

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ПЛАСТИНКИ-ПОЛОСЫ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ
С МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ
УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Азатян Л.Д.

Ազատյան Լ. Դ.

Մագնիսագազդինամիկական հարվածային ալիքի հետ փոխազդող
ալիք օպտիմալ նախագծումը

Աշխարհանում դիտարկվում է ալիք փոխազդեցությունը մագնիսագազդինամիկական հարվածային ալիքի հետ: Վերլուծվում է անիզոտիս թաշ ունեցող ալիք կառուցվածքային եղանակի ազդեցությունը նրա մակսիմալ ճգվածքների վրա:

Կատարված են թվային հաշվարկներ փարբեր դեպքերի համար, որից հետևում է, որ ամենալավ փարբերակը ոչսիմետրիկ երկշերտանոց սպառ է:

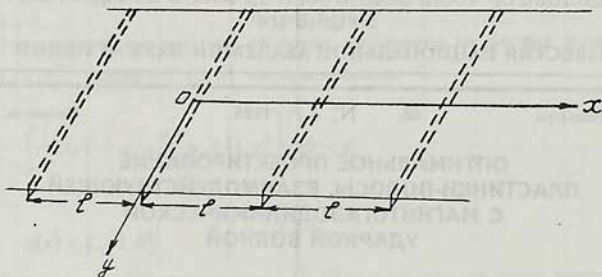
Թվային հաշվարկներից հետևում է նաև, որ մագնիսական դաշտը բնութագրող պարամետրի անմասն դեպքում ալիք ճգվածքները փոքրանում են: Այն է՝ մագնիսական դաշտը թուլանում է հարվածային ալիքի ազդեցությունը ալիք վրա:

Azatian L.D.

Optimal design of stripe-plate, interacted with magnetogasodynamic snock wave

В работе решается задача о взаимодействии пластинки-полосы с магнитогазодинамической ударной волной. Анализируется организация пакета пластинки-полосы неизменного веса на ее максимальные прогибы. Проведены численные исследования для различных случаев, из которых следует, что вариант несимметричной двухслойной пластинки является наилучшим. Из чисельных расчетов следует, что с ростом параметра, характеризующего магнитное поле, прогибы пластинки уменьшаются, т.е. магнитное поле ослабляет воздействие ударной волны на пластинку-полосу.

Пусть упругая слоистая пластинка-полоса толщины h и шириной l находится в постоянном магнитном поле с вектором индукции $\vec{B}_0(0, B_0, 0)$, параллельным оси Oy . Предполагается, что пластинка-полоса является одной из составляющих бесконечного перекрытия. Считается, что все пластинки-полосы, входящие в состав перекрытия, одинаковы по своим геометрическим и физико-механическим характеристикам и независимо друг от друга шарнирно закреплены на продольные жесткие ребра, расположенные с интервалом l в направлении оси Oy (фиг. 1). Впервые решение задачи для бесконечно-го перекрытия с опорами одного направления в обычной газодинамике было получено Димажио [1].



Фиг. 1

Плазма, в которой распространяется магнитогазодинамическая ударная волна, предполагается невязкой, нетеплопроводной и обладающей бесконечной электропроводностью.

Пусть магнитогазодинамическая ударная волна движется со скоростью v_0 и в момент $t = 0$ сталкивается с поверхностью пластинки. Направление движения ударной волны совпадает с отрицательным направлением оси Oz . Индексом 0 обозначим параметры покоящегося газа впереди ударной волны, индекс 1 будем приписывать давлению P , плотности ρ , скорости частиц газа v , магнитному полю \bar{B} и скорости звука c за фронтом падающей волны. Определим течение за падающей магнитогазодинамической ударной волной. Параметры потока за падающим скачком определяются из соотношений для прямого скачка уплотнения [2]

$$\begin{aligned} \rho_0(v_0 - U_0) &= \rho_1(v_1 - U_0), \\ P_0 + \rho_0(v_0 - U_0)^2 + \frac{B_0^2}{8\pi} &= P_1 + \rho_1(v_1 - U_0)^2 + \frac{B_1^2}{8\pi} \\ \frac{(v_0 - U_0)^2}{2} + \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P_0}{\rho_0} + \frac{B_0^2}{4\pi\rho_0} &= \frac{(v_1 - U_0)^2}{2} + \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{B_1^2}{4\pi\rho_1} \\ (v_0 - U_0)B_0 &= (v_1 - U_0)B_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где γ - показатель адиабаты, равный c_p/c_v ; c_p, c_v - удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и объеме; $c_p = c_v + R$; R - газовая постоянная. При наличии n степеней свободы

$$c_v = \frac{2n+1}{2} R$$

Тогда для одноатомных газов $n=1, \gamma=5/3$, для двухатомных газов

$$n=2, \gamma=7/2.$$

Исключая из (1) P_1, ρ_1, B_1 , получим следующее кубическое уравнение для определения скорости v_1 частиц плазмы за падающим скачком

$$v_1^3 + \frac{2\gamma P_0 + \gamma a_0^2 \rho_0 - (\gamma+3)\rho_0 U_0^2}{(\gamma+1)\rho_0 U_0} v_1 - \frac{2(\gamma P_0 + a_0^2 \rho_0 - \rho_0 U_0^2)}{(\gamma+1)\rho_0} v_1 - \frac{2(\gamma-1)a_0^2 U_0}{(\gamma+1)} = 0 \quad (2)$$

где $a_0^2 = B_0^2 / 4\pi\rho_0$.

Уравнение (2) имеет три вещественных корня, из которых физически осуществимо одно значение корня, равное при $a_0 = 0$ скорости частиц газа за падающим скачком в обычной газодинамике

$$v_1' = \frac{2(M^2 - 1)}{(\gamma+1)M^2} U_0.$$

Здесь $M = U_0 / c_0$ - число Маха падающего скачка. Два других корня отбрасываются, так как значению корня, большего значения v_1 , соответствует за падающим скачком течение со скоростью, превышающей скорость падающей ударной волны, что нереально; корню же, близкому к нулю, соответствует бесконечно слабая, вырожденная ударная волна, мы же рассматриваем ударную волну конечной интенсивности. После определения v_1 , из соотношений (1) можно найти значения остальных параметров за падающим скачком

$$\rho_1 = -\frac{\rho_0 U_0}{(v_1 - U_0)}, \quad B_1 = -\frac{U_0 B_0}{(v_1 - U_0)} \quad (3)$$

$$P_1 = P_0 + \rho_0 U_0 v_1 + \frac{B_0^2 v_1 (v_1 - 2U_0)}{8\pi (v_1 - U_0)^2}, \quad c_1 = \left(\frac{\gamma P_1}{\rho_1} \right)^{1/2}$$

Теперь мы должны определить параметры течения плазмы за магнитогазо-динамической ударной волной после ее отражения от упругой пластинки-полосы. Им припишем индекс 2.

Как известно, распространение слабых ударных волн описывается линеаризованными уравнениями магнитной газодинамики. Для описания же более интенсивных ударных волн следует привлечь нелинейные уравнения магнитной газодинамики, которые должны решаться совместно с уравнением магнитоупругости для пластинки-полосы. Решение задачи при этом сильно усложняется. Поэтому для ее упрощения параметры плазмы за отраженной магнитогазодинамической ударной волной представляем в виде

$$P_2 = P'_2 + P, \quad \rho_2 = \rho'_2 + \rho, \quad \bar{B}_2 = \bar{B}'_2 + b, \quad c_2 = c'_2 + c$$

$$\bar{v}_2 = \bar{v}(v_x, v_y) \quad (4)$$

где $P'_2, \rho'_2, \bar{B}'_2, c'_2$ - давление, плотность, магнитная индукция, скорость звука за отраженной магнитогазодинамической ударной волной в случае ее взаимодействия с жесткой пластинкой. Эти параметры также определяются из соотношений для прямого скачка уплотнения (1), записанных для параметров с индексами 1 и 2'.

$$\rho'_2 = \frac{(v_1 + V_0)}{V_0} \rho_1, \quad \bar{B}'_2 = \frac{(v_1 + V_0)}{V_0} \bar{B}_1,$$

$$P'_2 = P_1 + \rho_1 v_1 (v_1 + V_0) - \frac{B_1^2 v_1 (v_1 + 2V_0)}{8\pi V_0^2}, \quad c'_2 = (\gamma P'_2 / \rho_2)^{1/2} \quad (5)$$

Здесь V_0 - скорость отраженной от жесткой пластинки ударной волны, определяемая из кубического уравнения

$$v_1^3 - \frac{(\gamma - 3)v_1}{2} V_0^2 - \left[\frac{(\gamma - 1)}{2} v_1^2 + \frac{\gamma P_1}{\rho_1} + a_1^2 \right] V_0 - \frac{(2 - \gamma)}{2} a_1^2 v_1 = 0 \quad (6)$$

где $a_1^2 = B_1^2 / 4\pi\rho_1$

По тем же соображениям, что и выше, берется тот корень уравнения (6), который близок к значению

$$v_1' = \frac{2(\gamma - 1)M^2 - (\gamma - 3)}{(\gamma + 1)M^2} U_0$$

дающему скорость отраженного скачка в обычной газодинамике.

После подстановки (4) в основную систему уравнений магнитной газодинамики [3]

$$\frac{\partial \bar{B}_2}{\partial t} = (\bar{B}_2 \nabla) \bar{v} - (\bar{v} \nabla) \bar{B}_2 - \bar{B}_2 (\nabla \bar{v}), \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \nabla \right) \rho_2 + \rho_2 \nabla \bar{v} = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \nabla \right) P_2 + P_2 \nabla \bar{v} = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \nabla \right) \bar{v} + \frac{1}{\rho_2} \nabla P_2 - \frac{1}{4\pi\rho_2\mu} (\nabla \times \bar{B}_2) \times \bar{B}_2 = 0 \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \nabla \right) P_2 = c_1^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \nabla \right) \rho_2$$

и линеаризации, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_y}{\partial t} &= -B_2' \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_2'} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{B_2'}{4\pi\rho_2'\mu} \frac{\partial b_y}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_2'} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{B_2'}{4\pi\rho_2'\mu} \frac{\partial b_y}{\partial z} \\ \frac{\partial P}{\partial t} + \rho_2'(c_2')^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

В дальнейшем магнитная проницаемость газа принимается равной единице. Рассматриваемая задача сводится к совместному решению системы уравнений (8) и уравнения движения несимметрично собранной по толщине пластинки-полосы, проводимость которой принимается равной нулю ($\sigma = 0$).

$$D_{11} - \frac{K_{11}^2}{C_{11}} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Z \quad (9)$$

Здесь w - прогиб, $m_0 = \sum_{s=1}^n \rho_s h_s$ - масса пластинки, приходящаяся на единицу площади срединной поверхности; ρ_s, h_s - плотность материала и толщина s -ого слоя; D_{11}, K_{11}, C_{11} - жесткости, определяющиеся по известным формулам [4]

$$\begin{aligned} C_{ik} &= \sum_s B_{ik}^s (\delta_s - \delta_{s-1}) \\ K_{ik} &= \frac{1}{2} \sum_s B_{ik}^s [(\delta_s - \Delta)^2 - (\delta_{s-1} - \Delta)^2] \\ D_{ik} &= \frac{1}{3} \sum_s B_{ik}^s [(\delta_s - \Delta)^3 - (\delta_{s-1} - \Delta)^3] \end{aligned}$$

Z - нормальная составляющая внешней поверхностной нагрузки, которая имеет вид

$$Z = P_2' + P + T_{zz} \quad (10)$$

В формуле (10) P - возмущенное давление в газе, T_{zz} - напряжения Максвелла в газе. Влиянием напряжений Максвелла в вакууме пренебрегается. Линеаризованные уравнения электродинамики для вакуума (внутри пластинки) имеют вид

$$\begin{aligned} \text{rot } \bar{b} &= 0, \quad \text{rot } \bar{e} = -\frac{\partial \bar{b}}{\partial t} \\ \text{div } \bar{b} &= 0, \quad \text{div } \bar{e} = 0 \end{aligned}$$

Уравнения (8) и (9) дополняются условием совместного движения пластинки-полосы и прилегающих к ней частиц газа и условием затухания возмущений на бесконечности.

Введем функцию

$$\bar{v} = \text{grad } \varphi(t, x, z) \quad (11)$$

Исключая из (8) P, b_y и используя (11), для функции φ получим

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{(c'_2)^2 + \tilde{a}^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (12)$$

где $\tilde{a}^2 = (B'_2)^2 / 4\pi\rho'_2$.

Из второго и третьего уравнений системы (8) можно получить

$$P + \rho'_2 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{B'_2}{4\pi} b_y = 0 \quad (13)$$

а из первого и четвертого уравнений системы (8) можно получить связь между P и b_y

$$P = \frac{\rho'_2 (c'_2)^2}{B'_2} b_y \quad (14)$$

Из соотношений (13) и (14) получается

$$P = - \frac{\rho'_2}{(1 + a^2)} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (15)$$

где $a^2 = (B'_2)^2 / 4\pi\rho'_2 (c'_2)^2 = \tilde{a}^2 / (c'_2)^2$, то есть в результате решения уравнения (12) и определения функции φ , можно по формуле (15) определить избыточное давление, действующее на пластинку. Уравнение (12) решается при следующих начальных и граничных условиях

$$\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad \text{при } t = 0$$

$$\varphi = 0 \quad \text{при } z \rightarrow \infty \quad (16)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = - \frac{\partial w}{\partial t} \quad \text{при } z = 0$$

Так как предполагается, что пластинка шарнирно закреплена по сторонам $x = 0, l$, то решение уравнений (9) и (12) будем искать в виде

$$w(t, x) = \sum_n w_n(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (17)$$

$$\varphi(t, x, z) = \sum_n \varphi_n(t, z) \sin \frac{n\pi x}{l}$$

Здесь функции $w_n(t)$ и $\varphi_n(t, z)$ являются неизвестными и подлежат определению. После подстановки решения в виде (17) уравнение (12) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial z^2} - \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \varphi_n = \frac{1}{(c'_2)^2 + \bar{a}^2} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial t^2} \quad (18)$$

Применяя к (18) интегральное преобразование Лапласа по времени [5], с учетом первого условия из (16), в области изображений получим

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}_n}{\partial z^2} - \left(k^2 + \frac{s^2}{(c'_2)^2 + \bar{a}^2} \right) \bar{\varphi}_n = 0 \quad (19)$$

где $k^2 = n^2 \pi^2 / l^2$, s - комплексная переменная. Последнее условие из (16) с учетом (17), после преобразования Лапласа принимает вид

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_n}{\partial z} = -s \bar{w}_n \quad (20)$$

В (19) и (20) чертой обозначены преобразованные по Лапласу функции. Решение уравнения (19), удовлетворяющее условиям (20) и (16), записывается следующим образом:

$$\bar{\varphi}_n = \frac{e^{-\sqrt{k^2 + \frac{s^2}{(c'_2)^2 + \bar{a}^2}} z}}{\sqrt{k^2 + \frac{s^2}{(c'_2)^2 + \bar{a}^2}}} s \bar{w}_n \quad (21)$$

Переходя к оригиналам с помощью теоремы о свертке функций [4], для возмущенного давления P , согласно (15), получим

$$P = -\frac{c'_2 \rho'_2}{\sqrt{1 + a^2}} \sum_n \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{\partial w_n}{\partial t} J_0[k_1(t - \tau_1)] d\tau_1 \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (22)$$

где $k_1^2 = k^2 [\bar{a}^2 + (c'_2)^2]$, J_0 - функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Для нахождения величины T_{zz} , входящей в правую часть уравнения движения пластинки-полосы, надо найти компоненту b_y индуцированного в газе магнитного поля в направлении оси Oy . Определяя b_y по формуле (14) с учетом (22), подставляя в (10), окончательно для нагрузки Z , действующей на пластинку, получим

$$Z = \sum_n \left\{ P'_{2n} - c'_2 \rho'_2 \sqrt{1+a^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{\partial w_n}{\partial t} J_0[k_1(t-\tau_1)] d\tau_1 \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (23)$$

Здесь использовано разложение

$$P'_2 = \sum_n P'_{2n} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

После определения поверхностной нагрузки переходим к решению уравнения (9). Подставляя (17) в (9), с учетом (23), получаем следующее интегро-дифференциальное уравнение:

$$\left(D_{11} - \frac{K_{11}^2}{C_{11}} \right) \frac{n^4 \pi^4}{l^4} w_n + m_0 \frac{\partial^2 w_n}{\partial t^2} = P'_{2n} - c'_2 \rho'_2 \sqrt{1+a^2} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{\partial w_n}{\partial t} J_0[k_1(t-\tau_1)] d\tau_1 \quad (24)$$

Если формулу для давления, получаемого на основании гипотезы плоского отражения в гидроупругости, обобщить на случай магнитоупругости [6], то формула (23) упростится и примет вид

$$Z = \sum_n \left\{ P'_{2n} - c'_2 \rho'_2 \sqrt{1+a^2} \frac{\partial w_n}{\partial t} \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (25)$$

С использованием (25) уравнение (24) переходит в обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка для w_n

$$m_0 \frac{d^2 w_n}{dt^2} + c'_2 \rho'_2 \sqrt{1+a^2} \frac{dw_n}{dt} + \left(D_{11} - \frac{K_{11}^2}{C_{11}} \right) \frac{n^4 \pi^4}{l^4} w_n = P'_{2n}$$

решение которого записывается в аналитической форме [7]

$$w(t, x) = \frac{4P'_2}{\pi m_0} e^{-\beta t} \sum_n (-1)^{\left(\frac{n+1}{2}-1\right)} \times \\ \times \frac{\omega_1 e^{\beta t} - \omega_1 \cos \omega_1 t - \beta \sin \omega_1 t}{n \omega_1 (\omega_1^2 + \beta^2)} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

при $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$

(26)

$$w(t, x) = \frac{4P'_2}{\pi m_0} e^{-\beta t} \sum_n (-1)^{\left(\frac{n+1}{2}-1\right)} \times \\ \times \frac{\omega_2 \operatorname{ch} \omega_2 t - \omega_2 e^{\beta t} + \beta \operatorname{sh} \omega_2 t}{n \omega_2 (\omega_2^2 - \beta^2)} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

при $\omega_0^2 - \beta^2 < 0$

$$\text{Здесь } \beta = \rho_2' c_2' \sqrt{1+a^2} / m_0, \quad \omega_0^2 = \left(D_{11} - \frac{K_{11}^2}{C_{11}} \right) \frac{n^4 \pi^4}{l^4 m_0}, \quad \omega_1 = \left(\omega_0^2 - \beta^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\omega_2 = i\omega_1$$

Далее ставится оптимизационная задача: найти

$$\min_{\bar{h}_1} \max_{t, x} w(t, x, \bar{h}_1)$$

при ограничениях

$$0 \leq \bar{h}_1 = h_1 / h \leq 1, \quad 0 \leq x \leq l, \quad t \geq 0,$$

то есть анализируется влияние способа организации пакета пластинки-полосы неизменного веса на ее максимальные прогибы. Проведены численные исследования для трех случаев: 1) двухслойная полоса состоит из слоев композиционного материала типа боропластика и пластмассы; 2) полоса состоит из трех слоев, симметрично расположенных относительно срединной плоскости. Средний слой изготовлен из пластмассы, два наружных слоя - из композиционного материала; 3) средний слой полосы изготовлен из композиционного материала, а два наружных слоя - из пластмассы.

В качестве внешней среды выбран воздух ($\rho_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$, $c_0 = 334 \text{ м/сек}$).

Численные расчеты проведены при следующих значениях параметров: $\lambda = h/l = 0,05$; $M = 1,5$; $a = 0$; $0,01$; $0,05$; $0,1$; $0,5$; 1 . Оптимальные значения пригибов w и соответствующие им величины безразмерных толщин слоев для различных значений параметра a приведены в таблице

Таблица

1 вариант						
a	0	0.01	0.05	0.1	0.5	1
\bar{h}_1	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
\bar{w}	0.34798	0.34754	0.34592	0.33961	0.21064	0.08213
2 вариант						
a	0	0.01	0.05	0.1	0.5	1
\bar{h}_1	1	1	1	1	1	1
\bar{w}	0.51904	0.51871	0.51594	0.50652	0.31451	0.12273
a	0	0.01	0.05	0.1	0.5	1
\bar{h}_1	1	1	1	1	1	1
\bar{w}	0.51904	0.51871	0.50594	0.51652	0.31451	0.12273

Здесь $\bar{h}_1 = h_1 / h$, $\bar{w} = w / h$; h_1 - толщина слоя из композиционного мате-

риала.

Из таблицы следует, что вариант несимметричной двухслойной пластинки является наилучшим. Как показывают численные расчеты, прогибы W получаются минимальными в случае, когда толщина h_1 слоя из композиционного материала равна $0,7h$. Как показывают результаты численного анализа, для случая рассмотренных конкретных материалов оптимальные проекты для второго и третьего вариантов организации пакета пластинки-полосы по толщине совпадают и вырождаются в однослойный, целиком изготовленный из композиционного материала.

При ограничении количества композиционного материала оптимальными могут быть варианты пластинок слоистой структуры.

Как следует из таблицы, прогибы пластинки-полосы уменьшаются с ростом параметра a , характеризующего магнитное поле, то есть магнитное поле уменьшает прогибы пластинки. Этот эффект может быть использован практически для ослабления воздействия ударной волны на объекты, находящиеся в электропроводящей жидкости (газе) при наличии магнитного поля.

Расчеты проведены на основе точной модели (уравнение (24)) и приближенной (формулы (26)). Результаты, полученные для обоих случаев, практически совпадают.

Автор выражает признательность М.В. Белубекяну за внимание к работе.

Л и т е р а т у р а

1. *Dimaggio F.L.* Effect of an Acoustic Medium on the Dynamic Buckling of Plates, New-York, Journal of Applied Mechanics, 1956, vol. 23, No.2
2. *Кализман. Л.Е.* Элементы магнитной газодинамики.- М.: Атомиздат, 1964.
3. *Jeffrey A., Tanyiti T.,* Non-Linear Wave Propagation with Applications to Physics and Magnetohydrodynamics. New-York, London, 1964.
4. *С.А.Амбарцумян.* Общая теория анизотропных оболочек. - М.: Наука, 1974.
5. Дер Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. - М.: Наука, 1965.
6. *Амбарцумян С.А., Багдасарян Р.Е., Белубекян М.В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластин.- М.: Наука, 1977.
7. *Азатян Л.Д., Аветисян Дж.К.* Оптимизация прочности слоистой ортотропной пластинки при воздействии акустической волны давления - Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1984, Т.37, №3, 42-49.

Институт механики НАН Армении.

Поступила в редакцию
18.01.1994