphi_2 = \pi$ - угол наклона радиальной плоскости, проведенный через конец несущего слоя к линии центров [3].

Тогда, граничные условия для  $p$  будут иметь вид

$$p = 0 \text{ при } \varphi_1 = \pi/3 \text{ и } \varphi_2 = \pi \quad (3.4)$$

Интегрируя (3.3) по  $\varphi$ , в пределах от  $\varphi_1$  до  $\varphi_2$ , будем иметь для гидродинамического давления

$$p(\varphi) = \int_{\varphi_1=\pi/3}^{\varphi} dp = \frac{1}{2} \eta UR f_1(\varphi) - \eta R Q f_2(\varphi) \quad (3.5)$$

где

$$f_1(\varphi) = \int_{\pi/3}^{\varphi} \frac{d\varphi}{h^2 f(N, l, h)}, \quad f_2(\varphi) = \int_{\pi/3}^{\varphi} \frac{d\varphi}{h^3 f(N, l, h)}, \quad Q = \frac{U h_1}{2} = \frac{f_1(\pi)}{f_2(\pi)} \quad (3.6)$$

Связь с секундным расходом жидкости  $Q$ , через любое сечение зазора подшипника, с постоянным  $h_1$  можно находить, сравнивая уравнение (3.3) с первым уравнением (2.8).

Для безразмерного давления в зазоре имеем

$$P(\varphi) = \frac{1}{2} F_1(\varphi) - Q^* F_2(\varphi) \quad (3.7)$$

где

$$P = \frac{p(\varphi) c^2}{UR \eta}, \quad F_1(\varphi) = \int_{\pi/3}^{\varphi} \frac{d\varphi}{H^2 f(N, L, H)}, \quad F_2(\varphi) = \int_{\pi/3}^{\varphi} \frac{d\varphi}{H^3 f(N, L, H)}$$

$$f(N, L, H) = \frac{1}{12} + \frac{1}{(LH)^2} - \frac{N}{2LH} \operatorname{cth} \frac{NLH}{2},$$

$$H = \frac{h}{c}, \quad L = \frac{c}{l}, \quad Q^* = \frac{QU}{c} = \frac{F_1(\pi)}{2F_2(\pi)}$$

4. Найдем результирующую всех сил давления и трения - главный вектор реакции жидкости, действующий на шип. Будем считать, что в подшипнике отсутствует торцевое течение. Так как величины  $c$  и  $h$  считаются малой по сравнению с  $R$ , то при вычислении результирующей силами трения, имеющей порядок  $1/c$  по сравнению с силами давления, порядок которых равен  $1/c^2$ , можно пренебречь [10, 11].

При постоянной по величине и направлению приложенной к шипу внешней силы,  $\vec{W}$  - несущая способность смазочного слоя - равна этой силе.

Отнеся главный вектор  $\vec{W}$  к единице длины вдоль оси подшипника, будем иметь



$$W_{\pi/2} = W \sin \Phi = R \int_{\pi/3}^{\pi} p \sin \varphi d\varphi \quad (4.1)$$

для нормальной к линии центров нагрузки  $W_{\pi/2}$  и

$$W_0 = W \cos \Phi = -R \int_{\pi/3}^{\pi} p \cos \varphi d\varphi \quad (4.2)$$

- для компонента нагрузки  $W_0$ , действующей вдоль линии центров. Здесь  $\Phi$  - фазовый угол между линией действия нагрузки и линией центров.

Интеграл (4.1) проще всего вычислить по частям, найдем

$$W_{\pi/2} = -R \int_{\pi/3}^{\pi} p d(\cos \varphi) = R \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \cos \varphi d\varphi$$

Подставляя сюда  $\partial p / \partial \varphi$  из (3.3), с учетом (3.6), получим в безразмерной форме

$$W_{\pi/2}^* = \frac{W_{\pi/2} c^2}{\eta R^2 U} = \frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{H^2 f(N, L, H)} - Q^* \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)} \quad (4.3)$$

Аналогично вычислим интеграл (4.2), найдем

$$W_0 = -R \int_{\pi/3}^{\pi} p d(\cos \varphi) = R \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \sin \varphi d\varphi$$

Сюда, подставляя  $\partial p / \partial \varphi$  из (3.3), с учетом (3.6), получим в безразмерной форме

$$W_0^* = \frac{W_0 c^2}{\eta R^2 U} = \frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{H^2 f(N, L, H)} - Q^* \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)} \quad (4.4)$$

Для несущей способности подшипника имеем

$$W^* = (W_0^{*2} + W_{\pi/2}^{*2})^{1/2} \quad (4.5)$$

5. Определим коэффициент нагруженности цилиндрического радиального подшипника. При выводе дифференциальных уравнений для смазочного слоя при его малой толщине упрощения свелись к тому, что из уравнений движения выпали отдельные (второстепенные) слагаемые, обусловленные вязкостью, и слагаемые всех квадратичных членов инерции - движение смазки оказалось независимым от числа Рейнольдса [1, 12, 13].

Так как силы инерции входят лишь в число Рейнольдса и Эйлера, представляющий отношение сил давления к силам инерции, поэтому, чтобы зависимость между динамическими критериями подобия не зависела от сил инерции, число  $Re$  и  $Eu$  должны комбинироваться так, чтобы силы инерции при этом исключились. Такими единственными комбинациями являются произведения  $Re \cdot Eu$  и  $Re \cdot Eu \tau$ , которые дают новые критерии, представляющие собой отношение нормальных и касательных усилий в смазочном слое к силам вязкости соответственно. Эти новые критерии являются числами Лаг-



ранжа [14] для нормальных и касательных усилий. Число Лагранжа  $Eu \cdot Re = Gc\psi / 2l_{вк} \cdot R\eta U$ , отвечающее среднему нормальному давлению, называется коэффициентом грузоподъемности или нагруженности  $\zeta$  [3,8]. Поскольку  $U = \Omega R$ , где  $\Omega$ - угловая скорость вращения шипа, то

$$\zeta = \frac{G}{l_{вк}} \frac{\psi^2}{d \eta \Omega} \quad (5.1)$$

Здесь  $d = 2R$ - диаметр шейки вала,  $G$ - внешняя нагрузка.

Из (4.5) и (5.1), получим

$$W^* = 2\zeta \quad (5.2)$$

6. Найдем геометрическое место линии центров  $\alpha$ -градусного радиально-го подшипника (подшипники, вкладыши которых имеют сбоку масляные карманы, уменьшающие дугу охвата шипа до  $\alpha < 180^\circ$ , называются  $\alpha$ -градусными центрально-нагруженными [8]). Так как расположение границы смазочного слоя, то есть угол  $\varphi_1$ - наклон радиальной плоскости, проведенный через начало несущего слоя, также угол  $\varphi_2$ - наклон радиальной плоскости, проведенный через конец несущего слоя, измеряются от места максимальной толщины смазочной пленки, то есть от линии смещения центров цапфы и подшипника, то становится понятным важность вопроса об определении геометрического места линии центров: угол  $\varphi_a$ - наклон линии центров к линии действия вектора внешней нагрузки.

Угол  $\varphi_a$ , который численно равен  $\Phi$  - фазовому углу, найдется из формулы (4.3) и (4.4), тогда

$$\operatorname{tg} \varphi_a = \frac{W_{\pi/2}^*}{W_0^*} = \frac{\frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{H^2 f(N, L, H)} - Q^* \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)}}{\frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{H^2 f(N, L, H)} - Q^* \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)}} \quad (6.1)$$

7. Структурная несимметричная жидкость характеризуется двумя безразмерными параметрами.

Параметр связи  $N$ , определенный формулой

$$N = \left( \frac{v_r}{v + v_r} \right)^{1/2}$$

характеризует связь уравнений поступательного и вращательного движения. Когда  $v_r \rightarrow 0$ , то получаем  $N \rightarrow 0$ , эти уравнения разделяются и уравнение поступательного движения сводится к классическому уравнению Навье-Стокса.

Второй важный безразмерный параметр  $L$  представляет собой отношение зазора между шипом и подшипником  $c$  к характерной материальной длине вещества  $l$ , то есть

$$L = \frac{c}{l}, \quad l = \left( \frac{c_a + c_d}{4\nu} \right)^{1/2}.$$

Это число характеризует взаимосвязь между геометрией системы и свойствами жидкости.

Параметр  $l$  имеет размерность длины и может быть отождествлен с некоторой характеристикой вещества, зависящей от размера молекул или зерен, введенных в смазку присадки, для улучшения условия работы подшипников. Нужно полагать, что эффекты несимметричности жидкости будут значительными, когда  $l$  велико, либо маломинимальная толщина слоя смазки. Если последняя считается малой, то чем больше  $l$ , тем ярче будут выражены эффекты несимметричности жидкости.

Выражения для давления (3.7) и несущей способности (4.5) сводятся к классическому решению при  $N \rightarrow 0$  или  $L \rightarrow \infty$

$$\lim_{L \rightarrow \infty} P = P_{\text{кл}}, \quad \lim_{L \rightarrow \infty} W^* = W_{\text{кл}}^*$$

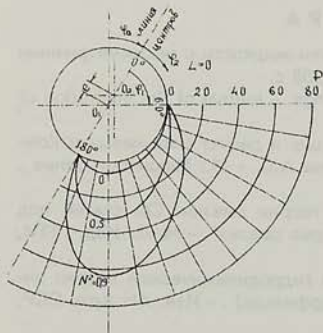
или

$$\lim_{N \rightarrow 0} P = P_{\text{кл}}, \quad \lim_{N \rightarrow 0} W^* = W_{\text{кл}}^*$$

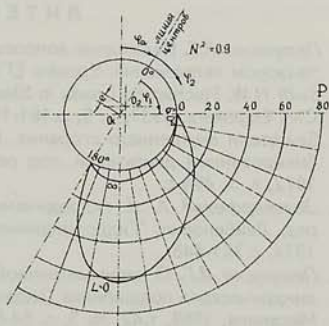
В третьем предельном случае  $L \rightarrow 0$  классическое решение умножается на  $1/(1-N^2)$ .

$$\lim_{L \rightarrow 0} P = P_{\text{кл}} \frac{1}{(1-N^2)}, \quad \lim_{L \rightarrow 0} W^* = W_{\text{кл}}^* \frac{1}{(1-N^2)}$$

На фиг. 2 показаны графики зависимости безразмерного давления от угла  $\varphi$  при различных значениях  $N^2$  и  $L=0$ , а на фиг.3 показаны графики зависимости безразмерного давления от угла  $\varphi$  при различных значениях параметра  $L$  и  $N^2=0,9$ . Графики показывают, что снижение  $L$  соответствует возрастанию давления. Предельные случаи  $L \rightarrow 0$  и  $L \rightarrow \infty$  дают верхнюю и нижнюю границы гидродинамического давления. Во всех случаях давление оказалось больше рассчитанной по теории ньютоновской жидкости.



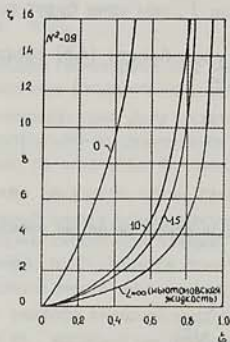
Фиг. 2.



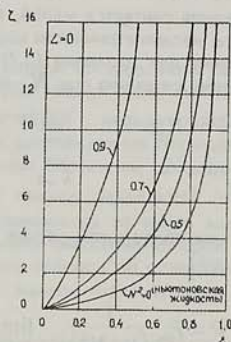
Фиг.3.

На фиг.4 и 5 показаны графики зависимости коэффициента нагруженности цилиндрического радиального подшипника в зависимости от эксцентриситета  $\varepsilon$  при различных значениях параметра  $L$  и  $N$ . Предельные случаи  $L \rightarrow 0$  и  $L \rightarrow \infty$  дают, соответственно, верхнюю и нижнюю границу коэффициента грузоподъемности подшипника. Во всех случаях коэффициент грузоподъемности оказался больше рассчитанной по теории Навье-Стокса.

Фиг. 4 и 5 свидетельствуют о благоприятном влиянии использования приладок для улучшения условий работы подшипников, в частности, для повышения несущей способности.



Фиг.4.



Фиг.5.

Для выявления влияния учета микроструктуры жидкости на величину  $\varphi_a$  был произведен численный эксперимент исследований формулы (6.1) при различных значениях параметра связи  $N$  и параметра взаимности между геометрией и свойствами жидкости  $L$ . Результаты численного эксперимента показывают, что учет микроструктуры жидкости мало влияет на геометрическое расположение линии центров на величину  $\varphi_a$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Петросян Л.Г. Некоторые вопросы механики жидкости с несимметричным тензором напряжений.-Ереван: ЕГУ, 1984. 308 с.
2. Swift H.W. Fluctuating Loads in Sleeve Bearings. - Journal of the Institution of Civil Engineers, 1937, v. 5, p.161-195.
3. Двигатели внутреннего сгорания. Конструкция и расчет поршневых и комбинированных двигателей, под ред. Орлина А.С. - М.: Машиностроение, 1972, т. 3, 464 с.
4. Зоммерфельд А. К. гидродинамической теории смазки. Сб. статей под ред. Лейбензона. "Гидродинамическая теория смазки". - М.-Л.: Изд. ГТТИ, 1934, с.361-448.
5. Петросян Л.Г. О несимметричной модели гидродинамической теории цилиндрического подшипника (задача Зоммерфельда) . - Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1989, т.42, № 3, с. 54-64.
6. Prakach J., Sinha P. Lubrication Theory for Micropolar Fluids and Its Application to a Journal Bearing. - Int. J. Engng. Sci., 1975, vol.13, № 3, p.217-232.



7. *Петросян Л.Г.* К вопросу о масштабном эффекте в асимметричной гидромеханике. Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1984, т. 37, № 3, с. 35-41.
8. *Коровчинский М.В.* Теоретические основы работы подшипников скольжения. - М.: Машгиз, 1959, 403 с.
9. *Токарь И.Я.* Проектирование и расчет опор трения. - М.: Машиностроение, 1971, 196 с.
10. *Тарг С.М.* Основные задачи теории ламинарных течений. - М.-Л.: ГИТТЛ, 1951, 420 с.
11. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. -М.: Наука, 1978, 736 с.
12. *Петросян Л.Г.* Элементарная гидродинамическая аналогия прокатки (моментная теория). - Проблема машиностроения, 1981, вып. 13, с. 38-42.
13. *Петросян Л.Г.* Моментная гидродинамическая теория прокатки. -Прикладная механика, 1982, т.18, № 4, с. 116-121.
14. *Гухман А.А.* Физические основы теплопередачи. - М.-Л.: Энергоиздат, 1934, т.1, 314 с.

Ереванский Государственный Университет

Поступила в редакцию  
30.06.1993