ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 48, № 3, 1995 Механика

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРА ПО ДЕЙСТВУЮЩЕЙ СИЛЕ

Гукасян А.А., Шагинян С.Г.

Ա.Ա.Ղուկասյան, Ս.Գ.Շահինյան

Ըստ ազդող ուժի մանիպուլյատորի շարժման կայունության մասին

Ուսումնասիրվում է եռօղակ էլեկտրամեխանիկական մանիպուլյատորի շարժման կայունությունը, երբ համակարգի վրա վերջավոր ժամանակահատվածում ազդում են գումարային փոքր գրգռող ուժեր: Ցույց է տրված, որ ղեկավարող ֆունկցիան կարելի է ընտրել այնպես, որ մանիպուլյատորի շարժումը լինի կայուն ըստ ազդող ուժի:

A.A.Gukassian, S.G.Shahinian

On Motion Stability of Manipulator According to the Acting Force

Исследуется устойчивость движения трехзвенного электромеханического манипулятора, когда на систему на конечном промежутке времени действуют интегрально малые возмущающие силы. Показано, что коэффициенты управляющей функции можно выбрать так, чтобы движение манипулятора было бы устойчивым по действующей силе.

1. Описание механической системы и уравнения движения манипулятора. Рассматривается трехзвенный манипулятор на подвижном основании (фиг.1). Звенья манипулятора являются абсолютно твердыми телами, соединенными идеальными цилиндрическими шарнирами O_2, O_3. Линейные размеры и массы звеньев обозначим через l_i, m_i $(i = 1,2,3)$. Груз на схвате моделируется как материальная точка с массой m_3'. Массу платформы обозначим через m_0. Для описания движения манипулятора вводится инерциальная $OXYZ$ и неинерциальные $O_iX_iY_iZ_i$ $(i = 1,2,3)$ системы координат. Основание манипулятора может двигаться на плоскости XOY и поворачиваться вокруг оси O_1Z_1. Управление транспортными движениями осуществляется при помощи электромеханических приводов D_x, D_y, D_{φ_i} $(i = 1,2,3)$, каждый из которых содержит линейный электродвигатель постоянного тока с независимым возбуждением и редуктор [1].

Уравнения движения электромеханического манипулятора приводится в виде системы дифференциальных уравнений третьего порядка относительно α_i [2,3]:

$$L_i \alpha_i + R_i \alpha_i + k_i \alpha_i = u_i - L_i \frac{d}{dt}\Phi_i\left(\alpha,\alpha,\alpha\right) - \qquad (1.1)$$
$$-R_i\Phi_i\left(\alpha,\alpha,\alpha\right), \quad \left|u_i\right| \le 1 \quad \left(i = 1,2,\ldots,6\right)$$

где $\Phi_i\left(\alpha,\dot{\alpha},\ddot{\alpha}\right)$- нелинейные члены соответствующих уравнений, которые описывают взаимное влияние различных звеньев манипулятора; $\alpha=\left(x,y,\varphi_0,\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3\right)$; L_i- коэффициенты индуктивности, R_i - электрические сопротивления обмоток роторов электродвигателей приводов; k_i - коэффициенты пропорциональности между электрическим током и усилиями; u_i - электрические напряжения.

Начальные условия уравнений (1.1) имеют вид

$$\alpha_i\left(t_0\right)=\alpha_i^0,\quad \dot{\alpha}_i\left(t_0\right)=\dot{\alpha}_i^0,\quad \ddot{\alpha}_i\left(t_0\right)=\ddot{\alpha}_i^0 \tag{1.2}$$

В (1.2) входят также угловые ускорения. Это связано с тем, что рассматриваемая система не является чисто механической, она содержит также электромеханические компоненты: электродвигатели, обмотки которых имеют ненулевую индуктивность.

Пусть при (1.2), $x_p=x_p(t)$ $\left(x_p=\left(\alpha_p,\dot{\alpha}_p,\ddot{\alpha}_p\right)\right)$ - заданное программное движение манипулятора, а $u_p=u_p[t]$ - программный закон управляющей функции. Однако в большинстве случаев манипулятор, работающий в экстремальных условиях, в силу действия различных внешних сил, программное движение совершать не будет, а будет осуществлять некоторые движения $\tilde{x}=\tilde{x}(t)$ $\left(\tilde{x}=\left(\tilde{\alpha},\dot{\tilde{\alpha}},\ddot{\tilde{\alpha}}\right)\right)$, которые в общем случае не совпадают с заданным программным движением, то есть $\tilde{x}(t)-x_p(t)=\Delta x\neq 0$ $\left(\Delta x=\left(\beta,\dot{\beta},\ddot{\beta}\right)\right)$. Следовательно, возникает необходимость иметь регулятор, подключенный к входу привода, который вырабатывал бы дополнительно к $u_p[t]$ управляющие силы (напряжения) не только как функцию времени, но и как функцию от возмущений (Δx), обеспечивающий устойчивость программного движения.

Регулятор представим в виде

$$u_i=a_i\dot{\beta}_i+b_i\ddot{\beta}_i\quad (i=1,2,\ldots,6) \tag{1.3}$$

С технической точки зрения (1.3) можно реализовать в системе при помощи обратной связи, оснащенными датчиками скоростей и ускорений, которые в каждый момент времени измеряют обобщенные скорости и ускорения звеньев манипулятора.

2. Задача устойчивости движения манипулятора. Составим уравнения динамической ошибки движения манипулятора (уравнения возмущенного движения)

$$L_i\ddot{\beta}_i+R_i\ddot{\beta}_i+k_i\dot{\beta}_i=u_i-L_i\frac{d}{dt}\Phi_i\left(\beta,\dot{\beta},\ddot{\beta}\right)-k_i\Phi_i\left(\beta,\dot{\beta},\ddot{\beta}\right),\ |u_i|\leq 1,\ (i=1,2,\ldots,6) \tag{2.1}$$

Здесь $\Delta x_i=0$ при $u_i=0$ $(i=1,2,\ldots,6)$, то есть при осуществлении программного управления $u_{ip}[t]$ реализуется программное движение $x_p(t)$.

Начальные условия для (2.1) примут вид

$$\beta_i(t_*) = \tilde{\alpha}_i(t_*) - \alpha_i(t_*), \quad \dot{\beta}_i(t_*) = \dot{\tilde{\alpha}}_i(t_*) - \dot{\alpha}_i(t_*)$$
$$\ddot{\beta}_i(t_*) = \ddot{\tilde{\alpha}}_i(t_*) - \ddot{\alpha}_i(t_*), \quad (i = 1,2,\ldots,6) \tag{2.2}$$

где t_* - тот момент времени, когда движение манипулятора выходит из заданного программного движения. Не нарушая общности, можно принимать $t_* = t_0$.

Пусть во время движения манипулятора на механическую систему могут действовать внешние возмущающие интегрально малые силы $\varphi_i(t)$

$$\left\| \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t)\,dt \right\| < c < \infty, \quad \varphi_i(t) \equiv 0 \quad \text{при} \quad t > t_2$$
$$\varphi(t) = (\varphi_1(t), \ldots, \varphi_6(t)), \quad t \in t_1, t_2] \subset [t_0, T] \tag{2.3}$$

(T - момент окончания процесса управления).

В этом случае возникает необходимость исследовать движение манипулятора с точки зрения устойчивости по действующей силе [4], то есть требуется найти усилия (1.3), при которых программное движение манипулятора устойчиво по действующей силе (2.3).

Предполагаем, что возмущенное движение манипулятора удовлетворяет также фазовым ограничениям

$$a_{1i}\beta_i + a_{2i}\dot{\beta}_i + a_{3i}\ddot{\beta}_i = c_i \quad (i = 1,2,\ldots,6) \tag{2.4}$$

то есть движение происходит в параллельных фазовых плоскостях. С математической точки зрения условия (2.4) означают существование шести независимых первых интегралов для системы (2.1).

Пусть взаимное влияние различных звеньев манипулятора мало и в нулевом приближении можно пренебречь [3].

Уравнение (2.1) в нулевом приближении с учетом (1.3) принимает вид

$$\dot{x}_1^{(i)} = x_2^{(i)}, \quad \dot{x}_2^{(i)} = x_3^{(i)}$$
$$\dot{x}_3^{(i)} = \frac{a_i - k_i}{L_i} x_2^{(i)} + \frac{b_i - R_i}{L_i} x_3^{(i)} \tag{2.5}$$

где $x_1^{(i)} = \beta_i$, $x_2^{(i)} = \dot{\beta}_i$, $x_3^{(i)} = \ddot{\beta}_i$ $(i = 1,2,\ldots,6)$

Корни характеристического уравнения соответствующей системы (2.5) являются

$$\lambda_1^{(i)} = 0, \quad \lambda_{2,3}^{(i)} = \left[b_i - R_i \pm \sqrt{(b_i - R_i)^2 - L_i(k_i - a_i)} \right] \Big/ 2L_i \tag{2.6}$$

Если $b_i < R_i$, $a_i \le k_i$, то корни (2.6) удовлетворяют следующим условиям:

$$\lambda_1^{(i)} = 0, \ \operatorname{Re}\lambda_{2,3}^{(i)} < 0 \quad (i = 1,2,\ldots,6)$$

Таким образом, доказано следующее утверждение:

если управляющие функции (напряжения) манипулятора имеют вид

$$u_i = a_i\dot{\beta}_i + b_i\ddot{\beta}_i \quad (i = 1,2,\dots,6)$$

где $a_i \le k_i$, $b_i < R_i$, то движение манипулятора в линейном приближении устойчиво по действующей силе.

В общем случае уравнения (2.1) и условия (2.4) представим в виде

$$\dot{x}^{(i)} = x_2^{(i)}, \quad \dot{x}_2^{(i} = x_3^{(i)}$$

$$\dot{x}_3^{(i)} = -\frac{k_i}{L_i}x_2^{(i)} - \frac{R_i}{L_i}x_3^{(i)} + u_i - \frac{d}{dt}F\left(x_1^{(\,)}, x_2^{(\,)}, x_3^{(\,)}\right) - \frac{R}{L}F\left(x_1^{(\,)}, x_2^{(\,)}, x_3^{(\,)}\right) \tag{2.7}$$

Известно, что если нелинейная система допускает независимые первые интегралы вида (2.4), то существует невырожденная матрица A, такая, что с помощью линейного преобразования $y = Ax$ нелинейную систему можно привести к более простому виду [5]:

$$\dot{y}_1^{(i)} = 0, \quad \dot{y}_2^{(i)} = y_3^{(i)} \tag{2.8}$$

$$\dot{y}_3^{(i)} = -\frac{a_{1i}}{a_{3i}}y_2^{(i)} - \frac{a_{2i}}{a_{3i}}y_3^{(i)} \quad (i = 1,2,\dots,6) \tag{2.9}$$

Здесь в качестве матрицы преобразования A можно взять следующую матрицу:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0\dots & 0 \\ 0 & A_2\dots & 0 \\ 0 & 0\dots & A_6 \end{bmatrix}, \quad \text{где} \quad A_i = \begin{bmatrix} a_{1i} & a_{2i} & a_{3i} \\ 0 & a_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & a_{3i} \end{bmatrix}.$$

$$\det A = \prod_{i=1}^{6} a_{1i}a_{3i}^2 \ne 0, \quad \text{при} \quad a_{1i}a_{3i} \ne 0.$$

Корни характеристического уравнения системы (2.8), (2.9) являются

$$\lambda_1^{(i)} = 0, \quad \lambda_{2,3}^{(i)} = \left[-a_{2i} \pm \sqrt{a_{2i}^2 - 4a_{1i}a_{3i}}\right]\Big/2a_{3i} \quad (i = 1,2,\dots6) \tag{2.10}$$

Если постоянные a_{1i}, a_{2i}, a_{3i} удовлетворяют условиям

$$a_{1i}/a_{3i} > 0, \; a_{2i}/a_{3i} > 0 \quad (i = 1,2,\dots6) \tag{2.11}$$

то корни системы (2.8), (2.9) будут удовлетворять условиям теоремы об устойчивости по действующей силе [4], то есть

$$\lambda_1^{(i)} = 0, \quad \mathrm{Re}\,\lambda_{2,3}^{(i)} < 0 \quad (i = 1,2,\dots,6) \tag{2.12}$$

и корням $\lambda_1^{(i)} = 0$ отвечают простые элементарные делители, так как первые интегралы (2.4) независимы между собой.

Устойчивость по действующей силе движения манипулятора при фазовых ограничениях (2.4) и при условиях (2.11) можно показать также при помощи функции Ляпунова. В качестве функции Ляпунова возьмем функцию

$$=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{6}\left(\frac{a_{1i}^2+a_{1i}a_{3i}+a_{3i}^2}{a_{1i}a_{2i}}y_2^{2(i)}+2\frac{a_{3i}}{a_{1i}}y_2^{(i)}y_3^{(i)}+\frac{\left(a_{3i}+a_{1i}\right)a_{3i}}{a_{1i}a_{2i}}y_3^{2(i)}\right) \quad (2.13)$$

Функция при условии (2.12) является определенно положительная по переменным $y_2^{(i)}, y_3^{(i)}$, равномерно по c_i $\lim_{\|y\|\to\infty} V=\infty$, производная которой по времени в силу системы (2.9) имеет вид:

$$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{(2.9)}=-\sum_{i=1}^{6}\left(y_2^{2(i)}+y_3^{2(i)}\right)$$

$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{(2.9)}$ - определенно отрицательная функция по переменным $y_2^{(i)}, y_3^{(i)}$ равномерно по c_i, то есть тривиальное решение системы (2.9) асимптотически устойчиво в целом [6] равномерно по c_i. Для тривиального решения системы (2.8), (2.9) выполняются все условия теоремы об устойчивости по действующей силе [5]. Следовательно, программное движение манипулятора устойчиво по действующей силе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чиликин М.Г., Ключев В.Н., Сандлер А.С.* Теория автоматизированного электропривода. - М.: Энергия, 1979. 616 с.
2. *Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н.* Синтез оптимального управления транспортными движениями манипуляционных роботов.- Изв. АН СССР, МТТ, 1986, № 4, с.21-29.
3. *Гукасян А.А.* О задаче оптимального управления движением трехзвенного манипулятора на подвижном основании.-ЕГУ, МСНТ "Механика" 1991, вып.8, с.295-305.
4. *Шагинян С.Г.* Об одной задаче теории устойчивости.- Уч. записки ЕГУ, 1986, № 2, с.39-46.
5. *Габриелян М.С., Шагинян С.Г.* О построении функции Ляпунова.- Уч. записки ЕГУ, 1987, № 1, с.39-45.
6. *Барбашин Е.А., Красовский Н.Н.* О существовании функции Ляпунова в случае асимптотической устойчивости в целом.-ПММ, 1954, т.18, вып.3.

Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию 10.08.1992