ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 48, № 2, 1995 Механика

МОДЕЛЬ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛА ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

МУСАЕЛЯН С.Л.

Մուսայելյան Ս.Լ.

Նյութերի հոգնածային քայքայման մոդելը բարդ լարվածային վիճակի դեպքում

Առաջարկվում է նյութերի հոգնածային քայքայման հավանականային մոդել բարդ լարվածային վիճակի դեպքում: Վեյբուլ-Գնեդենկոյի երկպարամետր բաշխման ֆունկցիայի կիրառությամբ ստացվում են առնչություններ քայքայող ցիկլերի թվի բաշխման ֆունկցիայի որոշման համար:

Musaelian S.L.

A Model of Materials Fatigue Failure under Composite Stress State

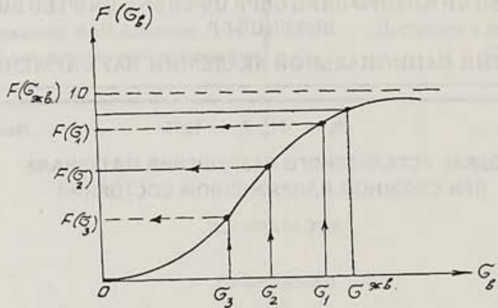
Предлагается вероятностная модель усталостного разрушения материалов при сложном напряженном состоянии. С применением двухпараметрической функции распределения Вейбулла-Гнеденко получаются зависимости для определения функции распределения числа разрушающих циклов.

В практике часто приходится иметь дело с многоосными циклическими напряженными состояниями, например, при расчете лопаток турбин, авиационных конструкций, деталей автомобилей, вращающихся валов и т.д. Однако, усталостное разрушение материалов при сложном напряженном состоянии по отношению к усталостному разрушению при линейном напряженном состоянии исследовано еще недостаточно хорошо. В литературе обычно приводятся экспериментальные данные по усталостному разрушению материалов при одноосном нагружении, в то время как можно указать лишь отдельные работы [1,5], посвященные теоретическим исследованиям усталостного разрушения материалов при сложном напряженном состоянии.

Рассмотрим случай сложного нагружения, когда главные напряжения $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ имеют одинаковые характеристики цикла. Считаем, что имеем экспериментальные данные по интегральной функции распределения предела прочности материала σ_b при линейном напряженном состоянии (фиг.1).

В работе [3] для предела прочности материала нами была принята двухпараметрическая функция распределения Вейбулла- Гнеденко в виде

$$F(\sigma_b) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\left(\dfrac{\sigma}{c}\right)^b\right] & \sigma > 0 \\ 0 & \sigma = 0 \end{cases} \qquad (1)$$



фиг. 1

Функция распределения предела прочности материала при осевом нагружении.

Параметры b и c можно определить методом моментов или методом максимального правдоподобия. По функции распределения можно определить значения $F(\sigma_1)$, $F(\sigma_2)$ и $F(\sigma_3)$, соответствующие главным напряжениям σ_1, σ_2 и σ_3.

Предположим, что по какой-либо теории прочности имеем эквивалентное напряжение $\sigma_{экв}$ и соответствующее значение

$$F(\sigma_{экв}) = F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = P_{1,2,3}^{экв} \tag{2}$$

где $P_{1,2,3}$ представляет из себя вероятность разрушения материала в случае одновременного действия всех трех главных напряжений. Тогда, согласно [5], будем иметь

$$\begin{aligned} P_{1,2,3} = P(\sigma_1) + P(\sigma_2) + P(\sigma_3) - P(\sigma_1)P(\sigma_2) - \\ - P(\sigma_2)P(\sigma_3) - P(\sigma_3)P(\sigma_1) + P(\sigma_1)P(\sigma_2)P(\sigma_3) \end{aligned} \tag{3}$$

с учетом (1) и (3) легко получить

$$P_{1,2,3} = 1 - \exp\left\{-\left[\left(\frac{\sigma_1}{a}\right)^b + \left(\frac{\sigma_2}{a}\right)^b + \left(\frac{\sigma_3}{a}\right)^b\right]\right\} \tag{4}$$

При получении (4) считается, что действие главных напряжений σ_1, σ_2 и σ_3 независимо. Формула (4) учитывает одновременное действие всех трех главных напряжений на вероятность разрушения материала при сложном нагружении.

Естественно предположить, что существует непосредственная связь между значениями $p_{1,2,3}^{\text{экв.}}$ и $p_{1,2,3}$. Считаем, что

$$p_{1,2,3}^{\text{экв.}} = \alpha_0 p_{1,2,3} \tag{5}$$

откуда и определяем α_0 для данного материала

$$\alpha_0 = \frac{p_{1,2,3}^{\text{экв.}}}{{}_{1,2,3}} = \frac{p_{1,2,3}^{\text{экв.}}}{1-\exp\left\{-\left[\left(\frac{\sigma_1}{a}\right)^b + \left(\frac{\sigma_2}{a}\right)^b + \left(\frac{\sigma_3}{a}\right)^b\right]\right\}} \tag{6}$$

Например, в случае кручения имеем

$$\sigma_1 = \sigma, \quad \sigma_2 = 0, \quad |\sigma_3| = \sigma$$

Тогда

$$p(\sigma_1) = p(\sigma), \quad p(\sigma_2) = 0, \quad p(\sigma_3) = p(\sigma)$$

Из выражения (3) получим

$$\begin{gathered} P_{1,2,3} = 2P(\sigma) - P^2(\sigma) = P(\sigma)[2 - P(\sigma)] \\ P_{1,3} = \alpha_0\{P(\sigma)[2 - P(\sigma)]\} \end{gathered} \tag{7}$$

$$\alpha_0 = \frac{P_{1,3}}{P(\sigma)[2 - P(\sigma)]} \tag{8}$$

Здесь $P_{1,3}$ является вероятностью разрушения материала в случае кручения.

Перейдем к рассмотрению функции распределения числа разрушающих циклов. В работе [3] для случая осевого нагружения нами была получена усеченная функция распределения числа разрушающих циклов в виде

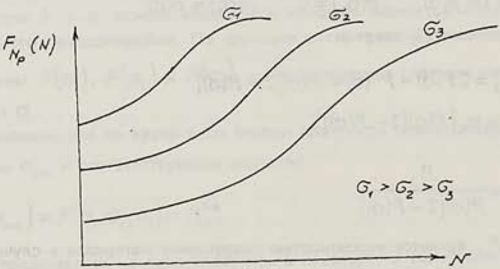
$$F_{N_p}(N) = \begin{cases} 1-\exp\left\{-\left[\dfrac{\left(\dfrac{\sigma}{\alpha}\right)^m}{1-mB\sigma^m N}\right]^{\frac{b}{m}}\right\} & \text{при } N > 0 \\ 1-\exp\left[-\left(\dfrac{\sigma}{a}\right)^b\right] & \text{при } N = 0 \end{cases} \tag{9}$$

Здесь σ - уровень нагружения, m и B - постоянные материала, которые определяются экспериментальным путем. С помощью (3) выражение (9) принимает вид

$$F_{N_p}(N)=\begin{cases}1-\exp\left\{-\left[\dfrac{\left(\dfrac{\sigma_1}{\alpha}\right)^m}{1-mB\sigma_1^m N}\right]^{\frac{b}{m}}-\left[\dfrac{\left(\dfrac{\sigma_2}{\alpha}\right)^m}{1-mB\sigma_2^m N}\right]-\left[\dfrac{\left(\dfrac{\sigma_3}{\alpha}\right)^m}{1-mB\sigma_3^m N}\right]\right\} & \text{при } N>0 \\ 1-\exp\left\{-\left[\left(\dfrac{\sigma_1}{a}\right)^b+\left(\dfrac{\sigma_2}{a}\right)^b+\left(\dfrac{\sigma_3}{a}\right)^b\right]\right\} & \text{при } N=0\end{cases} \quad (10)$$

Как видно из полученного выражения, функция распределения числа разрушающих циклов получается усеченной. Значению $N=0$ соответствует вероятность разрушения

$$F_{N_p}(N)=1-\exp\left\{-\left[\left(\frac{\sigma_1}{a}\right)^b+\left(\frac{\sigma_2}{a}\right)^b+\left(\frac{\sigma_3}{a}\right)^b\right]\right\}$$



Фиг. 2

Усеченные функции распределения числа разрушающих циклов

Значению $\sigma=\sigma_1$ соответствует определенная функция распределения $F(N)=F\big(N(\sigma_1)\big)=F(N_1)$. Соответственно, при $\sigma=\sigma_2$ имеем $F(N)=F\big(N(\sigma_2)\big)=F(N_2)$ и $\sigma=\sigma_3$ имеем $F(N)=F\big(N(\sigma_3)\big)=F(N_3)$.

Тогда $F(N_1,N_2,N_3)=P_{N_1,N_2,N_3}$.

По выражению (10) можно построить функцию распределения числа разрушающих циклов при любой комбинации циклических напряжений σ_1, σ_2 и σ_3.

Литература

1. *Коллинз Дж.* Повреждение материалов в конструкциях. Пер. с англ.- М.: Мир, 1984. 624 с.

2. *Мусаелян С.Л.* О критериях разрушения при циклическом нагружении. Механика деформируемого твердого тела.- Сб.статей. Изд.АН Арм.ССР, Ереван, 1986, с.139-143.
3. *Мусаелян С.Л.* О функции распределения числа разрушающих циклов при малоцикловом нагружении.- Материалы 6-ой Всесоюзной конференции по композиционным материалам.- Ереван, 1987, т.2, с.158-160.
4. *Мусаелян С.Л.* Модель усталостного разрушения при осевом малоцикловом нагружении.- Материалы докладов 2-ой республиканской конференции аспирантов Арм.ССР, Ереван, 1987, 129 с.
5. *Сосновский Л.А.* Статистическая механика усталостного разрушения.- Минск: Изд. ???? 1987, 288 с.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию

23.11.1993