ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 48, № 4, 1995 Механика

ОБ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СОСТАВНОЙ ПЛОСКОСТИ, ОСЛАБЛЕННОЙ ТРЕЩИНОЙ

Акопян В. Н.

Վ.Ն.Հակոբյան

Ճաքով թուլացված բաղադրյալ հարթության համար մի խառը խնդրի մասին

Աշխատանքում դիտարկվում է երկու տարբեր կիսահարթություններից կազմված և նրանց միացման գծի վրա ճաք պարունակող բաղադրյալ հարթության համար մի խառը եզրային խնդիր, երբ ճաքի մի ափին տրված են լարումները, իսկ մյուս ափին՝ տեղափոխությունները:

Ստացված են խնդրի որոշիչ հավասարումները, երկրորդ սեռի սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների տեսքով, և կառուցված են նրանց փակ լուծումները:

V.N.Hakopian

On One Mixed Problem for Composite Plate, Weakened by a Krack

Рассматривается задача о напряженном состоянии составной упругой плоскости, ослабленной трещиной, на одном берегу которой заданы компоненты напряжения, а на другом - компоненты перемещения.

Выведена разрешающая система уравнений, описывающая поставленную задачу, в виде системы двух сингулярных интегральных уравнений второго рода и построено ее замкнутое решение.

Много работ посвящено исследованию напряженно-деформированного состояния упругого тола, когда на него одновременно действуют концентраторы напряжения различного рода. Из этих работ наиболее тесно связаны с нижеизложенной задачей [1-6]. Особо отметим работу Д.И.Шермана [1], в которой построено замкнутое решение задачи для однородной плоскости с трещинами, один берег которых жестко защемлен, а также работу Г.П.Черепанова [2], где построено замкнутое решение той же задачи, когда на произвольных участках обоих берегов трещины заданы перемещения или напряжения.

1. Пусть упругая составная плоскость, состоящая из двух полуплоскостей с различными модулями сдвигов μ_1, μ_2 и коэффициентами Пуассона ν_1, ν_2 на линии стыка полуплоскостей ослаблена трещиной (щелью) длины $2a$, на верхнем берегу которой заданы компоненты напряжения $\sigma_1(x)-i\tau_1(x)$, а на нижнем берегу заданы компоненты перемещения $u_2(x)+i\,v_2(x)$ и главный вектор действующих там напряжений $\sigma_2-i\tau_2$.

Если все величины, описывающие напряженное состояние верхней и нижней полуплоскостей, снабдить верхними индексами 1 и 2, то поставленную задачу математически можно сформулировать л виде следующей граничной задачи:

$$\begin{aligned}
&\sigma_y^{(1)}(x,0)-i\tau_{xy}^{(1)}(x,0)=\sigma_y^{(2)}(x,0)-i\tau_{xy}^{(2)}(x,0) \\
&u^{(1)}(x,0)+i\,\mathrm{v}^{(1)}(x,0)=u^{(2)}(x,0)+i\,\mathrm{v}^{(2)}(x,0) \qquad |x|>a \\
&\sigma_y^{(1)}(x,0)-i\tau_{xy}^{(1)}(x,0)=\sigma_1(x)-i\tau_1(x) \\
&u^{(2)}(x,0)+i\,\mathrm{v}^{(2)}(x,0)=u_2(x)+i\,\mathrm{v}_2(x) \qquad\qquad |x|<a
\end{aligned} \tag{1.1}$$

для компонентов перемещений $u^{(j)}$, $\mathrm{v}^{(j)}(j=1,2)$, удовлетворяющих уравнениям Ламэ в соответствующих полуплоскостях, и компонентов напряжений $\sigma_y^{(j)}$, $\tau_{xy}^{(j)}(j=1,2)$, связанных с перемещениями, известными соотношениями [7].

Чтобы построить решение этой, смешанной граничной задачи, решения уравнений Ламэ для верхней и нижней полуплоскостей представим в виде:

$$\begin{aligned}
&u^{(j)}(x,y)+i\,\mathrm{v}^{(j)}(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[B_j(\lambda)+\frac{\alpha_j y\left((-1)^j|\lambda|-1\right)}{2+\alpha_j}\overline{B}_j(\lambda)\right]\times \\
&\times e^{-i\lambda x+(-1)^j|\lambda|y}d\lambda \qquad (j=1,2)
\end{aligned} \tag{1.2}$$

где $B_j(\lambda)$ - неизвестные коэффициенты, подлежащие определению, а $\alpha_j=1/(1-2\nu_j)$ $(j=1,2)$.

Введем функции $\chi(x)$ и (x) по формулам

$$\begin{aligned}
&\left[\sigma_y^{(1)}(x,0)-i\tau_{xy}^{(1)}(x,0)\right]-\left[\sigma_y^{(2)}(x,0)-i\tau_{xy}^{(2)}(x,0)\right]=\chi(x) \\
&\left[u^{(1)}(x,0)+i\,\mathrm{v}^{(1)}(x,0)\right]-\left[u^{(2)}(x,0)+i\,\mathrm{v}^{(2)}(x,0)\right]=W(x)/\vartheta_2^2 \qquad |x|<a
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Тогда, используя связь между компонентами перемещений и напряжений и удовлетворяя условиям (1.1), после несложных преобразований для определения функций $\mathrm{X}(x)$ и (x) получим следующую систему сингулярных интегральных уравнений второго рода:

$$\begin{aligned}
&W'(x)+\frac{ia_1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{W'(s)}{s-x}ds+\frac{ia_2}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{\chi(s)}{s-x}ds=F_1(x) \\
&\mathrm{X}(x)-\frac{ib_1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{W'(s)}{s-x}ds+\frac{ib_2}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{\chi(s)}{s-x}ds=F_2(x) \qquad |x|<a
\end{aligned} \tag{1.4}$$

При этом решения этой системы должна удовлетворять условиям равновесия и ограниченности скачка перемещений в точках $\pm a$, т.е. условиям

$$\int_{-a}^{a}\chi(x)dx = T_0; \qquad W(\pm a)=0$$

$$\sigma(x)-i\tau(x)=\frac{iT_0}{\pi\Delta(\lambda_1-\lambda_2)(a-x)}\left[A\left|\frac{a+x}{a-x}\right|^{-\gamma_1}-D\left|\frac{a+x}{a-x}\right|^{-\gamma_2}\right] \quad (|x|>a) \tag{1.5}$$

Здесь введены обозначения

$$F_1(x)=\frac{\vartheta_2^2}{\vartheta}\left[\left(\vartheta_1^1-\vartheta_1^2\right)\left(\sigma_1(x)-i\tau_1(x)\right)-\left(\vartheta_2^1\left(\vartheta_2^1+\vartheta_2^2\right)-\vartheta_1^1\left(\vartheta_1^1-\vartheta_1^2\right)\right)\left(u_2(x)+i\,v_2(x)\right)\right]$$

$$F_2(x)=\frac{2}{\vartheta}\Bigg[\left(\vartheta_2^1\left(\vartheta_2^1+\vartheta_2^2\right)-\vartheta_1^1\left(\vartheta_1^1-\vartheta_1^2\right)\right)\frac{\sigma_1(x)-i\tau_1(x)}{2}+\Big(\vartheta_1^2\left(\left(\vartheta_2^1\right)^2-\left(\vartheta_1^1\right)^2\right)-$$

$$-\vartheta_1^1\left(\left(\vartheta_2^2\right)^2-\left(\vartheta_1^2\right)^2\right)\Big)\cdot\left(u_2(x)+i\,v_2(x)\right)\Bigg]$$

$$a_1=\frac{\vartheta_2^1\cdot\vartheta_1^2}{\vartheta}; \quad a_2=\frac{\vartheta_2^1\cdot\vartheta_2^{\,2}}{2\vartheta}; \quad b_1=\frac{2\left[\left(\vartheta_2^1\right)^2-\left(\vartheta_1^1\right)^2\right]}{\vartheta}; \quad b_2=\frac{\vartheta_2^2\cdot\vartheta_1^1}{\vartheta}$$

$$\vartheta=\left(\vartheta_2^1\right)^2-\left(\vartheta_1^1\right)^2+\vartheta_1^1\vartheta_1^2; \quad T_0=\int_{-a}^{a}\left[\sigma_1(x)-i\tau_1(x)\right]dx-\left(\sigma_2-i\tau_2\right)$$

$$\vartheta_1^j=\frac{\mu_j}{2+\alpha_j}; \quad \vartheta_2^j=\frac{\left(1+\alpha_j\right)\mu_j}{2+\alpha_j} \qquad (j=1,2)$$

После решения системы (1.4) контактные напряжения вне трещины можно определить по формуле

$$\sigma_y-i\tau_{xy}=\frac{i}{\pi\Delta}\left\{c_1\int_{-a}^{a}\frac{W'(s)ds}{s-x}+c_2\int_{-a}^{a}\frac{\chi(s)ds}{s-x}\right\} \quad (|x|>a) \tag{1.6}$$

где

$$c_1=-\left\{\vartheta_2^2\left[\left(\vartheta_2^1\right)^2-\left(\vartheta_1^1\right)^2\right]+\vartheta_2^1\left[\left(\vartheta_2^2\right)^2-\left(\vartheta_1^2\right)^2\right]\right\}$$

$$c_2=\vartheta_1^1\left(\vartheta_2^1+\vartheta_2^2\right)-\vartheta_2^1\left(\vartheta_1^1-\vartheta_1^2\right); \quad \Delta=\left(\vartheta_2^1+\vartheta_2^2\right)^2-\left(\vartheta_1^1-\vartheta_1^2\right)^2$$

2. Приступим к решению системы сингулярных интегральных уравнений (1.4) при условиях (1.5). С этой целью, следуя работам [8,9], умножим первое уравнение (1.4) на $\lambda\neq 0$ и просуммируем со вторым. Получим

$$\chi(x)+\lambda W'(x)+\frac{\lambda a_2+b_2}{\pi}i\int_{-a}^{a}\frac{\left[\chi(s)+\dfrac{\lambda a_1-b_1}{\lambda a_2+b_2}W'(s)\right]}{s-x}ds=\lambda\cdot F_1(x)+F_2(x) \tag{2.1}$$

Далее, потребуем, чтобы имело место равенство

$$\frac{\lambda a_1 - b_1}{\lambda a_2 + b_2} = \lambda$$

то есть чтобы λ был корнем квадратного уравнения

$$a_2\lambda^2 - (a_1 - b_2)\lambda + b_1 = 0 \tag{2.2}$$

дискриминант которого можно представить в виде:

$$D = \frac{4\mu\left[\mu(\nu_1-\nu_2)^2 - 4(1-\nu_1)(1-\nu_2)(3-4\nu_2)\right]}{\left[\mu(1-2\nu_1)(1-2\nu_2)+2(1-2\nu_2)\right]^2}, \quad (\mu = \mu_2/\mu_1)$$

Отсюда ясно, что при $\mu = 4(1-\nu_1)(1-\nu_2)(3-4\nu_2)/(\nu_1-\nu_2)^2$ уравнение (2.2) имеет действительный двухкратный корень, в остальных же случаях оно имеет или два различных действительных или комплексно-сопряженные корни. В табл.1, для различных значений коэффициентов Пуассона, приведены некоторые численные значения параметра μ, при котором $D = 0$.

Таблица 1

ν_1 \ ν_2	0,1	0,2	0,3	0,4
0,1		633,6	113,4	33,6
0,2	748,8		403,2	67,2
0,3	163,8	492,8		233,2
0,4	62,4	105,6	302,4	

Рассмотрим эти два возможных случая:

а) Пусть уравнение (2.2) имеет два различных корня

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_1 - b_2 \pm \sqrt{(a_1-b_2)^2 - 4a_2b_1}}{2a_2}$$

Тогда, приняв в (2.1) поочередно $\lambda = \lambda_1$ и $\lambda = \lambda_2$, придем к следующим двум независимым друг от друга сингулярным интегральным уравнениям второго рода

$$\varphi_j(x) + \frac{iq_j}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{\varphi_j(s)}{s-x}ds = Q_j(x) \tag{2.3}$$

$$\left(-a < x < a; \quad j = 1{,}2\right)$$

где

$$\varphi_j(x) = \chi(x) + \lambda_j W'(x); \quad Q_j(x) = F_2(x) + \lambda_j F_1(x)$$

$$q_j = \frac{a_1 + b_2 - (-1)^j \sqrt{\left(a_1 - b_2\right)^2 - 4b_1 a_2}}{2}; \quad (j = 1{,}2)$$

Решения уравнений (2.3) даются формулами [7]

$$\varphi_j(x) = \frac{1}{1 - q_j^2}\left\{Q_j(x) + \frac{q_j \omega_j(x)}{\pi i}\int_{-a}^{a}\frac{Q_j(s)ds}{\omega_j(s)(s - x)} + d_j \omega_j(x)\right\} \qquad (2.4)$$

$$\left(-a < x < a; \quad j = 1{,}2\right)$$

Здесь

$$\omega_j(x) = (x + a)^{-\gamma_j}(a - x)^{\gamma_j - 1}; \quad \gamma_j = \frac{1}{2\pi i}\ln\left|g_j\right| + \frac{\vartheta_j}{2\pi}$$

$$g_j = \frac{1 + q_j}{1 - q_j}; \quad 0 < \vartheta_j = \arg\left(g_j\right) < 2\pi,$$

а $d_j \ (j = 1{,}2)$ - постоянные, подлежащие определению. Отметим, что при действительных корнях уравнения (2.2) легко доказать отрицательность g_j $(j = 1{,}2)$, вследствие чего $_j = \pi \ (j = 1{,}2)$ и $\gamma_j = \frac{1}{2} - i\beta_j \ \left(\beta_j = \frac{1}{2\pi}\ln\left|g_j\right|\right)$. При комплексных же корнях уравнения (2.2) $\vartheta_1 = \overline{\vartheta}_2$, $\vartheta_2 = 2\pi - \vartheta_1$, откуда $\gamma_1 = \alpha - i\beta$, $\gamma_2 = 1 - \alpha - i\beta\left(\alpha = \vartheta_1 / 2\pi, \ \beta = \frac{1}{2\pi}\ln\left|g_1\right|\right)$. Тогда искомые функции - скачок напряжений, действующих на берегах трещиины, $\chi(x)$ и производная раскрытия трещиины $W'(x)$, определятся через функции $\varphi_j(x) \ \left(j = 1{,}2\right)$ по формулам

$$\chi(x) = \frac{\varphi_1(x) - \varphi_2(x)}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad W'(x) = \frac{\lambda_2\varphi_1(x) - \lambda_1\varphi_2(x)}{\lambda_2 - \lambda_1} \qquad (2.5)$$

а входящие в выражения $\varphi_1(x)$ постоянные $d_j \ (j = 1{,}2)$ определятся из условий (1.5). После чего, используя формулу (1.6), можно найти и контактные напряжения, действующие вне трещины.

Для иллюстрации рассмотрим случай, когда верхний берег трещины свободен от напряжений, т.е. $\sigma_1(x) - i\tau_1(x) = 0$, а на нижний берег действует штамп с прямолинейным основанием $\left(u_2 = 0, \ v_2 = \text{const}\right)$. Легко заметить, что в этом случае $Q_j(x) \equiv 0$ и функции $\varphi_j(x)$ $(j = 1,2)$ даются формулами:

$$\varphi_j(x) = A_j \omega_j(x) \quad \left(A_j = \frac{d_j}{1 - q_j^2};\ j = 1,2 \right) \tag{2.6}$$

Из (2.5) найдем

$$\begin{gathered} \chi(x) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left[A_1 \omega_1(x) - A_2 \omega_2(x) \right] \\ '(x) = -\frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left[\lambda_2 A_1 \omega_1(x) - \lambda_1 A_2 \omega_2(x) \right] \quad (|x| < a) \\ (x) = -\frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_{-a}^{x} \left[\lambda_2 A_1 \omega_1(x) - \lambda_1 A_2 \omega_2(x) \right] dx + c_0 \end{gathered} \tag{2.7}$$

Учитывая, что [10]

$$\int_{-a}^{a} (x + a)^{-\gamma} (a - x)^{\gamma - 1} dx = \frac{\pi}{\sin \pi\gamma}$$

и удовлетворяя условиям (1.5), получим $c_0 \equiv 0$,

$$A_j = \frac{\lambda_j \sin \pi\gamma_j}{\pi} T_0 \qquad (j = 1,2) \tag{2.8}$$

Следовательно,

$$\chi(x) = \frac{T_0}{\pi(\lambda_1 - \lambda_2)}\left[\lambda_1 \sin(\pi\gamma_1)\omega_1(x) - \lambda_2 \sin(\pi\gamma_2)\omega_2(x) \right] \tag{2.9}$$

$$\begin{gathered} (x) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 T_0}{\pi(\lambda_2 - \lambda_1)}\left[\sin(\pi\gamma_1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k + \gamma_1} \left(\frac{a - x}{a + x} \right)^{k + \gamma_1} - \right. \\ \left. - \sin(\pi\gamma_2) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k + \gamma_2} \left(\frac{a - x}{a + x} \right)^{k + \gamma_2} \right] \quad (-a < x < a) \end{gathered} \tag{2.10}$$

При выводе формулы (2.10) была использована формула

$$\int_{-a}^{x} (x + a)^{-\gamma} (a - x)^{\gamma - 1} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k + \gamma} \left(\frac{a - x}{a + x} \right)^{k + \gamma} \quad (|x| < a)$$

Подставляя полученные выражения для функций $\chi(x)$ и $W'(x)$ в (1.6) и учитывая, что [10]

$$\int_{-a}^{a}\frac{(s+a)^{-\gamma}(a-s)^{\gamma-1}}{s-x}dx=\frac{\pi}{(a-x)\sin\pi(1-\gamma)}\left|\frac{a+x}{a-x}\right|^{-\gamma}\quad(|x|>a)$$

для контактных напряжений вне трещины получим формулу

$$\sigma(x)-i\tau(x)=\frac{iT_0}{\pi\Delta(\lambda_1-\lambda_2)(a-x)}\left[A\left|\frac{a+x}{a-x}\right|^{-\gamma_1}-D\left|\frac{a+x}{a-x}\right|^{-\gamma_2}\right]\ (|x|>a)\quad(2.11)$$

где

$$A=\lambda_1(c_2-\lambda_2\cdot c_1);\quad D=\lambda_2(c_2-\lambda_1c_1)$$

б) Теперь рассмотрим случай, когда уравнение (2.2) имеет два одинаковых корня

$$\lambda_1=\lambda_2=\frac{a_1-b_2}{2a_2}$$

Тогда, приняв в (2.1) $\lambda=\lambda_1$, получим только одно сингулярное интегральное ураваение для определения функции $\varphi_1(x)=\chi(x)+\lambda_1W'(x)$, аналогичное первому уравнению (2.3), где на этот раз $q_1=\dfrac{a_1+b_1}{2}>1$. Решение последнего имеет вид (2.4). При этом

$$\gamma_1=\frac{1}{2}-i\beta,\quad\beta=\frac{1}{2\pi}\ln|g_1|;\quad g_1=(1+q_1)/(1-q_1).$$

Далее, определив функцию $\chi(x)$ через функции $\varphi_1(x)$ и $W'(x)$, подставляя ее значение в первое из уравнений (1.4) и учитывая, что

$$\frac{i}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{\varphi_1(s)ds}{s-x}=\frac{1}{q_1}\left[Q_1(x)-\varphi_1(x)\right]$$

для определения функции $W'(x)$ получаю точно такое же сингулярное интегральное уравнение, что и для $\varphi_1(x)$, с той лишь разницей, что правая часть этого уравнения будет следующей:

$$Q_0(x)=F_1(x)+\frac{a_2}{q_1}\left[\varphi_1(x)-Q_1(x)\right]$$

Построив аналогичным образом решение этого уравнения, найдем функцию $W'(x)$, после чего и функцию $\chi(x)$ по формуле $\chi(x)=\varphi_1(x)-\lambda_1W'(x)$.

Входящие в найденные функции неизвестные константы и контактные напряжения вне трещины можно найти, удовлетворяя условиям(1.5) и используя формулу (1.6).

Для иллюстрации опять-таки рассмотрим случай плоского штампа, когда верхний берег трещины свободен от нагрузок, то есть когда $F_1(x) = F_2(x) = Q_1(x) \equiv 0$. В этом случае, используя значение интеграла [8]

$$\int_{-a}^{a} \ln\left(\frac{a-x}{a+x}\right)(a+x)^{-\frac{1}{2}+i\beta}(a-x)^{-\frac{1}{2}-i\beta}dx = -i\pi^2 \frac{sh(\pi\beta)}{ch^2(\pi\beta)}.$$

и интегральное соотношение

$$\int_{-a}^{a} \ln\left(\frac{a-s}{a+s}\right)\frac{(a+s)^{-\frac{1}{2}+i\beta}(a-s)^{-\frac{1}{2}-i\beta}}{s-x}ds =$$

$$= \frac{\pi}{(a-x)}\left[\frac{\pi}{\mathrm{ch}^2(\pi\beta)} - i\,\mathrm{th}(\pi\beta)\ln\left|\frac{a-x}{a+x}\right|\right]\left|\frac{a+x}{a-x}\right|^{-\frac{1}{2}+i\beta} \qquad (|x| > a)$$

которое можно вычислить, приведя их к табулированным интегралам при помощи подстановки

$$u = \ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)$$

по указанной процедуре найдем

$$\varphi_1(x) = e_0\omega(x);\ \ \omega(x) = (x+a)^{-\frac{1}{2}+i\beta}(a-x)^{-\frac{1}{2}-i\beta};\ \ Q_0(x) = \frac{a_2}{q_1}\varphi_1(x)$$

$$\chi(x) = -\left[\frac{a_2\lambda_1 e_0}{\pi\cdot i(1-q_1^2)}\ln\left(\frac{a-x}{a+x}\right) + \lambda_1 e_1 - e_0\right]\omega(x)$$

$$'(x) = \left[\frac{a_2 e_0}{\pi i(1-q_1^2)}\ln\left(\frac{a-x}{a+x}\right) + e_1\right]\omega(x);\ \ (|x| < a)$$

$$\sigma(x) - i\tau(x) = \frac{\mathrm{sgn}\,x\left|\frac{x+a}{x-a}\right|^{i\beta}}{\Delta\,\mathrm{ch}(\pi\beta)\sqrt{x^2-a^2}}\left[K_1\ln\left|\frac{x+a}{x-a}\right| + iK_2\right] \qquad (|x| > a)$$

где

$$K_1 = \frac{a_2 e_0(c_1 - \lambda_1 c_2)}{\pi(1-q_1^2)};\ \ K_2 = e_0 c_2 + (c_1 - \lambda_1 c_2)\cdot\left[e_1 + \frac{a_2 e_0\,\mathrm{th}(\pi\beta)}{(1-q_1^2)}\right];$$

$$e_0 = \frac{\mathrm{ch}(\pi\beta)}{\pi}T_0; \qquad e_1 = \frac{a_2\,\mathrm{sh}(\pi\beta)}{\pi(1-q_1^2)}T_0$$

Таким образом, из полученных результатов видно, что если не учитывать осциллирующую часть, то при $\begin{cases} D(\mu) < 0 \\ D(\mu) > 0 \end{cases}$ контактные напряжения в концевых точках трещины имеют особенность степенного типа $x^{-\nu}\left(\frac{1}{2} \le \nu < 1\right)$, а при $D(\mu) = 0$ - особенность типа $x^{-\frac{1}{2}} \ln x$.

Отметим также, что из полученных результатов, в частном случае, легко можмо получить решение задачи Шермана для одной трещины, если принять в них

$\nu_1 = \nu_2 = \nu, \quad \mu_1 = \mu_2 = \mu \quad$ и $\quad u_2(x) = 0, \quad v_2(x) = const.$

$\nu_1 = \nu_2 = \nu, \quad \mu_1 = \mu_2 = \mu \quad$ и $\quad u_2(x) = 0, \quad v_2(x) = const.$

Литература

1. *Штаерман Д. И.* Смешанная задача теории потенциала и теории упругости для плоскости с конечным числом прямолинейных разрезов.- ДАН СССР, 1940, т.27, №4, с.330-334.
2. *Черепанов Г. П.* Решение одной линейной краевой задачи Римана для двух функций и ее приложение к некоторым смешанным задачам плоской теории упругости. - ПММ, 1962, т.26, вып.5, с.907-912.
3. *Александров В. М., Мхитарян С. М.* Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками.- М.: Наука, 1983. 488 с.
4. *Попов Г. Я.* Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений.- М.: Наука, 1982. 344 с.
5. *Мхитарян С. М.* Об одном классе смешанных задач теории упругости. Abstracts of Symposium "Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis" Dedicated to the Centenary of Academician N. Muskhelishvili:- Tbilisi, 1991, p. 35.
6. *Нуллер Б.М.* Краевые задачи теории упругости, сводящиеся к задачам Гильберта-Римана на римановых поверхностях. Abstracts of Symposium "Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis Dedicated to the Centenary of Academician N. Muskhelishivili:- Tbilisi, 1991, p. 42.
7. *Мусхелишвили Н. М.* Некоторые основные задачи математической теории упругости.- М.: Наука, 1966. с. 7О7.
8. *Саркисян В. С.* Еше раз о решении одной системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений. - Изв. НАН Армении, Механика, 1992, т.45, 1992, №1-2, с. 3-9.
9. *Галин Л.А.* Контактные задачи теории упругости и вязкоупгругости.- М.: Наука, 1980. 304 с.
10. *Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И.* Интегралы и ряды.- М.: Наука, 1981. 738 с.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию
18.03.1994