

**ПРОНИКАНИЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО ИНДЕНТОРА
(ФОРМЫ КРИВОЛИНЕЙНОГО ТЕЛА,
ПЕРЕХОДЯЩЕГО В ЦИЛИНДР)
В УПРУГУЮ ИЗОТРОПНУЮ СРЕДУ**

Ванцян А.А

Վանցյան Ա.Ա.

Գլանի վերածվող կամայական կորագիծ մարմնի ներթափանցումը իզոտրոպ միջավայր

Բերված են թվային հետազոտությունների արդյունքները: Ցույց է տրված, որ ի տարբերություն միաչափ խնդրի, արագությունների և արեղափոխությունների առանցքային կոմպոնենտի հաշվի առնելը բերում է էշանափոխ լարումների ինչպես պլաստիկության փրիություն, այնպես էլ մարմնի վրա:

Vantcyan A.A.

**The Penetration Arbitrary Indentors (in the Form Curveline Body Passing to the Cylinder)
in Elastic Isotropic Media**

Приведены результаты численного исследования. Показано, что в отличие от одномерной задачи, учет осевых компонент скоростей и перемещений приводит к знакопеременным напряжениям как в пластической области, так и на инденторе.

Одномерная теория проникания, как было показано в [1-4], пригодна для тонких инденторов. Однако, для нетонких инденторов общепринято предполагать, что частицы среды, прилегающие к индентору, двигаются не по радиальному направлению, как было принято по гипотезе плоских сечений, а по нормали образующей индентора. Во многих работах [3,5,6] это доказано экспериментально.

Несмотря на то, что для нетонких инденторов, гипотеза нормальных сечений дает относительно хорошие результаты по совпаданию с экспериментальными результатами, эта гипотеза также содержит приближение в решении задачи проникания. В частности, здесь также не учитывается влияние свободной поверхности, предполагается, что между индентором и средой имеет место место ньютоновское трение.

В настоящей работе рассматривается проникание цилиндра, переходящего в криволинейное тело с уравнением образующей

$$r_k = r_0 - \beta(\zeta - \eta)^v, \quad \eta = f - x \quad (1)$$

где r_0 - радиус цилиндрической части индентора, β -- угол при вершине конуса и является не малым, $v > 1$ определяет кривизну образующей.

Предполагается также, что вблизи индентора, позади фронта S имеет место пластическое течение, описываемое уравнениями Мизеса, впереди S среда считается упругой. Согласно гипотезе нормальных сечений на инденто-

ре для компонент скоростей имеет место

$$v_r = v_n \sin \alpha, \quad v_x = v_n \cos \alpha, \quad \operatorname{tg} \alpha = - \left(\frac{\partial r_k}{\partial x} \right)^{-1} \quad (2)$$

На фронте S предполагается непрерывность всех компонент скоростей и напряжений.

Учитывая (1) и (2), можно записать

$$v_r = v_x \frac{(\zeta - f + x)^{1-\nu}}{\beta \nu} \quad (3)$$

С учетом (3) уравнение несжимаемости

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0$$

можно написать в виде

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \beta \nu (\zeta - f + x)^{\nu-1} \frac{\partial v_r}{\partial x} + \beta \nu (\nu-1) (\zeta - f + x)^{\nu-2} v_r = 0 \quad (4)$$

используя метод характеристик и записав уравнение (4) в форме

$$\frac{dr}{1} = \frac{dx}{\beta \nu (\zeta - f + x)^{\nu-1}} = - \frac{dv_r}{v_r \left[\frac{1}{r} + \beta \nu (\nu-1) (\zeta - f + x)^{\nu-2} \right]} \quad (5)$$

из первого уравнения можно определить

$$r = \frac{(\zeta - f + x)^{2-\nu}}{\beta \nu (2-\nu)} + c_1 \quad (6)$$

Из второго уравнения

$$\frac{dv_r}{v_r} = - \frac{dx}{r \beta \nu (\zeta - f + x)^{\nu-1}} + \frac{1-\nu}{(\zeta - f + x)} dx \quad (7)$$

Подставляя (6) в (7), для v_r можно получить

$$v_r = \frac{(\zeta - f + x)^{1-\nu}}{(\zeta - f + x)^{2-\nu}} c_2(c_1) = \frac{c_2(c_1)}{\beta \nu (2-\nu)} + c_1 \quad (8)$$

С учетом граничного условия при $r = r_k$

$$v_r = -\nu \frac{\partial r_k}{\partial x} \quad \text{или} \quad v_r = \nu \beta \nu (\zeta - f + x)^{\nu-1}$$

где V -осевая скорость индентора.

Приравняв (8) и (9)

$$\frac{(\zeta - f + x)^{1-\nu}}{(\zeta - f + x)^{2-\nu}} c_2(c_1) = \frac{\nu \beta \nu}{\left(\frac{\partial r_k}{\partial x} \right)^2 + 1} (\zeta - f + x)^{\nu-1} \quad (9)$$

и учитывая, что при $r = r_k$ из (6) можно получить

$$c_1 = r_0 - \beta(\zeta - f + x')^v - \frac{(\zeta - f + x')^{2-v}}{\beta v(2-v)} \quad (10)$$

или

$$c_1 = r_0 - \beta z^v - \frac{z^{2-v}}{\beta v(2-v)} \quad (11)$$

для c_2 можно получить выражение

$$c_2 = v \beta v z^{2v-2} (r_0 - \beta z^v)$$

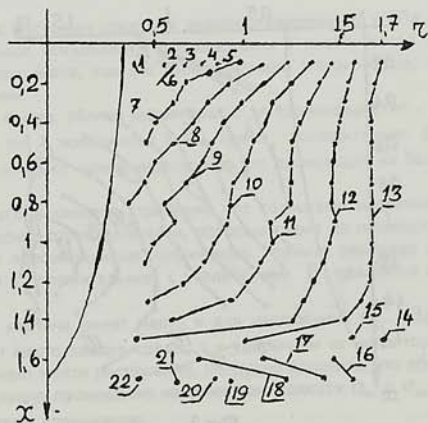
где введено обозначение $z = \zeta - f + x'$; x' - абсцисса на конусе.

Подставляя c_2 в (8), а (11) в (6), для определения v , можно получить систему уравнений

$$v_r = \frac{(\zeta - f + x)^{1-v}}{r} v \beta v z^{2v-2} (r_0 - \beta z^v) \quad (12)$$

$$r = \frac{(\zeta - f + x)^{2-v}}{\beta v(2-v)} = r_0 - \beta z^v - \frac{z^{2-v}}{\beta v(2-v)}$$

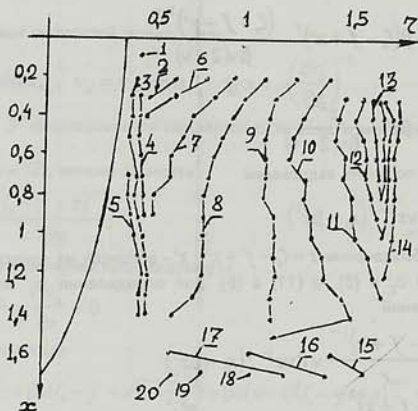
Записав соотношения Мизеса и уравнения равновесия и после численного интегрирования, с учетом (12), можно получить численные значения σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{xx} , как в пластической области, так и на инденторе.



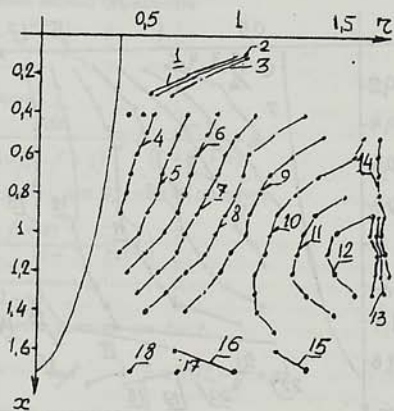
Фиг. 1.

Изобары 1 ÷ 22 для σ_{rr} при $\beta = 0,2$

(-1,4; -1,2; -1,-1,2; -1,4; -1,4; -1,2; -1; -0,8; -0,6; -0,4;
-0,2; -0,1; 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1; 1,2; 1,4)



Фиг.2.
 Изобары 1÷20 для σ_{xx} при $\beta = 0,2$
 (-0,6; -1,2; -0,2; -0,8; 0,2; -1; -0,8; -0,6; -0,4;
 -0,2; 0; 0,1; 0,2; 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12).

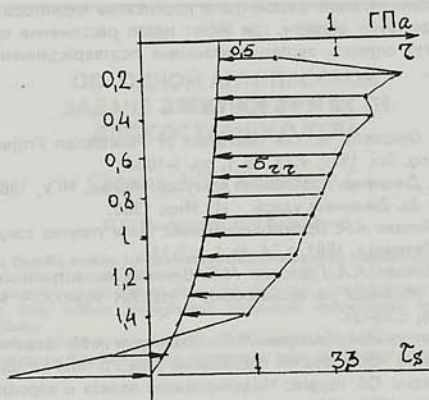


Фиг.3.
 Изобары 1÷20 для σ_{yy} при $\beta = 0,5$
 (-0,2; -0,4; -1; -1; -0,8; -0,6; -0,4; -0,2; 0; 0,2;
 0,2; 0,4; 0,6; 0,4; 0,2; 4; 6; 8; -1,2; -1,2).

На фиг. 1-3 приведены результаты численного решения задачи. Постро-

ены графики поверхностей одинаковых напряжений для $\sigma_r, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{xx}$ в ГПа для разных β .

На фиг. 4 приведены результаты расчетов для σ_r на индентора. Здесь приведены результаты только для случая $\beta = 0,2$.



Фиг.4.

Радиальные напряжение на инденторе при $\beta = 0,2$.

В скобках под фигурами показаны значения напряжений в ГПа.

Анализ графиков показывает, что напряжения в пластической области не всюду одинакового знака, как это было получено аналитически, в [2,4] для одномерной задачи.

Как видно из фигур, вблизи индентора σ_r -- сжимающее, но с удалением как по r , так и по x появляются зоны, где σ_r положительно. Для острых инденторов в отличие от тупых инденторов, это происходит на большом расстоянии.

На первый взгляд кажется странным, что кольцевые напряжения вблизи индентора оказались отрицательными, которые также на некотором расстоянии переходят в положительные напряжения. Граница перехода отрицательных напряжений в положительные, с увеличением β , удаляется от индентора.

Аналогичная картина имеет место и для напряжений σ_{xx} . Здесь вблизи индентора имеет место сжатие среды, а с удалением от индентора в некоторых областях имеет место растяжение. Нетрудно заметить, что вблизи индентора препятствующие прониканию напряжения являются σ_r и σ_{xx} , а $\sigma_{\theta\theta}$ как-будто способствует прониканию.

С удалением от индентора, наоборот, σ_r и σ_{xx} , меняя знак, способствуют, а $\sigma_{\theta\theta}$, принимающее уже положительный знак, препятствует движению как индентора, так и самой среды вблизи индентора.

Изучение графиков напряжений на инденторе также показывает, что и

здесь напряжения меняют знак. Вблизи вершины индентора как σ_{rr} , так и σ_{xx} , имеют положительный знак, то есть среда растягивается как в направлении r , так и по x . Этими напряжениями вполне можно объяснить появление трещин в среде вблизи вершины индентора.

В [7], где экспериментально рассмотрено проникание индентора в грунты, показано, что существуют области, где имеет место растяжение среды. Результаты [7] могут служить экспериментальным подтверждением выводов настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Backman M.E., Goldsmith W.* The Mechanics of Penetration Projectiles into Targets. - Int. J. Eng. Sci. 1978, v.16, № 1, pp. 1-100.
2. *Сагомонян А.Я.* Динамика пробивания преград. - М.:Изд. МГУ, 1988. 220 с.
3. *Зукас Дж. А. и др.* Динамика удара. - М.: Мир, 1985.
4. *Багдоев А.Г., Ванцян А.А.* Проникание тонких тел в упругие среды. -- Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1981, т.34, № 1, с.3-14.
5. *Багдоев А.Г., Ванцян А.А., Григорян М.С.* Влияние анизотропных свойств металлических образцов на проникание. - Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1988, т. 41, № 6, с.28--34.
6. *Багдоев А.Г., Ванцян А.А., Григорян М.С., Мхитарян А.М.* Теоретические и экспериментальные исследования проникания тонкого тела в слоистые металлические среды. - Сб. трудов: Моделирование полета и аэродинамические исследования, 1988, 156 с.
7. *Byers R.K., Yarrington P.Y. and Chabai* Dynamic Penetration of Soil Media by Slender Projectiles. - Int. J. Eng. Sci. Pergamon press, 1978, v.16, N 11, pp. 835--844.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию
26.05.1993