ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 48, N° 3, 1995 Механика

Контактная задача для бесконечной пластины, усиленной крестообразным и прямолинейными конечными стрингерами

Торосян Д.Р.

Դ.Ռ.Թորոսյան

Խաչաձև և ուղղագիծ վերջավոր ստրինգերներով ուժեղացված անվերջ սալի համար կոնտակտային խնդիր

Ֆակտորիզացիայի և Չեբիշևի օրթոգոնալ բազմանդամների մեթոդների օգնությամբ խնդիրը բերված է հանրահաշվական հավասարումների քվազիլիովին ռեգուլյար անվերջ համակարգի:

D.R.Torossian

The Hertzian Problem of the infinite plate, strengthened by cross-wise und stringhtline finite stringers

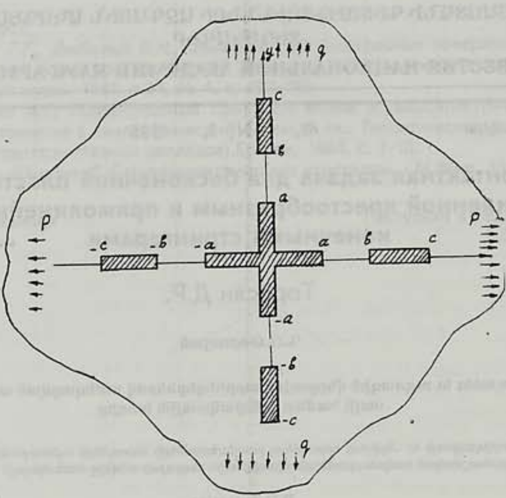
В работе рассматривается контактная задача для бесконечной упругой пластины, усиленной конечным крестообразным стрингером, а также с конечными стрингерами, расположенными в горизонтальном и вертикальном направлении симметрично относительно крестообразного стрингера. Задача с помощью метода факторизации и метода ортогональных многочленов Чебышева сводится к решению квазивполне регулярной совокупности бесконечных систем алгебраических уравнений.

Пусть упругая бесконечная пластина толщины h усилена крестообразным конечным стрингером, а также с конечными стрингерами модулем упругости E_s и с площадью поперечного сечения F_s. Пластина деформируется под действием сил p и q, приложенных на бесконечности (фиг.1). Относительно стрингеров принимается модель контакта по линии, т.е. предполагается, что касательные контактные усилия сосредоточены вдоль средней линии контактного участка [1]. Тогда, уравнения равновесия стрингеров в силу вышесказанного, запишутся в виде

$$\frac{du^{(1)}(x)}{dx}=\frac{1}{E_sF_s}\int_x^a \tau^{(1)}(t)dt \quad (-a<x<a)$$

$$\frac{du^{(1)}(x)}{dx}=\frac{1}{E_sF_s}\int_x^c \tau^{(1)}(t)dt \quad (b<x<c)$$

$$\frac{du^{(1)}(x)}{dx}=\frac{1}{E_sF_s}\int_x^{-b} \tau^{(1)}(t)dt \quad (-c<x<-b)$$



фиг.1

$$\frac{d\,v^{(1)}(y)}{dy}=\frac{1}{E_sF_s}\int_y^a \tau^{(2)}(\eta)\,d\eta \quad (-a<y<a)$$

$$\frac{d\,v^{(1)}(y)}{dy}=\frac{1}{E_sF_s}\int_y^c \tau^{(2)}(\eta)\,d\eta \quad (b<y<c)$$

$$\frac{d\,v^{(1)}(y)}{dy}=\frac{1}{E_sF_s}\int_y^{-b} \tau^{(2)}(\eta)\,d\eta \quad (-c<y<-b)$$

при условиях

$$\int_{-a}^{a}\tau^{(i)}(t)\,dt=0,\quad \int_{b}^{c}\tau^{(i)}(t)\,dt=0,\quad \int_{-c}^{-b}\tau^{(i)}(t)\,dt=0 \quad (a) \quad (i=1,2),$$

где $u^{(1)}(x)$, $v^{(1)}(y)$ - горизонтальные и вертикальные перемещения точек стрингеров, соответственно, а $\tau^{(1)}(x)$, $\tau^{(2)}(y)$ - касательные контактные усилия.

С другой стороны, для пластины, учитывая нечетность функций $\tau^{(1)}(x)$, $\tau^{(2)}(y)$, имеем

$$\left.\frac{\partial u^{(2)}(x,y)}{\partial x}\right|_{y=0}=-\frac{(3-\nu)(1+\nu)}{4\pi Eh}\int_0^a\left(\frac{1}{t-x}+\frac{1}{t+x}\right)\tau^{(1)}(t)dt+$$

$$+\frac{(1+\nu)^2}{2\pi Eh}\int_0^a\frac{\eta\left(\eta^2-x^2\right)}{\left(\eta^2+x^2\right)^2}\tau^{(2)}(\eta)d\eta-\frac{(3-\nu)(1+\nu)}{4\pi Eh}\int_b^c\left(\frac{1}{t-x}+\frac{1}{t+x}\right)\tau^{(1)}(t)dt+$$

$$+\frac{(1+\nu)^2}{2\pi Eh}\int_b^c\frac{\eta\left(\eta^2-x^2\right)}{\left(\eta^2+x^2\right)^2}\tau^{(2)}(\eta)d\eta+\frac{P}{E}-\frac{\nu q}{E}$$

$$\left.\frac{\partial v^{(2)}(x,y)}{\partial y}\right|_{x=0}=-\frac{(3-\nu)(1+\nu)}{4\pi Eh}\int_0^a\left(\frac{1}{\eta-y}+\frac{1}{\eta+y}\right)\tau^{(2)}(\eta)d\eta+$$

$$+\frac{(1+\nu)^2}{2\pi Eh}\int_0^a\frac{t\left(t^2-y^2\right)}{\left(t^2+y^2\right)^2}\tau^{(1)}(t)dt-\frac{(3-\nu)(1+\nu)}{4\pi Eh}\int_b^c\left(\frac{1}{\eta-y}+\frac{1}{\eta+y}\right)\tau^{(2)}(\eta)d\eta+$$

$$+\frac{(1+\nu)^2}{2\pi Eh}\int_b^c\frac{t\left(t^2-y^2\right)}{\left(t^2+y^2\right)^2}\tau^{(1)}(t)dt+\frac{q}{E}-\frac{\nu P}{E}\qquad(0<x,y<\infty)$$

где $u^{(2)}(x,y)$, $v^{(2)}(x,y)$ - горизонтальные и вертикальные перемещения точек пластины, соответственно, ν - коэффициент Пуассона, E - модуль упругости пластины. Далее, имея в виду условия контакта

$$\frac{du^{(1)}(x)}{dx}=\frac{du^{(2)}(x,0)}{dx}\quad(0<x<a),\qquad\frac{du^{(1)}(x)}{dx}=\frac{du^{(2)}(x,0)}{dx}\quad(b<x<c)$$

$$\frac{dv^{(1)}(y)}{dy}=\frac{dv^{(2)}(0,y)}{dy}\quad(0<y<a),\qquad\frac{dv^{(1)}(y)}{dy}=\frac{dv^{(2)}(0,y)}{dy}\quad(b<y<c)$$

и после некоторых преобразований получим следующую систему сингулярных интегральных уравнений с неподвижной особенностью в нуле:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^1\left(\frac{1}{t-x}+\frac{1}{t+x}\right)\tau^{(1)}(at)dt-\frac{2A}{\pi}\int_0^1\frac{\eta\left(\eta^2-x^2\right)}{\left(\eta^2+x^2\right)^2}\tau^{(2)}(a\eta)d\eta+$$

$$+\lambda_1\int_0^1\theta(t-x)\tau^{(1)}(at)dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^1K_{11}(x,t)\psi^{(1)}(t)dt-\tag{1}$$

$$-\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^1K_{12}(x,\eta)\psi^{(2)}(\eta)d\eta=-R_1\qquad(0<x<1)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\psi^{(1)}(t)}{t-x}dt+\lambda_{*}^{(1)}\int_{x}^{1}\psi^{(1)}tdt-\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{13}(x,\eta)\psi^{(2)}(\eta)d\eta+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{0}^{1}K_{14}(x,t)\tau^{(1)}(at)dt-\frac{2A}{\pi}\int_{0}^{1}K_{15}(x,\eta)\tau^{(2)}(a\eta)d\eta+ \tag{2}$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{16}(x,t)\psi^{(1)}(t)dt=-R_1 \qquad (-1<x<1)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{0}^{1}\left(\frac{1}{\eta-y}+\frac{1}{\eta+y}\right)\tau^{(2)}(a\eta)d\eta-\frac{2A}{\pi}\int_{0}^{1}\frac{t\left(t^2-y^2\right)}{\left(\eta^2+y^2\right)^2}\tau^{(1)}(at)dt-$$

$$-\lambda_1\int_{0}^{1}\theta(\eta-y)\tau^{(2)}(a\eta)d\eta+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{11}(y,\eta)\psi^{(2)}(\eta)d\eta- \tag{3}$$

$$-\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{12}(y,t)\psi^{(1)}(t)dt=-R_2 \qquad (0<y<1)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\psi^{(2)}(\eta)}{\eta-y}d\eta+\lambda_{*}^{(1)}\int_{y}^{1}\psi^{(2)}(\eta)d\eta-\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{13}(y,t)\psi^{(1)}(t)dt+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{0}^{1}K_{14}(y,\eta)\tau^{(2)}(a\eta)d\eta-\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{15}(y,t)\tau^{(1)}(at)dt+ \tag{4}$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{16}(y,\eta)\psi^{(2)}(\eta)d\eta=-R_2 \qquad (-1<y<1)$$

где

$$A=\frac{1+\nu}{3-\nu},\quad \lambda_1=\frac{4Eha}{E_sF_s(3-\nu)(1+\nu)},\quad \lambda_{*}^{(1)}=\frac{2Eh(c-b)}{E_sF_s(3-\nu)(1+\nu)}$$

$$R_1=\frac{4h}{(3-\nu)(1+\nu)}(\nu q-p),\quad R_2=\frac{4h}{(3-\nu)(1+\nu)}(\nu p-q),$$

$$\psi^{(1)}(t)=\tau^{(1)}\left(\frac{c-b}{2}t+\frac{c+b}{2}\right),\quad \psi^{(2)}(t)=\tau^{(2)}\left(\frac{c-b}{2}t+\frac{c+b}{2}\right)$$

$$K_{11}(x,t)=\frac{1}{t-j_1x+j_0}+\frac{1}{t+j_1x+j_0},\quad K_{16}(t,x)=\frac{1}{t+2j_0+x}$$

$$K_{12}(x,\eta)=\frac{(\eta+j_0)\left((\eta+j_0)^2-j_1^2x^2\right)}{\left((\eta+j_0)^2+j_1^2x^2\right)^2},\quad K_{13}(x,\eta)=\frac{(\eta+j_0)\left((\eta+j_0)^2-(x+j_0)^2\right)}{\left((\eta+j_0)^2+(x+j_0)^2\right)^2}$$

$$K_{14}(x,t)=\frac{1}{t-j_1^{-1}x-j_2}+\frac{1}{t+j_1^{-1}x+j_2},\quad K_{15}(x,\eta)=\frac{\eta\left(\eta^2-(j_1^{-1}x+j_2)^2\right)}{\left(\eta^2+(j_1^{-1}x+j_2)^2\right)^2}$$

$$j_0=\frac{c+b}{c-b},\quad j_1=\frac{2a}{c-b},\quad j_0=\frac{c+b}{2a}$$

Таким образом, задача свелась к решению системы сингулярных интегральных уравнений с неподвижной особенностью в нуле (1)-(4).

Плоская задача о крутильных колебаниях жесткого крестообразного включения рассмотрена в работе [2].

Решение системы уравнений (1)-(4) построим с помощью метода, изложенной в работах [3], [4]. Для этого запишем (1) и (3) в виде

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\left(\frac{1}{t-x}+\frac{1}{t+x}\right)\tau_-^{(1)}(at)dt-\frac{2A}{\pi}\int_0^\infty\frac{\eta(\eta^2-x^2)}{(\eta^2+x^2)^2}\tau_-^{(2)}(a\eta)d\eta+$$
$$+\theta(1-x)\lambda_1\int_0^\infty\theta(t-x)\tau_-^{(1)}(at)dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^1K_{11}^-(x,t)\psi^{(1)}(t)dt- \tag{5}$$
$$-\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^1K_{12}^-(x,\eta)\psi^{(2)}(\eta)d\eta=-R_1\theta(1-x)+g_+^{(1)}(ax)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\left(\frac{1}{\eta-y}+\frac{1}{\eta+y}\right)\tau_-^{(2)}(a\eta)d\eta-\frac{2A}{\pi}\int_0^\infty\frac{t(t^2-y^2)}{(t^2+y^2)^2}\tau_-^{(1)}(at)dt+$$
$$+\theta(1-y)\lambda_1\int_0^\infty\theta(\eta-y)\tau_-^{(2)}(a\eta)d\eta+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^1K_{11}^-(y,\eta)\psi^{(2)}(\eta)d\eta- \tag{6}$$
$$-\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^1K_{12}^-(y,t)\psi^{(1)}(t)dt=-R_2\theta(1-y)+g_+^{(2)}(ay)$$

где

$$K_{11}^-(x,t)=\theta(1-x)K_{11}(x,t),\quad K_{12}^-(x,t)=\theta(1-x)K_{12}(x,t)$$

$$\tau_-^{(1)}(ax)=\theta(1-x)\tau^{(1)}(ax),\quad \tau_-^{(2)}(ay)=\theta(1-y)\tau^{(2)}(ay)$$

$$g_{+}^{(2)}(ay)=\left[\frac{4Eh}{(3-\nu)(1+\nu)}\left(\frac{q}{E}-\frac{\nu p}{E}-\frac{\partial v^{(2)}(0,y)}{\partial y}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{11}(y,\eta)\psi^{(2)}(\eta)\,d\eta+\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{12}(y,t)\psi^{(1)}(t)dt\right]\theta(y-1)$$

$$g_{+}^{(1)}(ax)=\left[\frac{4Eh}{(3-\nu)(1+\nu)}\left(\frac{p}{E}-\frac{\nu q}{E}-\frac{\partial u^{(2)}(x,0)}{\partial x}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{11}(x,t)\psi^{(1)}(t)\,dt+\frac{2A}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{12}(x,t)\psi^{(2)}(t)dt\right]\theta(x-1)$$

Далее, попарно слагая и вычитая уравнения (5) и (6), (2) и (4), получим

$$\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left(\frac{1}{t-z}+\frac{1}{t+z}\right)\varphi_{-}^{(1)}(at)dt-\frac{2A}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{t(t^2-z^2)}{(t^2+z^2)^2}\varphi_{-}^{(1)}(at)dt+$$

$$+\theta(1-z)\lambda_1\int_{0}^{\infty}\theta(t-z)\varphi_{-}^{(1)}(at)dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{22}^{-}(z,t)\psi(t)dt= \tag{7}$$

$$=Q_1\theta(1-z)+g_{+}^{(1)}(az)+g_{+}^{(2)}(az),\qquad (0<z<\infty)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\psi(t)}{t-z}dt+\lambda_{*}^{(1)}\int_{z}^{1}\psi(t)dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{44}(z,t)\psi(t)dt+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{0}^{1}K_{33}(z,t)\varphi^{(1)}(at)dt=Q_1,\qquad (-1<z<1) \tag{8}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left(\frac{1}{t-z}+\frac{1}{t+z}\right)\varphi_{-}^{(2)}(at)dt-\frac{2A}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{t(t^2-z^2)}{(t^2+z^2)^2}\varphi_{-}^{(2)}(at)dt+$$

$$+\theta(1-z)\lambda_1\int_{0}^{\infty}\theta(t-z)\varphi_{-}^{(2)}(at)dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{22}^{-}(z,t)\psi_{*}(t)dt= \tag{9}$$

$$=Q_2\theta(1-z)+g_{+}^{(1)}(az)+g_{+}^{(2)}(az),\qquad (0<z<\infty)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\psi_{*}(t)}{t-z}dt+\lambda_{*}^{(1)}\int_{z}^{1}\psi_{*}(t)dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{44}(z,t)\psi_{*}(t)dt+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{0}^{1}K_{33}(z,t)\varphi^{(2)}(t)dt=Q_2,\qquad (-1<z<1) \tag{10}$$

где

$$\varphi_-^{(1)}(at)=\tau_-^{(1)}(at)+\tau_-^{(2)}(at),\quad \varphi_-^{(2)}(at)=\tau_-^{(1)}(at)-\tau_-^{(2)}(at)$$

$$\psi(t)=\psi^{(1)}(t)+\psi^{(2)}(t),\quad \psi_*(t)=\psi^{(1)}(t)-\psi^{(2)}(t)$$

$$K_{22}^-(z,t)=K_{11}^-(z,t)-2AK_{12}^-(z,t),\quad Q_1=-R_1-R_2$$

$$K_{33}(z,t)=K_{14}(z,t)-2AK_{15}(z,t),\quad Q_2=R_2-R_1$$

$$K_{44}(z,t)=K_{16}(z,t)-2AK_{13}(z,t),\quad x=y=z$$

Сначала рассмотрим уравнение (7) и (8). Произведя в (7) замену переменных $t=e^u$, $z=e^v$ и после чего применив преобразование Фурье, получим

$$K^{(1)}(\alpha)\overline{\varphi}_-^{(1)}(\alpha)+\frac{\lambda_1}{\alpha}\overline{\varphi}_-^{(1)}(\alpha-i)+\bar{f}_-^{(1)}(\alpha)=\frac{Q_1}{\alpha}+\overline{G}_+^{(1)}(\alpha)\ \ (-1<\operatorname{Im}\alpha<0)\quad (11)$$

где

$$\overline{G}_+^{(1)}(\alpha)=i\left(\overline{g}_+^{(1)}(\alpha)+\overline{g}_+^{(2)}(\alpha)\right),\quad K^{(1)}(\alpha)=\frac{\operatorname{ch}\dfrac{\pi\alpha}{2}+i(\alpha+i)A}{\operatorname{sh}\dfrac{\pi\alpha}{2}}$$

$$\overline{\varphi}_-^{(1)}(\alpha)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_-^{(1)}(ae^u)\exp(i\alpha u)du,\quad \overline{G}_+^{(1)}(\alpha)=\int_{-\infty}^{\infty}G_+^{(1)}(ae^u)\exp(i\alpha u)du$$

$$\bar{f}_-^{(1)}(\alpha)=-\frac{1}{\pi i}\int_{-1}^{1}\overline{K}_{22}^-(\alpha,t)\psi(t)dt$$

$$\overline{K}_{22}^-(\alpha,t)=\int_0^1 K_{22}(z,t)z^{i\alpha-1}dz=\sum_{m=0}^{n}(-1)^m\left.\frac{\partial^m K_{22}(z,t)}{\partial z^m}\right|_{z=1}\frac{\Gamma(i\alpha)}{\Gamma(i\alpha+m+1)}-$$
$$-\frac{(-1)^n\Gamma(i\alpha)}{\Gamma(i\alpha+n+1)}\int_0^1\frac{\partial^{n+1}K_{22}(z,t)}{\partial z^{n+1}}z^{i\alpha+n}dz\qquad(\operatorname{Im}\alpha<0)\quad (12)$$

Поступая аналогичным образом, как в работе [5], для $\overline{\varphi}_-^{(1)}(\alpha)$ получим:

$$\overline{\varphi}_-^{(1)}(\alpha)+\frac{\lambda_1\overline{\Phi}_-^{(1)}(\alpha)}{\alpha K_-^{(1)}(\alpha)}+\frac{\overline{F}_-^{(1)}(\alpha)}{\alpha K_-^{(1)}(\alpha)}=\frac{Q_1}{\alpha K_+^{(1)}(0)K_-^{(1)}(\alpha)}-\frac{\lambda_1\overline{\Phi}_+^{(1)}(0)+\overline{F}_+^{(1)}(0)}{\alpha K_-^{(1)}(\alpha)}\quad (13)$$

где

$$\overline{\Phi}_-^{(1)}(\alpha)=\int_{-\infty}^{0}\Phi^{(1)}(u)e^{i\alpha u}du,\quad \overline{\Phi}_+^{(1)}(\alpha)=\int_{0}^{\infty}\Phi^{(1)}(u)e^{i\alpha u}du$$

$$\Phi^{(1)}(u)=\frac{1}{2\pi}\int_{2\tau-\infty}^{2\tau+\infty}\overline{\Phi}^{(1)}(\alpha)e^{-i\alpha u}d\alpha\quad(-1<\tau<0),$$

$$\overline{\Phi}^{(1)}(\alpha)=\frac{\overline{\varphi}_-^{(1)}(\alpha-i)}{K_+^{(1)}(\alpha)}=\overline{\Phi}_+^{(1)}(\alpha)+\overline{\Phi}_-^{(1)}(\alpha)$$

$$\overline{F}^{(1)}(\alpha)=\frac{\alpha\bar{f}_-^{(1)}(\alpha)}{K_+^{(1)}(\alpha)}=\overline{F}_+(\alpha)-\overline{F}_-(\alpha),\quad \overline{F}_+^{(1)}(\alpha)=\int_{0}^{\infty}F^{(1)}(u)e^{i\alpha u}du$$

$$\overline{F}_-^{(1)}(\alpha)=\int_{-\infty}^{0}F^{(1)}(u)e^{i\alpha u}du,\quad F^{(1)}(u)=\frac{1}{2\pi}\int_{i\tau-\infty}^{i\tau+\infty}\overline{F}^{(1)}(\alpha)e^{-i\alpha u}d\alpha$$

$$K_+^{(1)}(\alpha)=\overline{M}_+(\alpha)\overline{L}_+(\alpha),\quad K_-^{(1)}(\alpha)=\overline{M}_-(\alpha)\overline{L}_-(\alpha)$$

$$\overline{L}_+(\alpha)=\int_{0}^{+\infty}L(u)e^{i\alpha u}du,\quad \overline{L}_-(\alpha)=\int_{-\infty}^{0}L(u)e^{i\alpha u}du$$

$$L(u)=\frac{1}{2\pi}\int_{i\tau-\infty}^{i\tau+\infty}\ln\left(1+\frac{i(\alpha+i)A}{\operatorname{ch}\dfrac{\pi\alpha}{2}}\right)e^{-i\alpha u}d\alpha\qquad(-1<\tau<0)$$

$$\overline{M}_+(\alpha)=\sqrt{2}\,\frac{\Gamma\left(1-\dfrac{i\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{i\alpha}{2}\right)},\quad \overline{M}_-(\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{\alpha}\,\frac{\Gamma\left(1+\dfrac{i\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{i\alpha}{2}\right)}$$

Аналитическое продолжение функции $\overline{F}_-^{(1)}(\alpha)$, как следует из (12), может иметь полюса, только в точках $\alpha=in$ $(n=0,1,2\ldots)$, притом простые. Причем

$$\operatorname*{Res}_{\alpha=in}\overline{K}_{22}^-(\alpha,t)=-\frac{i}{n!}\frac{\partial^n K_{22}(z,t)}{\partial z^n}\bigg|_{z=0}$$

Как показывает вычисление $\operatorname*{Res}_{\alpha=i(2n-1)}\overline{K}_{22}^-(\alpha,t)=0,\ (n=1,2,\ldots)$. Это говорит о том, что полюсами функции $\overline{F}_-^{(1)}(\alpha)$ являются точки $\alpha=i2n$ $(n=1,2\ldots)$. Имея в виду вышесказанное относительно $\overline{F}_-^{(1)}(\alpha)$, нетрудно видеть из (11), что полюсами функции $\overline{\varphi}_{-}^{(1)}(\alpha)$ будут точки $\alpha = \alpha_k + in$, $\alpha = -\overline{\alpha}_k + in$ $(n = 0,1,2\ldots, k = 1,2\ldots)$, притом простые. Здесь α_k и $-\overline{\alpha}_k$ - нули функции $K^{(1)}(\alpha)$, где $\overline{\alpha}_k$ - число, сопряженное с α_k. Причем $0 < \operatorname{Im}\alpha_k < \operatorname{Im}\alpha_{k+1}$, $\operatorname{Re}\alpha_k > 0$. Отметим, что α_1 положительно мнима [6]. Из вышесказанного следует, что функции $\tau^{(1)}(az) + \tau^{(2)}(az)$, $\overline{F}_{-}^{(1)}(\alpha)$ и $\overline{\Phi}_{-}^{(1)}(\alpha)$ имеют следующие представления:

$$\tau^{(1)}(az) + \tau^{(2)}(az) = i\sum_{k=1}^{\infty}\left(\sum_{n=0}^{\infty}(-\lambda_1)^n b_{nk} z^n\right) k^{-\varepsilon} B_k z^{-i\alpha_k} + i\sum_{k=1}^{\infty}\left(\sum_{n=0}^{\infty}(-\lambda_1)^n b_{nk}^{*} z^n\right) k^{-\varepsilon} C_k z^{i\overline{\alpha}_k} \tag{14}$$

$$\overline{\Phi}_{-}^{(1)}(\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\lambda_1)^n\left[K_{+}^{(1)}(\alpha_k + in + i)^{-1} b_{nk}\right]}{\alpha - \alpha_k - in - i}\right] k^{-\varepsilon} B_k + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\lambda_1)^n\left[K_{+}^{(1)}(-\overline{\alpha}_k + in + i)\right]^{-1} b_{nk}^{*}}{\alpha + \overline{\alpha}_k - in - i}\right] k^{-\varepsilon} C_k \tag{15}$$

$$\overline{F}_{-}^{(1)}(\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} I_{\alpha k}\int_{-1}^{1}\frac{1}{j_0 + t}\left(\frac{j_1}{j_0 + t}\right)^{2k}\psi(t)\,dt \tag{16}$$

где

$$\frac{j_1}{j_0 + t} < 1, \quad I_{\alpha k} = \frac{4ik\left[1 - (-1)^k(2k+1)A\right]}{\pi K_{+}^{(1)}(2ik)(\alpha - 2ik)}$$

$$k^{-\varepsilon} B_k = \operatorname*{Res}_{\alpha=\alpha_k}\overline{\varphi}_{-}^{(1)}(\alpha), \quad k^{-\varepsilon} C_k = \operatorname*{Res}_{\alpha=-\alpha_k}\overline{\varphi}_{-}^{(1)}(\alpha), \quad 0 < \varepsilon < \frac{1}{2}$$

$$\operatorname*{Res}_{\alpha=\alpha_k+in}\overline{\varphi}_{-}^{(1)}(\alpha) = -(-\lambda_1)^n b_{nk} k^{-\varepsilon} B_k, \quad \operatorname*{Res}_{\alpha=-\overline{\alpha}_k+in}\overline{\varphi}_{-}^{(1)}(\alpha) = -(-\lambda_1)^n b_{nk}^{*} k^{-\varepsilon} C_k k^{-\varepsilon}$$

$$b_{nk} = \prod_{l=1}^{n}\left[K^{(1)}(\alpha_k + il)(\alpha_k + il)\right]^{-1}$$

$$b_{nk}^{*} = \prod_{l=1}^{n}\left[K^{(1)}(-\overline{\alpha}_k + il)(-\overline{\alpha}_k + il)\right]^{-1}, \quad b_{ok} = b_{ok}^{*} =$$

Так как α_1 положительно мнима, то из (14) можно заключить, что $\tau^{(1)}(0) = \tau^{(2)}(0) = 0$. В (14) допускается, что все α_k комплексные. В случае мнимых α_k в (14) вместо C_k надо положить нуль. Тогда, имея в виду (15), (16), из (13) легко получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений следующего вида:

$$B_m + \frac{\lambda_1 m^\varepsilon K_+^{(1)}(\alpha_m)\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\alpha_m}{2}}{\alpha_m \beta(\alpha_m)} \sum_{k=1}^{\infty}\left(H_{mk}^{(1)} B_k + H_{mk}^{(2)} C_k\right) +$$
$$+\frac{m^\varepsilon \overline{F}_-^{(1)}(\alpha_m)\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\alpha_m}{2} K_+^{(1)}(\alpha_m)}{\alpha_m \beta(\alpha_m)} = f_m^{(1)}$$
$$C_m + \frac{\lambda_1 m^\varepsilon K_+^{(1)}(-\overline{\alpha}_m)\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\overline{\alpha}_m}{2}}{\overline{\alpha}_m \beta(-\overline{\alpha}_m)} \sum_{k=1}^{\infty}\left(H_{mk}^{(3)} B_k + H_{mk}^{(4)} C_k\right) + \tag{17}$$
$$+\frac{m^\varepsilon \overline{F}_-^{(1)}(-\overline{\alpha}_m)\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\overline{\alpha}_m}{2} K_+^{(1)}(-\overline{\alpha}_m)}{\overline{\alpha}_m \beta(-\overline{\alpha}_m)} = f_m^{(2)} \qquad (m = 1,2\ldots)$$

где

$$f_m^{(1)} = \frac{Q_1 m^\varepsilon K_+^{(1)}(\alpha_m)\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\alpha_m}{2}}{\alpha_m \beta(\alpha_m) K_+^{(1)}(0)} - \frac{m^\varepsilon K_+^{(1)}(\alpha_m)\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\alpha_m}{2}}{\alpha_m \beta(\alpha_m)}\left(\lambda_1 \overline{\Phi}_+^{(1)}(0) + \overline{F}_+^{(1)}(0)\right)$$

$$f_m^{(2)} = \frac{Q_1 m^\varepsilon K_+^{(1)}(-\overline{\alpha}_m)\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\overline{\alpha}_m}{2}}{\overline{\alpha}_m \beta(-\overline{\alpha}_m) K_+^{(1)}(0)} - \frac{m^\varepsilon K_+^{(1)}(-\overline{\alpha}_m)\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\overline{\alpha}_m}{2}}{\overline{\alpha}_m \beta(-\overline{\alpha}_m)}\left(\lambda_1 \overline{\Phi}_+^{(1)}(0) + \overline{F}_+^{(1)}(0)\right)$$

$$H_{mk}^{(1)} = k^{-\varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda_1)^n \left[K_+^{(1)}(\alpha_k + in + i)\right]^{-1} b_{nk}}{\alpha_m - \alpha_k - in - i}$$

$$H_{mk}^{(2)} = k^{-\varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda_1)^n \left[K_+^{(1)}(-\overline{\alpha}_k + in + i)\right]^{-1} b_{nk}^{*}}{\alpha_m + \overline{\alpha}_k - in - i}$$

$$H_{mk}^{(3)} = -k^{-\varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda_1)^n \left[K_+^{(1)}(\alpha_k + in + i)\right]^{-1} b_{nk}}{\overline{\alpha}_m + \overline{\alpha}_k + in + i}$$

$$H_{mk}^{(4)} = -k^{-\varepsilon}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\lambda_1)^n\left[K_+^{(1)}(-\overline{\alpha}_k+in+i)\right]^{-1}b_{nk}^{\bullet}}{\overline{\alpha}_m-\overline{\alpha}_k+in+i}$$

$$\beta(\alpha)=\frac{\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{\pi\alpha}{2}+iA \qquad (m=1,2\ldots)$$

Имея в виду условие (a), функцию $\psi(t)$ ищем в виде [4], [7]

$$\psi(z)=\frac{1}{\sqrt{1-z^2}}\sum_{n=1}^{\infty}A_nT_n(z)$$

где $T_n(z)=\cos(n\arccos z)$ - многочлены Чебышева первого рода.

Подставив эту функцию в выражения $\overline{F}_-^{(1)}(\alpha_m)$, $\overline{F}_-^{(1)}(-\overline{\alpha}_m)$ и в (8) и поступая обычным образом, получим

$$A_m+\sum_{n=1}^{\infty}A_nE_{mn}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(E_{mn}^{(1)}B_n+E_{mn}^{(2)}C_n\right)=Q_1\delta_{1m} \tag{18}$$

$$\begin{gathered}B_m+\frac{\lambda_1 m^{\varepsilon}K_+^{(1)}(\alpha_m)\operatorname{sh}\frac{\pi\alpha_m}{2}}{\alpha_m\beta(\alpha_m)}\sum_{k=1}^{\infty}\left(H_{mk}^{(1)}B_k+H_{mk}^{(2)}C_k\right)+\\+\frac{m^{\varepsilon}K_+^{(1)}(\alpha_m)\operatorname{sh}\frac{\pi\alpha_m}{2}}{\alpha_m\beta(\alpha_m)}\sum_{n=1}^{\infty}L_{mn}A_n=f_m^{(1)}\end{gathered} \tag{19}$$

$$\begin{gathered}C_m+\frac{\lambda_1 m^{\varepsilon}K_+^{(1)}(-\overline{\alpha}_m)\operatorname{sh}\frac{\pi\overline{\alpha}_m}{2}}{\overline{\alpha}_m\beta(-\overline{\alpha}_m)}\sum_{k=1}^{\infty}\left(H_{mk}^{(3)}B_k+H_{mk}^{(4)}C_k\right)+\\+\frac{m^{\varepsilon}K_+^{(1)}(-\overline{\alpha}_m)\operatorname{sh}\frac{\pi\overline{\alpha}_m}{2}}{\overline{\alpha}_m\beta(-\overline{\alpha}_m)}\sum_{n=1}^{\infty}\widetilde{L}_{mn}A_n=f_m^{(2)}\end{gathered} \tag{20}$$

где

$$\begin{gathered}L_{mn}=-\frac{1}{2n(n-1)}\sum_{k=1}^{\infty}I_{\alpha_m k}\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{d^2}{dt^2}\left[\frac{1}{j_0+t}\left(\frac{j_1}{j_0+t}\right)^{2k}\right]\sqrt{1-t^2}\,U_{n-1}(t)dt-\\-\frac{1}{n(n+1)}\sum_{k=1}^{\infty}I_{\alpha_m k}\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{d^2}{dt^2}\left[\frac{1}{j_0+t}\left(\frac{j_1}{j_0+t}\right)^{2k}\right]\sqrt{1-t^2}\,U_{n+1}(t)dt\end{gathered}$$

$$E_{mn}=\frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}\left(\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{K_{44}(z,t)T_n(t)}{\sqrt{1-t^2}}dt+\int_{-1}^{1}\frac{\lambda_*^{(1)}T_n(t)}{\sqrt{1-t^2}}dt\right)\sqrt{1-z^2}U_{m-1}(z)dz$$

$$E_{mn}^{(1)}=\frac{\xi_m}{n^{\varepsilon}\left(1-i\alpha_n\right)}-E_{mn0}^{(1)}+\sum_{k=1}^{\infty}E_{mnk}^{(1)},\quad E_{mn}^{(2)}=\frac{\xi_m}{n^{\varepsilon}\left(1+i\overline{\alpha}_n\right)}-E_{mn0}^{(2)}+\sum_{k=1}^{\infty}E_{mnk}^{(2)}$$

δ_{ek} - символ Кронекера

$$\delta_{ek}=\begin{cases}0, & e\neq k\\ 1, & e=k\end{cases},\quad \xi_m=\frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{33}(1,z)\sqrt{1-z^2}U_{m-1}(z)dz$$

$$E_{mnk}^{(1)}=\frac{\left(-\lambda_1\right)^k b_{nk}}{\pi n^{\varepsilon}}\left[\frac{1}{m-1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}\frac{\partial K_{33}(z,t)}{\partial z}t^{k-i\alpha_n}dt\sqrt{1-z^2}U_{m-2}(z)dz-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{m+1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}\frac{\partial K_{33}(z,t)}{\partial z}t^{k-i\alpha_n}dt\sqrt{1-z^2}U_{m+1}(z)dz\right]$$

$$E_{mn0}^{(1)}=\frac{1}{\pi n^{\varepsilon}\left(1-i\alpha_n\right)}\left[\frac{1}{m-1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}\frac{\partial^2 K_{33}(z,t)}{\partial z\partial t}t^{1-i\alpha_n}dt\sqrt{1-z^2}U_{m-2}(z)dz-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{m+1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}\frac{\partial^2 K_{33}(z,t)}{\partial z\partial t}t^{1-i\alpha_n}dt\sqrt{1-z^2}U_{m+1}(z)dz\right]$$

а выражение для $E_{mn0}^{(2)}$ и $\widetilde{L}_{mn}$ получится из $E_{mn0}^{(1)}$ и L_{mn}, если в них вместо α_n и $I_{\alpha_m k}$ положить - $\overline{\alpha}_n$ и $I_{\overline{\alpha}_m k}$, а $E_{mnk}^{(2)}$, если в $E_{mnk}^{(1)}$ вместо α_n положить $-\overline{\alpha}_n$, а вместо b_{nk} - b_{nk}^{*}. В случае мнимого корня α_j надо положить в (18), (19) $c_n=0$ и не рассматривать (20) при $m=j$.

Квазиполная регулярность совокупности бесконечных систем следует из оценок:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left|E_{mn0}^{(1)}\right|<\frac{c_1}{m},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left|E_{mnk}^{(1)}\right|<\frac{c_2}{m}\quad \text{при}\quad m\to\infty$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left|E_{mn}\right|<\frac{C_3}{\sqrt{m}},\quad \left|\frac{K_+^{(1)}(\alpha_m)\operatorname{sh}\dfrac{\pi\alpha_m}{2}}{\alpha_m\beta(\alpha_m)}\right|<\frac{C_4}{\sqrt{m}}\quad \text{при}\quad m\to\infty$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left|L_{mn}\right|<\infty,\quad \sum_{n=1}^{\infty}\left|H_{mk}^{(1)}\right|<\infty,\quad \xi_m\to 0\quad \text{при}\quad m\to\infty$$

Постоянные $\overline{\Phi}_{+}^{(1)}(0)$, $\overline{F}_{+}^{(1)}(0)$ определяются из системы уравнений

$$\overline{\varphi}_{-}^{(1)}(-i)+\frac{\lambda_1 i\overline{\Phi}_{-}^{(1)}(-i)}{K_{-}^{(1)}(-i)}+\frac{i\overline{F}_{-}^{(1)}(-i)}{K_{-}^{(1)}(-i)}=$$

$$=\frac{Q_1 i}{K_{+}^{(1)}(0)K_{-}^{(1)}(-i)}-\frac{i}{K_{-}^{(1)}(-i)}\left(\lambda_1\overline{\Phi}_{+}^{(1)}(0)+\overline{F}_{+}^{(1)}(0)\right)$$

$$\overline{F}_{+}(0)=-\frac{2(1-A)}{\pi K_{+}^{(1)}(0)}\int_{-1}^{1}\frac{\psi(t)}{t+j_0}dt-\overline{F}_{-}^{(1)}(0)$$

Аналогичным образом можно получить решение уравнения (9) и (10). Тогда, определение $\tau^{(1)}(az)$, $\tau^{(2)}(az)$, $\psi^{(1)}(z)$, $\psi^{(2)}(z)$ очевидно. В частном случае при отсутствии вертикально расположенных стрингеров, задача сводится к решению функционального уравнения

$$\operatorname{cth}\frac{\pi\alpha}{2}\overline{\tau}_{-}(\alpha)+\frac{\lambda_1}{\alpha}\overline{\tau}_{-}(\alpha-i)+\bar{f}_{-}(\alpha)=-\frac{R_1}{\alpha}+i\overline{g}_{+}(\alpha) \qquad (21)$$

и сингулярного интегрального уравнения

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\psi(t)}{t-x}dt+\lambda_{*}^{(1)}\int_{x}^{1}\psi(t)dt+\frac{1}{\pi}\int_{0}^{1}K_{14}(x,t)\tau(\alpha\tau)dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{16}(x,t)\psi(t)dt-R_1 \qquad (22)$$

где

$$\overline{\tau}_{-}(\alpha)=\overline{\tau}_{-}^{(1)}(\alpha),\quad \overline{g}_{+}(\alpha)=\overline{g}_{+}^{(1)}(\alpha),\quad \psi(t)=\psi^{(1)}(t),\quad \bar{f}_{-}(\alpha)=-\frac{1}{\pi i}\int_{-1}^{1}\overline{K}_{11}^{-}(\alpha,t)\psi(t)dt$$

Сначала рассмотрим уравнение (21). Поступая аналогичным образом, как выше, для $\overline{\tau}_{-}(\alpha)$ получим представления

$$\overline{\tau}_{-}(\alpha)+\frac{\lambda_1\overline{\Phi}_{-}(\alpha)}{\alpha\overline{M}_{-}(\alpha)}+\frac{\overline{F}_{-}(\alpha)}{\alpha\overline{M}_{-}(\alpha)}=-\frac{R_1}{\alpha\overline{M}(0)+\overline{M}_{-}(\alpha)}-\frac{\overline{F}_{+}(0)}{\alpha\overline{M}_{-}(\alpha)} \qquad (23)$$

Исходя из аналитических свойств функции $\overline{\tau}_{-}(\alpha)$, убедимся, что функция $\overline{\tau}_{-}(\alpha)$ имеет полюса только в точках $\alpha=i(2n-1)$ $(n=1,2\ldots)$ и притом простые, а полюсами функции $\overline{F}_{-}(\alpha)$ являются точки $\alpha=2in$ $(n=1,2\ldots)$. Из вышесказанного следует, что функция $\tau(ax)$, $\overline{F}_{-}(\alpha)$ и $\overline{\Phi}_{-}(\alpha)$ имеют следующие представления:

$$\tau(ax)=i\sum_{n=1}^{\infty}A_{-1}^{(2n-1)}x^{2n-1}$$

$$\overline{\Phi}_{-}(\alpha)=\frac{\overline{\tau}_{-}(-i)}{\alpha\overline{M}_{+}(0)}-i\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_{-1}^{(2n-1)}}{\overline{M}_{+}(2ni)(\alpha-2ni)2n}$$

$$\overline{F}_{-}(\alpha)=\sum_{k=1}^{\infty}I_{\alpha k}\int_{-1}^{1}\frac{1}{j_0+t}\left(\frac{j_1}{j_0+t}\right)^{2k}\psi(t)dt \tag{24}$$

$$I_{\alpha k}=\frac{4ik}{\pi\overline{M}_{+}(2ik)(\alpha-2ik)}$$

Тогда, имея в виду (24) из (23), получим

$$A_{-1}^{(2m-1)}+\frac{\lambda_1}{2\pi}\overline{M}_{+}(i(2m-1))\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_{-1}^{(2n-1)}}{\overline{M}_{+}(2ni)n\left(n+\frac{1}{2}-m\right)}+$$

$$+\frac{2}{\pi}\frac{\overline{F}_{-}(i(2m-1))\overline{M}_{+}(i(2m-1))}{2m-1}=i\frac{2}{\pi}\frac{\left(R_1+\lambda_1\overline{\tau}_{-}(-i)\right)\overline{M}_{+}(i(2m-1))}{(2m-1)\overline{M}_{+}(0)}+ \tag{25}$$

$$+i\frac{2}{\pi}\frac{\overline{F}_{+}(0)\overline{M}_{+}(i(2m-1))}{2m-1}\qquad (m=1,2\ldots)$$

где

$$A_{-1}^{(2m-1)}=\operatorname*{Res}_{\alpha=i(2m-1)}\overline{\tau}_{-}(\alpha)$$

после замены

$$\frac{A_{-1}^{(2m-1)}}{\overline{M}_{+}(2mi)}=X_m$$

система (25) запишется в виде

$$X_m+\frac{\lambda_1}{2\pi}\beta_m\sum_{n=1}^{\infty}\frac{X_n}{n\left(n+\frac{1}{2}-m\right)}+\frac{2}{\pi}\frac{\overline{F}_{-}(i(2m-1))}{2m-1}\beta_m=$$

$$=i\frac{2}{\pi}\frac{R_1+\lambda_1\overline{\tau}_{-}(-i)}{\overline{M}_{+}(0)(2m-1)}\beta_m+i\frac{2}{\pi}\frac{\overline{F}_{+}(0)}{2m-1}\beta_m$$

где $\beta_m=\dfrac{\Gamma^2\left(m+\frac{1}{2}\right)}{m\Gamma^2(m)}$ и $\beta_m\sim O(1)$ при $m\to\infty$, $\Gamma(z)$ - известная гамма-функция.

Далее, поступая аналогичным образом, как выше, окончательно получим искомую совокупность бесконечных систем линейных уравнений следующего вида:

$$B_m+\sum_{n=1}^{\infty}B_nE_{nm}+\sum_{n=1}^{\infty}E_{nm}^{(1)}X_n=-R\delta_{1m}$$

$$X_m+\frac{\lambda_1}{2\pi}\beta_m\sum_{n=1}^{\infty}\frac{X_n}{n\left(n+\frac{1}{2}-m\right)}+\frac{2\beta_m}{\pi(2m-1)}\sum_{n=1}^{\infty}L_{nm}B_n=$$

$$=i\frac{2}{\pi}\frac{R_1+\lambda_1\tau_1(-i)}{(2m-1)\overline{M}_1(0)}\beta_m+i\frac{2}{\pi}\frac{F_1(0)}{2m-1}\beta_m\qquad(m=1,2,\ldots)$$

где

$$E_{nm}=\frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}\left(\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{K_{14}(x,t)T_n(t)}{\sqrt{1-t^2}}dt+\int_{-1}^{1}\frac{X_n^{(1)}T_n(t)}{\sqrt{1-t^2}}dt\right)\sqrt{1-x^2}U_{m-1}(x)dx$$

$$E_{nm}^{(1)}=\frac{\overline{M}_1(2m)}{\pi}\left[\frac{1}{m-1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\frac{\partial K_{14}(x,t)}{\partial x}t^{2m-1}dt\sqrt{1-x^2}U_{m-2}(x)dx-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{m+1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\frac{\partial K_{14}(x,t)}{\partial x}t^{2m-1}dt\sqrt{1-x^2}U_{m}(x)dx\right]$$

$$L_{nm}=-\frac{1}{2n(n-1)}\sum_{k=1}^{\infty}l_{k(2n-1)k}\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{d^2}{dt^2}\left[\frac{1}{j_0+t}\left(\frac{j_1}{j_0+t}\right)^{2n}\right]\sqrt{1-t^2}U_{m-1}(t)dt-$$

$$-\frac{1}{n(n+1)}\sum_{k=1}^{\infty}l_{k(2n-1)k}\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{d^2}{dt^2}\left[\frac{1}{j_0+t}\left(\frac{j_1}{j_0+t}\right)^{2n}\right]\sqrt{1-t^2}U_{m-1}(t)dt$$

Постоянное $F_1(0)$ определяется из (23), если положить $\alpha=-i$. Квазиполная регулярность системы следует из оценки

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\left|n+\frac{1}{2}-m\right|}=\frac{2}{2m-1}\left(\psi\left(m-\frac{1}{2}\right)+2\psi(m)-2\psi\left(\frac{1}{2}\right)+\gamma\right)\quad(m=2,3,\ldots)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left|E_{nm}\right|<\frac{c_1}{\sqrt{m}},\quad\sum_{n=1}^{\infty}\left|E_{nm}^{(1)}\right|<\frac{c_2}{\sqrt{m}}\ \text{при}\ m\to\infty,\quad\sum_{n=1}^{\infty}\left|L_{nm}\right|<\infty$$

где $\psi(z)$ - функция пси, γ - постоянная Эйлера. Причем $\psi(z)\sim\ln z$ при $|z|\to\infty$, $|\arg z|<\pi$.

Автор благодарит Э.Х.Григоряна за постановку задачи и ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Муки Р., Стернберг Э.* Передача нагрузки от растягиваемого поперечного стержня к полубесконечной упругой пластине. - Тр. Амер. общ. инж.-механиков, 1968, сер. Е, № 4.
2. *Попов В.Г.* Динамические и статические задачи о концентрации упругих напряжений возле пересекающихся включений. - В кн.: Смешанные задачи механики деформируемого тела. II Всесоюзн. конф. Тезисы докл. Днепропетровск, с. 78-79.
3. *Григорян Э.Х.* Об одном подходе к решению задачи для упругой полуплоскости, содержащей упругое конечное включение, выходящее на границу полуплоскости. - Межвуз. сб. науч. тр. Механика, Ереван, вып. 6, 1987.
4. *Агабекян П.В., Григорян Э.Х.* Контактная задача для полубесконечной пластины, усиленной двумя конечными стрингерами. - Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1989, т. 42, № 5.
5. *Нобл Б.* Метод Винера-Хопфа. - М.: Изд. иностр. лит., 1962.
6. *Партон В.З., Перлин П.И.* Методы математической теории упругости. - М.: Наука, 1981.
7. *Саркисян В.С.* Контактные задачи для полуплоскостей и полос с упругими накладками. - Ереван: изд. Госуниверситета, 1983.

Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию 6.12.1993