ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 48, № 1, 1995 Механика

О ВЛИЯНИИ НАЧАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ НА СТАТИЧЕСКУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ТОКОНЕСУЩЕЙ ПЛАСТИНКИ

ВАРДАНЯН Л. В.

Լ. Վ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

ՀՈՍԱՆՔԱԿԻՐ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ՍԱԼԻ ՍՏԱՏԻԿ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ ՍԿԶԲՆԱԿԱՆ ԼԱՐՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ուսումնասիրվում է հոսանքակիր ուղղանկյուն սալի ստատիկ կայունության վրա սկզբնական լարվածային վիճակի ազդեցությունը:

Տարբեր եզրային պայմաններում ստացված են էլեկտրական հոսանքի խտության կրիտիկական արժեքները:

Ցույց է տրված, որ սկզբնական լարվածային վիճակի հաշվի առնելը բերում է էլեկտրական հոսանքի խտության մինիմալ կրիտիկական արժեքի աննշան փոքրացման:

L. V. VARDANIAN

ABOUT THE INITIAL STRESSES INFLUENCE ON STATIC STABILITY OF THE RECTANGULAR CURRENT-CARRING PLATE

В настоящей работе рассматривается влияние начального напряженного состояния на статическую устойчивость прямоугольной токонесущей пластинки. При различных условиях найдены критические значения плотности тока.

Показано, что учет начального напряженного состояния приводит к незначительному снижению минимальной критической плотности тока, при которой пластинка теряет устойчивость.

1. Пусть упругая электропроводящая прямоугольная пластинка толщиной $2h$, шириной a и длиной b расположена в декартовой системе координат (x_1, x_2, x_3) так, что срединная плоскость пластинки совпадает с координатной плоскостью $(x_1 0 x_2)$.

В пластинке по направлению $0x_1$ — распределенный электрический ток плотностью J_0.

Для начального напряженного состояния пластинки, обусловленного сторонним током, принимается следующий модельный вариант:

$$u_1^0 \to 0 \text{ при } x_1 \to \pm\infty$$

$$\sigma_{22}^0 \to 0 \text{ при } x_2 \to \pm\infty$$

Тогда получим

$$\sigma_{11}^0=\nu_3\sigma_{33}^0$$
$$\sigma_{22}^0=0$$
$$\sigma_{ik}^0=0 \tag{1.1}$$
$$\sigma_{33}^0=\frac{2\pi}{c^2}J_0(x_3^2-h^2)$$

где ν_3—поперечный коэффициент Пуассона.

Полагая, что вследствие возмущения пластинки возмущение магнитного поля является малым, получаем следующее уравнение магнитостатики [1]:

$$\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial x_3^2}=0 \tag{1.2}$$

Задача рассматривается в рамках гипотезы Кирхгофа.

При малых упругих деформациях [3] условие непротекания тока приводит к следующим граничным условиям:

$$h_2=\frac{4\pi}{c}J_0w \quad \text{при} \quad x_3=\mp h \tag{1.3}$$

Согласно (1.1) для рассмотрения задачи устойчивости токонесущей пластинки приходим к следующему исходному уравнению возмущенного состояния пластинки [2]:

$$\frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}\Delta^2w+\frac{2J_0}{c}\int_{-h}^{h}x_3\frac{\partial h_2}{\partial x_2}dx_3-$$
$$-\frac{8\alpha h}{c^2}J_0^2\left[w+\frac{h^2}{3}\left(\frac{h^2\nu_3}{5}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\Delta w-\frac{\partial^2w}{\partial x_2^2}-\nu_3\frac{\partial^2w}{\partial x_1^2}\right)\right]=0 \tag{1.4}$$

2. Рассмотрим задачу, когда прямоугольная пластинка шарнирно закреплена по всему контуру

$$w=0,\quad \frac{\partial^2w}{\partial x_1^2}=0 \quad \text{при} \quad x_1=0,\quad x_1=b$$
$$w=0,\quad \frac{\partial^2w}{\partial x_2^2}=0 \quad \text{при} \quad x_2=0,\quad x_2=a \tag{2.1}$$

Тогда, решения уравнений (1.2) и (1.4), удовлетворяющие граничным условиям (1.3), (2.1), представляются следующим образом:

$$w=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}w_{mn}\sin\alpha_mx_1\sin\beta_nx_2,\qquad \alpha_m=\frac{m\pi}{b}$$
$$h_2=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}g_{mn}(x_3)\sin\alpha_mx_1\sin\beta_nx_2,\qquad \beta_n=\frac{n\pi}{a} \tag{2.2}$$

Подставляя h_2 из (2.2) в (1.2) и (1.3), приходим к следующим уравнениям и граничным условиям для определения функции $g_{mn}(x_3)$:

$$\lambda_2=\sqrt{\sqrt{\frac{p}{D}\left(1+\frac{\alpha_m^2 h^2}{3}(1+\nu_3)+\frac{ph^4}{36D}\right)}-\alpha_m^2-\frac{ph^2}{6D}}$$

Пользуясь граничными условиями (4.5) из (4.6), находим

$$(y\,\mathrm{th}\,x-x\,\mathrm{tg}\,y)(y\,\mathrm{tg}\,y+x\,\mathrm{th}\,x)=0 \tag{4.8}$$

$$\text{где}\quad x=\frac{\lambda_1 a}{2},\qquad y=\frac{\lambda_2 a}{2}$$

Из (4.7) имеем

$$\begin{aligned} x^2+y^2&=\frac{a^2}{2}\sqrt{\frac{p}{D}\left(1+\frac{\alpha_m^2 h^2}{3}(1+\nu_3)+\frac{ph^4}{36D}\right)} \\ x^2-y^2&=\frac{a^2}{2}\left(\alpha_m^2+\frac{ph^2}{6D}\right) \end{aligned} \tag{4.9}$$

Пользуясь уравнениями (4.8) и (4.9), определим критическую плотность электрического тока.

5. Предположим что,

$$p\ll\frac{6D\pi^2}{h^2a^2}\left(\frac{ma}{b}\right)^2 \tag{5.1}$$

Тогда, из (4.8) и (4.9) получим

$$p=k\frac{\pi^4 D}{a^4}\left(\frac{ma}{b}\right)^2$$

$$y\,\mathrm{tg}\,y+x\,\mathrm{th}\,x=0,\quad x^2-y^2=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi ma}{b}\right)^2 \tag{5.2}$$

В (5.2)

$$k=\frac{4}{\pi^4}\left(\frac{b}{ma}\right)^2(x^2+y^2)^2 \tag{5.3}$$

Согласно [4], при $b/ma=0{,}662$ получаем $K=6{,}97$. Тогда, для минимального критического тока, при котором пластинка теряет устойчивость, получим

$$p_{\text{кр}}=15{,}89\frac{D\pi^4}{a^4} \tag{5.4}$$

При принятом допущении (5.1) имеем

$$\frac{h}{a}\ll 0{,}296 \tag{5.5}$$

Условие (5.5) приемлемо в теории пластин и поэтому условие (5.1) вполне оправдано.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.** Магнитоупругость тонких оболочек и пластин.—М.: Наука, 1977. 272 с.
2. **Амбарцумян С. А., Белубекян М. В.** Колебания и устойчивость токонесущих упругих пластин.—Ереван: АН Армении, 1992. 123 с.
3. **Белубекян М. В.** О статической устойчивости токонесущей пластинки.—Докл. АН АрмССР, 1982, т. 74, №5, с. 208—212.
4. **Вольмир А. С.** Устойчивость упругих систем.—М.: Физматгиз, 1963. 879 с.

Армгоспединститут им. Х. Абовяна

Поступила в редакцию
8.06.1993