ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 48, № 2, 1995 Механика

КУСОЧНО-ОДНОРОДНАЯ ПЛАСТИНА С ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫМИ СТРИНГЕРАМИ

Агаян К. Л., Григорян Э. Х.

Աղայան Կ. Լ. Գրիգորյան Է. Խ.

Կտոր առ կտոր համասեռ սալը կամայական ուղղվածության վերադիրներով:

Ֆակտորիզացիայի և օրթոգոնալ բազմանդամների մեթոդով լուծված է երկու կամայական ուղղվածության վերջավոր վերադիրներից կտոր առ կտոր համասեռ անվերջ սալին ուժի փոխանցման կոնտակտային խնդիրը:

Agayan K. L. Grigorian E. Ch.

Stepwise-homogeneous Plate with Arbitrary Oriented Stringers.

Методом факторизации и ортогональных многочленов решена контактная задача о передаче нагрузки от двух произвольно ориентированных конечных стрингеров к кусочно-однородной бесконечной пластине.

В работе рассматривается контактная задача о передаче нагрузки от двух произвольно ориентированных стрингеров к упругой кусочно-однородной бесконечной пластине. Наиболее полная библиография контактных задач о передаче нагрузки от упругих стрингеров к массивным телам можно найти в работах [1-4]. Контактные задачи, примыкающие к исследуемой здесь задаче, рассмотрены в работах [5-10].

Рассмотрим кусочно-однородную бесконечную пластину, приведенную к декартовой системе координат $0xy$, состоящую из двух упругих полубесконечных пластин с упругими характеристиками μ_1, ν_1 $(y>0)$ и μ_2, ν_2 $(y<0)$. Пластина усилена двумя упругими конечными стрингерами, расположенными на различных полуплоскостях и наклонены под углами φ_1 и φ_2 к линии разнородности $(y=0)$. Конец первого стрингера выходит на линию разнородности. По одним концам стрингера загружены сосредоточенными растягивающими силами P_1 и P_2 (рис. 1). Относительно стрингеров принимается модель одноосного напряженного состояния в сочетании с моделью контакта по линии [1]. Неизвестными считаются контактные касательные напряжения $\tau_1(r)$ и $\tau_2(r)$, возникающие в зоне контакта стрингеров с пластиной, удовлетворяющие следующим условиям равновесия:

$$\int_0^{a}\tau_1(r)\,dr = P_1, \quad \int_{-c}^{-b}\tau_2(r)\,dr = P_2 \tag{1}$$

где $a_1 = a\cos\varphi_1$, $b_1 = b\cos\varphi_2$, $c_1 = c\cos\varphi_2$.

Для осевых деформаций по линиям расположения стрингеров имеем:

$$l_1 h\frac{du_r^{(1)}}{dr} = \frac{1}{\pi}\int_0^{a}K_{11}(r,t)\tau_1(t)\,dt + \frac{1}{\pi}\int_{-c}^{-b}K_{12}(r,t)\tau_2(t)\,dt \qquad (0<r<\infty) \tag{2}$$

$$l_2 h\frac{du_r^{(2)}}{dr} = \frac{1}{\pi}\int_0^{a}K_{21}(r,t)\tau_1(t)\,dt + \frac{1}{\pi}\int_{-c}^{-b}K_{22}(r,t)\tau_2(t)\,dt \qquad (-\infty<r<0) \tag{3}$$

где h-толщина пластины, $l_i = 8\mu_i/(3-\nu_i)$ $(i=1,2)$

$$\begin{aligned}
&K_{11}(r,t) \equiv K_{11}(r,t,\varphi_1,A_j) = \\
&= \frac{1}{t-r} + A_1\frac{r-t\cos2\varphi_1}{\Delta(r,t,2\varphi_1)} - A_2\sin^2 2\varphi_1\frac{t(r^2-t^2)}{\Delta^2(r,t,2\varphi_1)} - \\
&-A_3\sin^2\varphi_1\left[\frac{t^2(r-t\cos2\varphi_1)+3rt(t-r\cos2\varphi_1)}{\Delta^2(r,t,2\varphi_1)} + \right. \\
&\left. +4rt\frac{(r-t\cos2\varphi_1)[t(r-t\cos2\varphi_1)+r(t-r\cos2\varphi_1)]}{\Delta^3(r,t,2\varphi_1)}\right]
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
&K_{12}(r,t) \equiv K_{12}(r,t,\varphi_1,\varphi_2,A_j) = \\
&= \frac{1}{\Delta(r,t,\varphi_-)}\left[-A_4\cos\varphi_-(r-t\cos\varphi_-) - A_5 t\sin^2\varphi_- - \right. \\
&\left. -A_6 t\sin^2\varphi_2 - A_7 t\sin^2\varphi_1 + 2A_7 r\sin\varphi_1\sin\varphi_2\right] - \\
&-\frac{2(r-t\cos\varphi_-)(r\sin\varphi_2 - t\sin\varphi_1)(A_7 r\sin\varphi_1 - A_6 t\sin\varphi_2)}{\Delta^2(r,t,\varphi_-)}
\end{aligned} \tag{5}$$

$$K_{21}(r,t) = K_{12}(r,t,\varphi_2,\varphi_1,B_j)$$

$$K_{22}(r,t) = K_{11}(r,t,\varphi_2,B_j)$$

$$\Delta(r,t,\alpha) = r^2 + t^2 - 2rt\cos\alpha, \qquad \varphi_- = \varphi_1 - \varphi_2$$

$$A_1(k,\nu_1,\nu_2)=\frac{k\left[k(3-\nu_1)(1+\nu_2)+2(1-\nu_1)(1-\nu_2)\right](3-\nu_1)}{(3-\nu_1)\left[k(3-\nu_1)+1+\nu_1\right]\left[3-\nu_2+k(1+\nu_2)\right]}-$$

$$-\frac{\left[8-(1+\nu_1)(3-\nu_1)\right](3-\nu_2)}{(3-\nu_1)\left[k(3-\nu_1)+1+\nu_1\right]\left[3-\nu_2+k(1+\nu_2)\right]}$$

$$A_2(k,\nu_1)=\frac{(k-1)(1+\nu_1)}{k(3-\nu_1)+1+\nu_1},\quad A_3(k,\nu_1)=\frac{2(k-1)(1+\nu_1)^2}{(3-\nu_1)\left[k(3-\nu_1)+1+\nu_1\right]}$$

$$A_4(k,\nu_1,\nu_2)=\frac{8\left[k(3-\nu_1)+3-\nu_2\right]}{(3-\nu_2)\left[k(3-\nu_1)+1+\nu_2\right]\left[k(3-\nu_2)+1+\nu_2\right]}$$

$$A_5(k,\nu_1,\nu_2)=\frac{4\left[k(3-\nu_1)(1-\nu_2)-(3-\nu_2)(1-\nu_2)\right]}{(3-\nu_2)\left[k(3-\nu_1)+1+\nu_1\right]\left[k(3-\nu_2)+1+\nu_2\right]}$$

$$A_6(k,\nu_1,\nu_2)=\frac{4(1+\nu_2)}{(3-\nu_1)\left[k(1+\nu_2)+3-\nu_2\right]}$$

$$A_7(k,\nu_1)=\frac{4(1+\nu_1)}{(3-\nu_1)\left[k(3-\nu_1)+1+\nu_1\right]}$$

$$B_j(k,\nu_1,\nu_2)=A_j\left(\frac{1}{k},\nu_2,\nu_1\right)\quad j=1,4,5,6.$$

$$B_j(k,\nu_1)=A_j\left(\frac{1}{k},\nu_2\right)\quad j=2,3,7;\quad k=\mu_2/\mu_1$$

μ_1,μ_2- модули сдвига, а ν_1, ν_2 - коэффициенты Пуассона материалов полубесконечных пластин.

Используя (2) и (3) и реализуя условия совместимости деформации стрингеров и пластины, после некоторых выкладок приходим к следующей системе сингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных контактных напряжений $\tau_i(r)$ $(i=1,2)$:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\infty K_{11}(r,t)\tau_1^-(t)\,dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^1 K_{12}^-(r,t)\tau_2^*(t)\,dt=$$
$$=\lambda_1\vartheta(1-r)\int_0^\infty\vartheta(r-t)\tau_1^-(t)\,dt+g^+(r),\quad(0<r<\infty)\tag{6}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}K_{21}^{\bullet}(r,t)\tau_1^{-}(t)\,dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}K_{22}^{\bullet}(r,t)\tau_2^{\bullet}(t)\,dt= \\ =\lambda_2\int_{-1}^{1}\vartheta(r-t)\tau_2^{\bullet}(t)\,dt,\quad (-1<r<1) \tag{7}$$

здесь $\vartheta(x)$ - функция Хевисайда,

$$\tau_1^{-}(r)=\vartheta(1-r)\tau_1(ar),\qquad \lambda_1=ahl_1/E_s^{(1)}F_s$$

$$\tau_2^{\bullet}(r)=\tau_2(\alpha r+\beta),\qquad \lambda_2=\alpha\gamma hl_2/E_s^{(2)}F_s$$

$$g^{+}(r)=\frac{1}{\pi}\vartheta(r-1)\int_{0}^{\infty}K_{11}(r,t)\tau_1^{-}(t)\,dt$$

$$K_{12}^{-}(r,t)=\vartheta(1-r)K_{12}(r,\rho)\gamma,\qquad \rho=\gamma t+\gamma_1$$

$$K_{21}^{\bullet}(r,t)=K_{12}(\bar{r},t),\qquad \bar{r}=\gamma r+\gamma_1$$

$$K_{22}^{\bullet}(r,t)=K_{11}(\xi\eta),\qquad \xi=r+\gamma_0;\qquad \eta=t+\gamma_0$$

$$\gamma=\frac{\alpha}{a},\qquad \gamma_1=\frac{\beta}{a},\qquad \gamma_0=\frac{\beta}{\alpha},\qquad \alpha=\frac{c-b}{2},\qquad \beta=-\frac{c+b}{2}$$

$E_s^{(1)}$, $E_s^{(2)}$ - модули упругости стрингеров, F_s - площадь поперечного сечения стрингеров.

Функции $K_{11}(r,t)$ и $K_{12}(r,t)$ даются формулами (4) и (5). Из (4) видно, что ядро $K_{11}(r,t)$ помимо особенности типа Коши имеет также неподвижную особеннсстъ в точке $r=t=0$.

Таким образом, решение поставленной выше задачи сводится к решению сингулярных интегральных уравнений (6) и (7) с неподвижной особенностью в точке нуль.

Отметим, что решения уравнения (6), (7) должны удовлетворять еще условиям равновесия (1).

Переходим к построению решения системы уравнений (6) и (7). В (6), считая $\tau_2^{\bullet}(r)$ известной и следуя методике, изложенной в [9], сделаем в нем замену переменных $t=e^{u}$, $r=e^{v}$ и применяя к нему интегральное преобразование Фурье, после некоторых довольно громоздких выкладок получим

$$\overline{K}(\alpha)\overline{\tau}_1^{-}(\alpha)+\frac{\lambda_1}{\alpha}\overline{\tau}_1^{-}(\alpha-i)=\bar{f}^{-}(\alpha)+\overline{g}^{+}(\alpha)\qquad \left(-1<\operatorname{Im}\alpha<-n_0\right) \tag{8}$$

где

$$\overline{K}(\alpha)=\frac{1}{\operatorname{sh}\pi\alpha}\left[\operatorname{ch}\pi\alpha+A_1\operatorname{ch}(\alpha+i)\psi-\right.$$

$$\left.-A_2(\alpha+i)\sin 2\varphi_1\operatorname{sh}(\alpha+i)\psi+A_3(\alpha+i)^2\sin^2\varphi_1\operatorname{ch}(\alpha+i)\psi\right]$$

$$n_0=i\alpha_1,\quad \overline{K}(\alpha_1)=0,\quad \psi=\pi-2\varphi_1$$

$$\bar{f}^-(\alpha)=\frac{1}{\pi i}\int_{-1}^{1}\overline{K}_{12}^-(\alpha,\rho)\tau_2^*(\rho)d\rho$$

$$\overline{K}_{12}^-(\alpha,\rho)=\gamma\int_0^1 K_{12}(r,\rho)r^{i\alpha-1}\,dr=$$

$$=\gamma\sum_{m=0}^{n}(-1)^m\frac{\Gamma(i\alpha)}{\Gamma(1+m+i\alpha)}\left.\frac{\partial^m K_{12}(r,\rho)}{\partial r^m}\right|_{r=m}- \tag{9}$$

$$-(-1)^n\frac{\gamma\Gamma(i\alpha)}{\Gamma(1+n+i\alpha)}\int_0^1\frac{\partial^{n+1}}{\partial r^{n+1}}K_{12}(r,\rho)r^{n+i\alpha}\,dr,\quad (\operatorname{Im}\alpha<0)$$

$\Gamma(x)$ - известная гамма-функция, $\overline{\tau}_1^-(\alpha)$ и $\overline{g}^+(\alpha)$ являются трансформантами Фурье функции $\tau_1^-(\alpha)$ и $g^+(\alpha)$ соответственно.

Функциональное уравнение (8) решается методом факторизации. Оно представляется в виде

$$\overline{\tau}_1^-(\alpha)=\frac{a_0}{\overline{K}^-(\alpha)}-\lambda_1\frac{\overline{H}^-(\alpha)}{\overline{K}^-(\alpha)}+\frac{\overline{F}^-(\alpha)}{\overline{K}^-(\alpha)}-\frac{\lambda_1P_1a^{-1}-f_0}{\alpha\overline{K}^-(0)},\quad (-1<\operatorname{Im}\alpha<-n_0) \tag{10}$$

где a_0 - неизвестная постоянная, которое определяется из первого уравнения из (1),

$$\overline{K}(\alpha)=\overline{K}^+(\alpha)\overline{K}^-(\alpha),\quad (-1<\operatorname{Im}\alpha<-n_0)$$

$$\overline{K}^+(\alpha)=\frac{\overline{M}^+(\alpha)}{\overline{L}^+(\alpha)},\quad \overline{K}^-(\alpha)=\frac{\overline{M}^-(\alpha)}{\overline{L}^-(\alpha)}$$

$$\overline{M}^+(\alpha)=\frac{\Gamma(1/2-i\alpha)}{\Gamma(1-i\alpha)},\quad \overline{M}^-(\alpha)=\frac{\alpha}{2}\frac{\Gamma(1/2+i\alpha)}{\Gamma(1+i\alpha)}$$

$$\overline{L}^\pm(\alpha)=\exp\left[\mp\overline{R}^\pm(\alpha)\right]$$

$$\overline{R}(\alpha)=\overline{R}^+(\alpha)\,\overline{R}^-(\alpha)=\ln G(\alpha)$$

$$\overline{R}^{+}(\alpha)=\int_{0}^{\infty}R(u)e^{i\alpha u}\,du,\quad \overline{R}^{-}(\alpha)=\int_{-\infty}^{0}R(u)e^{i\alpha u}\,du$$

$$G(\alpha)=\frac{1}{\operatorname{ch}\pi\alpha-1}\left[\operatorname{ch}\pi\alpha-A_1\operatorname{ch}(\alpha+i)\psi-\right.$$
$$\left.-A_2(\alpha+i)\sin 2\varphi_1\operatorname{sh}(\alpha+i)\psi+A_3(\alpha+i)^2\sin^2\varphi_1\operatorname{ch}(\alpha+i)\psi\right]$$

$$\overline{F}(\alpha)=\overline{F}^{+}(\alpha)+\overline{F}^{-}(\alpha),\quad \overline{H}(\alpha)=\overline{H}^{+}(\alpha)+\overline{H}^{-}(\alpha)$$

$$\overline{F}(\alpha)=\frac{1}{\alpha}\left[\frac{\alpha\bar{f}^{-}(\alpha)}{\overline{K}^{+}(\alpha)}-\frac{f_0}{\overline{K}^{+}(0)}\right]$$

$$\overline{H}(\alpha)=\frac{1}{\alpha}\left[\frac{\overline{\tau}_1^{-}(\alpha-i)}{\overline{K}^{+}(\alpha)}-\frac{\overline{\tau}^{-}(-i)}{\overline{K}^{+}(0)}\right] \tag{11}$$

$$f_0=\operatorname*{Res}_{\alpha=0}\left[\alpha\bar{f}^{-}(\alpha)\right],\quad \overline{\tau}_1^{-}(-i)=P_1/a$$

далее поступим так, как в работах [9, 10]. Функции $\overline{\tau}^{-}(\alpha)$, $\overline{H}^{-}(\alpha)$, $\overline{K}^{-}(\alpha)$ и $\overline{F}^{-}(\alpha)$ регулярны при $\operatorname{Im}\alpha<-n_0$. Аналитическое продолжение функции $\overline{F}^{-}(\alpha)$, как следует из (9), имеет простые полюса в точках $\alpha=in$ $(n=1,2,\ldots)$, а функции $\overline{\tau}_1^{-}(\alpha)$ - в точках $\alpha=\alpha_1+in$, $\alpha=\alpha_k+in$, $\alpha=-\overline{\alpha}_k+in$ $(n=0,1,2,\ldots;\ k=2,3,\ldots)$, где $\alpha_1=-in_0$ и α_k $(k=2,3,\ldots)$, корни уравнения $\overline{K}(\alpha)=0$, расположенные в порядке

$$0<\operatorname{Im}\alpha_k<\operatorname{Im}\alpha_{k+1},\quad \operatorname{Re}\alpha_k>0\quad (k=2,3,\ldots)$$

Функция $\overline{H}^{-}(\alpha)$ имеет те же полюса, что и $\overline{\tau}_1^{-}(\alpha)$, кроме точек $\alpha=\alpha_1$, $\alpha=\alpha_k$ и $\alpha=-\overline{\alpha}_k$. Эти результаты вытекают из обсуждения функционального уравнения (10) и из выражения (11).

Введем обозначения

$$m^{-\varepsilon}X_m=\operatorname*{Res}_{\alpha=\alpha_m}\overline{\tau}_1^{-}(\alpha),\quad m^{-\varepsilon}Y_m=\operatorname*{Res}_{\alpha=-\overline{\alpha}_m}\overline{\tau}_1^{-}(\alpha),\quad 0<\varepsilon<1/2$$

Тогда можно получить следующие представления:

$$\tau_1^{-}(r)=i\sum_{m=1}^{\infty}\left[\left(\sum_{n=0}^{\infty}(-\lambda_1)^n b_{nm}^{(1)}r^{n-i\alpha_m}\right)m^{-\varepsilon}X_m+\right.$$
$$\left.+\left(\sum_{n=0}^{\infty}(-\lambda_1)^n b_{nm}^{(2)}r^{n+i\overline{\alpha}_m}\right)m^{-\varepsilon}Y_m\right] \tag{12}$$

$$\overline{H}^{-}(\alpha)=\sum_{m=1}^{\infty}\left[\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\lambda_1)^n(\alpha_m+in+i)^{-1}}{(\alpha-\alpha_m-in-i)\overline{K}^{+}(\alpha_m+in+i)}b_{nm}^{(1)}\right)m^{-\varepsilon}X_m+\right.$$

$$\left.+\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\lambda_1)^n(-\overline{\alpha}_m+in+i)^{-1}}{(\alpha+\overline{\alpha}_m-in-i)\overline{K}^{+}(-\overline{\alpha}_m+in+i)}b_{nm}^{(2)}\right)m^{-\varepsilon}Y_m\right] \qquad (13)$$

$$\overline{F}^{-}(\alpha)=\sum_{m=1}^{\infty}I_{\alpha m}\int_{-1}^{1}\frac{1}{(\gamma_1+\gamma\rho)^{m+1}}\tau_2^{*}(\rho)\,d\rho \qquad (14)$$

$$I_{\alpha m}=\frac{-\gamma}{\pi\overline{K}^{+}(im)(\alpha-im)}\left[A_4\cos\varphi_-\cos(m+1)\varphi_- -\right.$$
$$-A_5\sin\varphi_-\sin(m+1)\varphi_- + A_6(m+1)\sin\varphi_2\sin((m+1)\varphi_- +\varphi_1)+$$
$$\left.+A_7(m+1)\sin\varphi_1\sin(m\varphi_- +\varphi_1)\right]$$

$$b_{nm}^{(1)}=\prod_{\rho=1}^{n}\frac{1}{(\alpha_m+i\rho)\overline{K}(\alpha_m+i\rho)},\qquad b_{nm}^{(2)}=\prod_{\rho=1}^{n}\frac{1}{(-\overline{\alpha}_m+i\rho)\overline{K}(-\overline{\alpha}_m+i\rho)}$$

$$b_{0m}^{(1)}=b_{0m}^{(2)}=1$$

Здесь α_k - корни уравнения $\overline{K}(\alpha)=0$, для которых получена асимптотическая формула

$$\alpha_k=\frac{\pi}{\pi-|\psi|}\left[(2k+1)i+\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\pi\sin\varphi_1}{\pi-|\psi|}\sqrt{|A_3|}(2k+1)\right)\right]\quad \text{при } k\to\infty$$

При мнимом α_m в формулах (12) и (13) следует поставить $Y_m=0$.

Далее, ищем $\tau_2^{*}(x)$ в виде

$$\tau_2^{*}(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\sum_{n=0}^{\infty}Z_nT_n(x),\quad |x|<1 \qquad (15)$$

где $T_n(x)$ - многочлены Чебышева первого рода.

Используя (12)-(15), из (7) и (10) получим следующую систему бесконечных систем линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов X_n, Y_n и Z_n:

$$Z_m+\sum_{n=1}^{\infty}B_{nm}Z_n+\sum_{n=1}^{\infty}\left[B_{mn}^{(1)}X_n+B_{mn}^{(2)}Y_n\right]=-Z_0B_m\quad (m=1,2,\ldots) \qquad (16)$$

$$X_m+\lambda_1 C_m(\alpha_m)\sum_{n=1}^{\infty}\left[R_{mn}^{(1)}X_n+R_{mn}^{(2)}Y_n\right]+C_m(\alpha_m)\sum_{n=1}^{\infty}L_{mn}Z_n=$$
$$=C_m(\alpha_m)\left[a_0-\frac{\lambda_1 a^{-1}P+f_0}{\alpha_m\overline{K}^{+}(0)}-Z_0L_{m0}\right]\quad (m=1,2,\ldots) \tag{17}$$

$$Y_m+\lambda_1 C_m(-\overline{\alpha}_m)\sum_{n=1}^{\infty}\left[\widetilde{R}_{mn}^{(1)}X_n+\widetilde{R}_{mn}^{(2)}Y_n\right]+C_m(-\overline{\alpha}_m)\sum_{n=1}^{\infty}\widetilde{L}_{mn}Z_n=$$
$$=C_m(-\overline{\alpha}_m)\left[a_0+\frac{\lambda_1 a^{-1}P+f_0}{\overline{\alpha}_m\overline{K}^{+}(0)}-Z_0\widetilde{L}_{m0}\right]\quad (m=1,2,\ldots) \tag{18}$$

где

$$C_m(\alpha_m)=\frac{\overline{K}^{+}(\alpha_m)}{\overline{K}'(\alpha_m)}m^{\varepsilon},\qquad \overline{K}'(\alpha_m)=\frac{d\overline{K}(\alpha)}{d\alpha}$$

$$B_{mn}=\frac{2}{\pi^2}\int_{-1}^{1}\left[\int_{-1}^{1}K_{22}^{**}(r,t)\frac{T_n(t)}{\sqrt{1-t^2}}dt\right]\sqrt{1-r^2}\,U_{m-1}(r)\,dr$$

$$K_{22}^{**}(r,t)=K_{22}^{*}(r,t)-\frac{1}{t-r}-\pi\lambda_2\vartheta(r-t)$$

$$B_{mn}^{(1)}=\frac{\delta_m}{m^{\varepsilon}(1-i\alpha_n)}-B_{mn0}^{(1)}+\sum_{k=1}^{\infty}B_{mnk}^{(1)}$$

$$\delta_m=\frac{2i}{\pi^2}\int_{-1}^{1}K_{21}^{*}(r,1)\sqrt{1-r^2}\,U_{m-1}(r)\,dr$$

$$B_{mn0}^{(1)}=\frac{i}{\pi^2 n^{\varepsilon}(1-i\alpha_n)}\left[\frac{1}{m-1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}\sqrt{1-r^2}\,U_{m-2}(r)\,t^{1-i\alpha_n}\frac{\partial^2 K_{21}^{*}}{\partial r\partial t}\,drdt-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{m+1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}\sqrt{1-r^2}\,U_{m}(r)\,t^{1-i\alpha_n}\frac{\partial^2 K_{21}^{*}}{\partial r\partial t}\,drdt\right]$$

$$B_{mnk}^{(1)}=\frac{i(-\lambda_1)^k b_{kn}^{(1)}}{\pi^2 n^{\varepsilon}}\left[\frac{1}{m-1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}\sqrt{1-r^2}\,U_{m-2}(r)\,t^{k-i\alpha_n}\frac{\partial K_{21}^{*}}{\partial r}\,drdt-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{m+1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}\sqrt{1-r^2}\,U_{m-1}(r)\,t^{k-i\alpha_n}\frac{\partial K_{21}^{*}}{\partial r}\,drdt\right].$$

$$R_{mn}^{(1)} = n^{-\varepsilon} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\lambda_1)^k (\alpha_n + ik + i)^{-1} b_{kn}^{(1)}}{(\alpha_m - \alpha_n - ik - i)\overline{K}^{+}(\alpha_n + ik + i)}$$

$$R_{mn}^{(2)} = n^{-\varepsilon} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\lambda_1)^k (-\overline{\alpha}_n + ik + i)^{-1} b_{kn}^{(2)}}{(\alpha_m + \overline{\alpha}_n - ik - i)\overline{K}^{+}(-\overline{\alpha}_n + ik + i)}$$

$$L_{m0} = \sum_{k=1}^{\infty} I_{\alpha_m k} \int_{-1}^{1} \frac{d\rho}{\sqrt{1-\rho^2}(\gamma_1 + \gamma\rho)^{m+1}}$$

$$L_{m1} = \sum_{k=1}^{\infty} I_{\alpha_m k} \int_{-1}^{1} \frac{1}{(\gamma_1 + \gamma\rho)^{m+1}} \frac{\rho d\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}$$

$$L_{mn} = \frac{1}{2n(n^2-1)} \sum_{k=1}^{\infty} I_{\alpha_m k} \int_{-1}^{1} \frac{d^2}{d\rho^2}\left[(\gamma_1 + \gamma\rho)^{-k-1}\right] \times$$
$$\times \left[(n+1)U_{n-2}(\rho) - (n-1)U_n(\rho)\right]\sqrt{1-\rho^2}\, d\rho$$

$U_n(x)$ - многочлены Чебышева второго рода.

Выражения для коэффициентов бесконечной системы (18) $\widetilde{R}_{mn}^{(1)}$, $\widetilde{R}_{mn}^{(2)}$ и $\widetilde{L}_{mn}$ получаются из $R_{mn}^{(1)}$, $R_{mn}^{(2)}$ и L_{mn}, соответственно, если в последних вместо α_m положить $-\overline{\alpha}_m$.

В случае мнимого α_m следует в (16) и (17) положить $Y_k = 0$ и не рассматривать (18) при $m = k$.

Не трудно убедиться [10], что совокупность бесконечных систем линейных алгебраических уравнений (16)-(18) квазивполне регулярна при $a < b$. Следует еще отметить, что если стрингеры находятся в одной полуплоскости и $\varphi_1 = \varphi_2$, то всегда $a < b$, то есть соответствующие бесконечные системы всегда квазивполне регулярны.

Постоянные a_0 и Z_0 определяются из условия равновесия стрингеров (1), а для f_0 получаем

$$f_0 = \frac{M}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{\tau_2^{*}(t)}{\gamma_1 + \gamma t} dt$$

где

$$M = A_4 \cos^2(\varphi_1 - \varphi_2) - A_5 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2) + A_6 \sin\varphi_2 \sin(2\varphi_1 - \varphi_2) - A_7 \sin^2\varphi_1$$

В табл. 1 приведены значения корней $\overline{K}(\alpha) = 0$ при $0 < \operatorname{Im}\alpha < 1$, которые характеризуют особенности контактных напряжений на конце стрингера, выходящего на линию раздела материалов пластины в зависимости от угла φ_1 и $k = \mu_2 / \mu_1$ при $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$

Таблица 1

φ_1° \ k	0	1/4	1/2	3/2	1	2	5	10
10	0.441	0.461	0.482	0.490	0.5	0.562	0.620	0.691
20	0.361	0.423	0.453	0.481	0.5	0.603	0.671	0.742
30	0.264	0.375	0.432	0.473	0.5	0.620	0.701	0.762
45	0.021	0.324	0.416	0.471	0.5	0.622	0.712	0.791
60	0.127	0.312	0.412	0.470	0.5	0.642	0.714	0.793
70	0.168	0.336	0.414	0.471	0.5	0.645	0.720	0.793
80	0.220	0.352	0.423	0.472	0.5	0.645	0.721	0.795
90	0.237	0.358	0.425	0.472	0.5	0.645	0.722	0.796

В заключении отметим, что если $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$, то получим решение задачи, рассмотренное в [10]. В случае $Z_k = 0$, системы (16) - (18) соответствуют решению задачи, рассмотренной в [8, 9].

Литература

1. *Муки Р., Стернберг Э.* Передача нагрузки от растягиваемого поперечного стержня к полубесконечной пластинке.- Прикл. мех. Тр. Америк. о-ва инж-мех, сер. Е., 1968, т. 35, № 4.
2. Развитие теории контактных задач в СССР.-М.: Наука, 1976. 486 с.
3. *Саркисян В. С.* Контактные задачи для полуплоскостей и полос с упругими накладками.- Ереван: Изд. ЕГУ, 1983. 256с.
4. *Григолюк Э. И., Толкачев В. М.* Контактные задачи теории пластин и оболочек.- М.: Машиностроение, 1980.
5. *Фильштинский Л. А.* Об особенностях поля напряжений в упругой анизотропной полуплоскости с выходящим на границу ребром.- Прикл. механика, 1981, т. 17, № 10.
6. *Григорян Э. Х.* Об одной задаче для упругой полуплоскости, содержащей упругое конечное включение.- Уч. зап. ЕГУ, 1982, № 2.
7. *Григорян Э. Х.* Задача для кусочно-однородной бесконечной пластины с конечным стрингером, выходящим на границу раздела сред.- Тезисы докл. III Всес. конф. по смешанным задачам деформ. тверд. тела. Харьков, 1985.
8. *Кривой А. Ф., Попов Г. Я., Радиолло М. В.* Некоторые задачи о произвольно ориентированном стрингере в составной анизотропной плоскости.- ПММ, 1986, № 4.
9. *Григорян Э. Х.* Об одном подходе к решению задач для упругой полуплоскости, содержащей упругое конечное включение, выходящее на границу полуплоскости.- Межвуз. сб. науч. тр. механика, Изд-во ЕГУ, 1987, № 6.

10. *Григорян Э. Х.* Контактная задача для кусочно-однородной бесконечной пластины с конечными стрингерами.- Уч. зап. ЕГУ, 1988, № 3.

Институт механики НАН Армении
Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию
12.08.1993