ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 48, № 1, 1995 Механика

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ (ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ) НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН МАЛОЙ АМПЛИТУДЫ

АВЕТИСЯН А. С.

Ա. Ս. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

ՆԱԽՆԱԿԱՆ ԷԼԵԿՏՐԱԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՎԻՃԱԿԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՓՈՔՐ ԼԱՅՆՈՒՅԹՈՎ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ՎՐԱ (ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՈՉ ԳԾԱՅՆՈՒԹՅՈՒՆ)

Ստացված են գծայնացված նյութական հավասարումները կամայական համաչափության պիեզոէլեկտրիկ և արտաքին ոչ նյութական միջավայրերի համար, ըստ նախնական էլեկտրաառաձգական վիճակի։ Քննարկվում են հնարավոր նախնական վիճակները կախված եզրային պայմաններից։ Դիտարկվում է փոքր լայնույթով ալիքների տարածումը արտաքին զուգահեռ էլեկտրական դաշտում գտնվող 6mm *դասի պիեզոէլեկտրիկ շերտում։ Կարճ ալիքների դեպքում ստացված է նախնական վիճակի ազդեցության նկարագիրը սահքի ալիքի վրա։*

A. S. AVETISYAN

INTLUENCE OF INITIAL ELECTROELASTIC STATE (GEOMETRICAL NONLINEARITY) ON SMALL AMPLITUDE WAVES PROPAGATION

Одним из важнейших проблем волновой физики является задача распространения волн малой амплитуды при наличии в теле постоянных (или переменных) электромагнитомеханического состояния. Ранее разными авторами [1—2] и др. была развита линеаризованная теория электромагнитоупругости, где нечетко разделяются нелинейные эффекты по их происхождению, а также есть некоторые неточности в общих соотношениях нелинейной теории электромагнитоупругости.

На основе полученных в [3] основных уравнений нелинейной электроупругости пьезоэлектрического диэлектрика ($\rho_e = 0$) рассматривается распространение электроупругих поверхностных волн малой амплитуды в пьезодиэлектрике при наличии начального электроупругого состояния. При этом учитывается только геометрическая нелинейность.

Пьезодиэлектрическая среда занимает область $|x_1| < \infty$, $|x_2| < h$, $|x_3| < \infty$, где решаются уравнения движения упругой среды

$$\frac{\partial L_{ij}}{\partial x_i} = \rho_0 \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}; \quad i, j = 1, 2, 3; \tag{1.1}$$

и уравнения электромагнетостатики

$$\frac{\partial D_n}{\partial x_n}=0, \quad \frac{\partial B_p}{\partial x_p}=0, \qquad n, p=1, 2, 3 \tag{1.2}$$

в лагранжевой форме описания. Здесь $\hat{L}_{ij}=\hat{\sigma}_{ij}+\hat{t}_{ij}$—тензор термодинамических напряжений Лагранжа, компоненты которого с учетом только геометрической нелинейности имеют вид [3,4]

$$L_{ij}=c_{ijmn}\frac{\partial u_m}{\partial x_n}+e_{mij}\frac{\partial \Phi}{\partial x_m}+\delta_{ki}e_{mjn}\frac{\partial \Phi}{\partial x_m}\frac{\partial u_k}{\partial x_n}+$$

$$+\left(\delta_{jm}c_{inkl}+\frac{1}{2}\delta_{km}c_{ijnl}\right)\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\frac{\partial u_m}{\partial x_n} \tag{1.3}$$

Лагранжевые индукции электрического и магнитного полей с учетом конечных деформаций соответственно равны:

$$D_m=e_{mij}\frac{\partial u_j}{\partial x_j}-\varepsilon_{mn}\frac{\partial \Phi}{\partial x_n}+\frac{1}{2}\delta_{ki}e_{mnj}\frac{\partial u_k}{\partial x_n}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-$$

$$-\varepsilon_{mn}l_{nmij}\frac{\partial \Phi}{\partial x_n}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{1.4}$$

$$B_p=-\left(\mu_{kp}\frac{\partial u_n}{\partial x_n}-\mu_{kn}\frac{\partial u_p}{\partial x_n}-\mu_{pl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right)\frac{\partial \psi}{\partial x_k}-\mu_{kp}\frac{\partial \psi}{\partial x_k} \tag{1.5}$$

В материальных соотношениях (1.3)—(1.5), а также в дальнейших в материальных соотношениях внешней среды мы пользуемся выражениями лагранжевых напряженностей электрического $E_k(x_j,t)$ магнитного $H_k(x_j,t)$ полей, которые с учетом конечных деформаций описываются через градиент деформаций $\xi_{i,j}=\delta_{ij}+u_{i,j}$ и потенциалы соответствующих полей $\Phi(x_j,t)$ и $\psi(x_j,t)$

$$E_m=-\frac{\partial \Phi}{\partial x_m}-l_{mkij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial \Phi}{\partial x_k}$$

$$H_m=-\frac{\partial \psi}{\partial x_m}-l_{mkij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial \psi}{\partial x_k} \tag{1.6}$$

В соотношениях (1.3), (1.6) тензор «геометрической стрикции» l_{mkij} имеет вид

$$l_{mkij}=\delta_{im}\delta_{jk}+\delta_{ik}\delta_{jm}-\delta_{ij}\delta_{km}$$

Во внешней вакуумной области $|x_1|<\infty$, $|x_2|>h$, $|x_3|<\infty$ решаются уравнения электромагнетостатики для вакуума

$$\frac{\partial D_k^{(\pm)}}{\partial x_k}=0, \quad \frac{\partial B_k^{(\pm)}}{\partial x_k}=0, \quad n, p=1, 2, 3 \tag{1.7}$$

где индукции электрического $D_k^{(\pm)}(x_i,t)$ и магнитного полей в лагранжевой форме описания выражаются через потенциалы этих внешних полей $\Phi^{(\pm)}(x_i,t)$ и $\psi^{(\pm)}(x_i,t)$ соответственно, а также через деформации точек поверхности раздела сред $u_k^{(\pm)}(x_i,t)=u_k(x_1,\pm h,x_3,t)$ [3]:

$$D_p^{(\pm)}=-\varepsilon_0\left[\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_p}-\left(\frac{\partial u_m^{(\pm)}}{\partial x_p}+\frac{\partial u_p^{(\pm)}}{\partial x_m}\right)\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_m}+\frac{\partial u_k^{(\pm)}}{\partial x_k}\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_p}\right]$$

$$B_p^{(\pm)}=-\mu_0\left[\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_p}-\left(\frac{\partial u_m^{(\pm)}}{\partial x_p}+\frac{\partial u_p^{(\pm)}}{\partial x_m}\right)\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_m}+\frac{\partial u_k^{(\pm)}}{\partial x_k}\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_p}\right] \tag{1.8}$$

Естественно, что конечность деформаций поверхности электроупругой среды искажает («деформирует») нематериальную внешнюю среду, чем продиктованы выражения материальных уравнений (1.8). Учет «деформаций» внешней вакуумной области особенно важно в задачах о распространении поверхностных электроупругих волн.

На границах раздела сред $x_2=\mp h$ удовлетворяется непрерывность тангенциальных компонент векторов напряженностей электрического и магнитного полей

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x_m}-\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_m}+l_{mkij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x_k}-\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_m}\right]=0$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x_m}-\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_m}+l_{mkij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x_k}-\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_m}\right]=0 \tag{1.9}$$

и нормальных компонент векторов индукций этих полей

$$D_2=D_2^{(\pm)},\quad B_2=B_2^{(\pm)} \tag{1.10}$$

На недеформированной границе раздела $x_2=\pm h$ термодинамические напряжения L_{ij} должны равняться нулю:

$$L_{ij}=0 \tag{1.11}$$

Очевидно, что учет «деформирования» внешней нематериальной области усложняет запись материальных соотношений внешней среды (1.8) и граничных условий (1.9), (1.10). Кроме этого, из приведенных соотношений следует, что посредством градиента деформаций $\xi_{i,j}=\delta_{ij}+u_{i,j}$ квазистатистические электрическое и магнитное поля взаимосвязаны. Это значит, что если в пьезодиэлектрическую среду излучать электроупругую волну конечной амплитуды, то в среде индуцируется также магнитное поле.

Наряду с граничными условиями (1.9)—(1.11) для локализованных у поверхности раздела волн должны удовлетворяться также условия затухания по глубине полупространств всех волновых характеристик.

2. Переход тела из начального электромагнитоупругого состояния в состояние в данный момент времени, осуществляется путем сообщения системе дополнительных возмущений. Тогда все величины можно представить в виде суммы $f^\circ+f$. В общем случае порядок возмущений f по отношению к величинам, характеризующим начальное состояние f°, может быть произвольным. Однако, при возбуждении волн малой

амплитуды возмущения по величине намного меньше величины основного начального состояния $|f| \ll |f^{\circ}|$, что позволяет разложить все величины, характеризующие текущее электромагнитоупругое состояние в окрестности начального состояния в ряд Тейлора и ограничиться в этом ряду членами первой степени относительно возмущений f. Учитывая, что начальное электромагнитоупругое состояние определяется по вышеизложенной нелинейной краевой задаче электромагнитоупругости (1.1)—(1.11), а также пренебрегая нелинейные по возмущениям слагаемые (малые высшего порядка) получим линеаризованные соотношения электромагнитоупругости для ограниченных пьезодиэлектрических сред в виде соотношений классического пьезоэффекта:

$$L_{ij}=\tilde{c}_{ijmk}u_{m,k}+\tilde{e}_{mij}\Phi_{,m} \tag{2.1}$$

$$D_m=\tilde{e}_{mij}u_{i,j}+\tilde{\varepsilon}_{mk}\Phi_{,k}$$

$$E_m=-\tilde{g}_{mk}\Phi_{,k}-\tilde{d}_{mij}u_{i,j} \tag{2.2}$$

$$D_m^{(\pm)}=\tilde{e}_{mij}^{(\pm)}u_{i,j}^{(\pm)}-\tilde{\varepsilon}_{mk}^{(\pm)}\Phi_{,k}^{(\pm)}$$

$$E_m^{(\pm)}=-\tilde{g}_{mk}^{(\pm)}\Phi_{,k}^{(\pm)}-\tilde{d}_{mij}^{(\pm)}u_{i,j}^{(\pm)} \tag{2.3}$$

$$B_m=\tilde{b}_{mij}u_{i,j}-\tilde{\mu}_{mk}\psi_{,k}$$

$$H_m=-\tilde{g}_{mk}\psi_{,k}+\tilde{b}_{mij}u_{i,j} \tag{2.4}$$

$$B_m^{(\pm)}=\tilde{b}_{mij}^{(\pm)}u_{i,j}^{(\pm)}+\tilde{\mu}_{mk}^{(\pm)}\psi_{,k}^{(\pm)}$$

$$H_m^{(\pm)}=\tilde{g}_{mk}^{(\pm)}\psi_{,k}^{(\pm)}+\tilde{b}_{mij}^{(\pm)}u_{i,j}^{(\pm)} \tag{2.5}$$

где приведенные коэффициенты определяются по начальному электроупругому состоянию:

$$\tilde{c}_{ijmk}=c_{ijmk}+c_{ikmn}u_{j,k}^{0}+c_{ijkl}u_{m,l}^{0}+\delta_{jm}c_{inkl}u_{k,l}^{0}$$

$$+\delta_{jm}e_{kin}\Phi_{0,k}, \qquad \tilde{d}_{mij}=l_{mkij}\Phi_{0,k}$$

$$\tilde{e}_{mij}=e_{mij}-l_{ikmn}\varepsilon_{jm}\Phi_{0,n}+e_{mil}u_{j,l}^{0}$$

$$\tilde{\varepsilon}_{mk}=\varepsilon_{mk}+\varepsilon_{ik}l_{mnij}u_{j,k}^{0}, \quad \tilde{g}_{mk}=\delta_{mk}+l_{mnik}u_{i,k}^{0}$$

$$\tilde{\varepsilon}_{mk}^{(\pm)}=\varepsilon_0[\delta_{mk}(1-u_{n,n}^{0(\pm)})+(u_{m,k}^{0(\pm)}+u_{k,m}^{0(\pm)})]$$

$$\tilde{b}_{mij}^{(\pm)}=\mu_0[2\delta_{ij}\psi_{0,m}^{(\pm)}-\delta_{im}\psi_{0,j}^{(\pm)}-\delta_{jm}\psi_{0,i}^{(\pm)}]$$

$$\tilde{\mu}_{mk}^{(\pm)}=\mu_0[\delta_{mk}(1-u_{k,k}^{0(\pm)})+(u_{m,k}^{0(\pm)}+u_{k,m}^{0(\pm)})]$$

$$\tilde{\mu}_{mk}=\mu_{mk}+\mu_{jn}l_{mkij}u_{i,n}^{0}, \quad \tilde{b}_{mij}=-l_{mkij}\psi_{0,k}$$

$$\tilde{d}_{mij}^{(\pm)}=l_{mkij}\Phi_{0,k}^{(\pm)}, \quad \tilde{E}_{mk}^{(\pm)}=\delta_{mk}+l_{mkin}u_{i,n}^{0(\pm)} \tag{2.6}$$

В линеаризованных материальных уравнениях (2.1)—(2.5) очевидна обратимость вводимого начальным состоянием пьезоэффекта. Кроме того, сохраняется симметрия тензоров приведенных физических постоянных (2.6). Из материальных соотношений (2.4) и (2.5) также следует, что при наличии начального электромагнитоупругого состояния возбужденное электроупругое поле в пьезодиэлектрике сопровождается магнитными колебаниями. При исследовании распространения волн малой амплитуды в предварительно напряженном пьезодиэлектрике нужно пользоваться уравнениями электромагнитоупругости (1.1), (1.2), (1.7), (1.9)-(1.11) и линеаризированными материальными соотношениями (2.1)-(2.5) с учетом приведенных физических постоянных (2.6).

3. Рассмотрим распространение высокочастотных электроупругих волн в пьезодиэлектрическом слое из пьезокристалла класса $6mm$, главная ось симметрии которого параллельна оси ok_3. С учетом структур тензоров электроупругих постоянных пьезокристалла класса $6mm$

$$\left\{\begin{array}{cccccc|ccc}
c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\
c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\
c_{13} & e_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33} \\
0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\
e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}
\end{array}\right\} \qquad (3.1)$$

из (2.6) получается, что естественная анизотропия пьезокристалла не изменяется, если начальное электроупругое состояние образуется только из начальных удлинений $u^0_{1,1}$, $u^0_{2,2}$, $u^0_{3,3}$ и поперечного электрического поля $\Phi_{0\,3}$. В этом случае компоненты тензоров электромеханических постоянных изменяются количественно, а нулевые компоненты остаются нулями. Такого рода начальное электроупругое состояние можно создавать как посредством внешнего поперечного электрического поля $(0, 0, E_0)$, так и посредством внешнего всестороннего давления $(\sigma^0_{11}, \sigma^0_{22}, \sigma^0_{33}, 0, 0, 0)$. В этом случае естественная анизотропия претерпевает количественное изменение и влияние такого рода изменения будет рассматриваться ниже.

В случае же начального электрического поля $(E_{10}, E_{20}, 0)$ или начальных сдвигов $(0, 0, 0, \sigma^0_{23}, \sigma^0_{31}, \sigma^0_{12})$ возникают ранее несуществующие электромеханические постоянные. Это приводит к связке плоского и антиплоского деформационных полей, хотя и приведенные электромеханические постоянные по порядку намного малы от естественных постоянных. Исследование проблемы распространения волн малой амплитуды совпадает со случаем пьезодиэлектрика с общей анизотропией, когда плоское и антиплоское поля связаны.

Рассмотрим равновесное начальное электроупругое состояние пьезодиэлектрического слоя, находящегося под действием внешнего параллельного к серединой плоскости слоя x_1ox_3 электрического поля $(0,\ 0,\ E_0)$. Из граничных условий на свободных от механических нагрузок поверхностях $x_2=\pm h$ имеем

$$\sigma^0_{22}=0,\quad \sigma^0_{12}=0,\quad \sigma^0_{23}=0 \tag{3.2}$$

Начальное электроупругое состояние существенно зависит также от краевых условий на боковых поверхностях $x_1=\pm\infty$ и $x_3=\pm\infty$ слоя. В зависимости от краевых условий на боковых поверхностях, слой будет находиться в разных однородных напряженно-деформированных состояниях:

а) боковые поверхности $x_1=\pm\infty$ и $x_3=\pm\infty$ механически свободны. Тогда $\sigma^0_{11}=0$, $\sigma^0_{33}=0$, $\sigma^0_{31}=0$, а остальные компоненты электромеханического поля равны

$$\begin{gathered}
u^0_{1,1}=\frac{\Delta_1(c_{ij},e_{15},\varepsilon_{11},E_0)}{\Delta(c_{ij},e_{15},\varepsilon_{11},E_0)}\\
u^0_{2,2}=\frac{\Delta_2(c_{ij},e_{15},e_{11},E_0)}{\Delta(c_{ij},e_{15},\varepsilon_{11},E_0)},\quad u^0_{1,1}=0\\
D^0_1=D^0_2=0,\quad D^0_3=e_{15}(u^0_{1,1}+u^0_{2,2})-\varepsilon_{33}E_0
\end{gathered} \tag{3.3}$$

б) боковые края $x_1=\pm\infty$ свободны, а края $x_3=\pm\infty$ закреплены. Тогда $u^0_{3,3}=0$, $\sigma^0_{11}=0$ и начальное электроупругое поле описывается ненулевыми компонентами

$$\begin{gathered}
u^0_{1,1}=-\frac{e_{31}E_0}{c_{11}+c_{12}},\quad u^0_{2,2}=u^0_{1,1}\\
u^0_{i,k}=u^0_{k,i}=0\quad (i\neq k),\quad \sigma^0_{33}=2c_{13}u^0_{1,1}\\
D^0_1=D^0_2=0,\quad D^0_3=2e_{31}u^0_{1,1}-e_{33}E_0
\end{gathered} \tag{3.4}$$

в) боковые края $x_3=\pm\infty$ свободны, а края $x_1=\pm\infty$ закреплены. Тогда $u^0_{1,1}=0$, $\sigma^0_{33}=0$ и начальное электроупругое поле описывается ненулевыми компонентами

$$\begin{gathered}
u^0_{2,2}=-\frac{e_{33}c_{13}-e_{31}c_{33}}{c_{11}c_{33}+c^2_{13}}\,E_0\\
u^0_{3,3}=\frac{e_{31}c_{13}-e_{33}c_{11}}{c_{11}c_{33}+c^2_{13}}\,E_0\\
\sigma^0_{11}=c_{12}u^0_{2,2}-c_{13}u^0_{3,3}+e_{31}E_0\\
D^0_3=e_{31}u^0_{2,2}+e_{33}u^0_{3,3}-\varepsilon_{33}E_0
\end{gathered} \tag{3.5}$$

Приведенные начальные состояния отличаются тем, что существуют только начальные удлинения и параллельное к срединной поверхности слоя электрическое поле. Очевидно, что аналогичное начальное электроупругое состояние можно получить посредством гидростатического ($\sigma^0_{11}=\sigma^0_{22}=\sigma^0_{33}=p$) или частичного давления, (когда хотя бы одна боковая поверхность свободна от механической нагрузки). Необходимо отметить и то, что здесь приведены только случаи однородного начального электроупругого состояния.

Будем рассматривать распространение высокочастотных (коротких) электроупругих волн малой амплитуды в случае 6). Тогда приведенные коэффициенты по (2.6) с учетом (3.4) равны

$$\tilde{c}_{1k}=c_{1k}(1+2u^0_{1,1}),\quad k=1,\ 2,\ 3;$$

$$\tilde{c}_{55}=\tilde{c}_{44}=c_{44}(1+u^0_{1,1}),\quad \tilde{c}_{66}=\frac{(\tilde{c}_{11}-\tilde{c}_{13})}{2}$$

$$\tilde{e}_{24}=\tilde{e}_{15}=e_{15}(1+u^0_{1,1})+\varepsilon_{33}E_0$$

$$\tilde{\varepsilon}_{22}=\tilde{\varepsilon}_{11}=\varepsilon_{11},\quad \tilde{\varepsilon}_{33}=\varepsilon_{33}(1-2u^0_{1,1})$$

$$\tilde{\varepsilon}^{(\pm)}_{22}=\tilde{\varepsilon}^{(\pm)}_{11}=\varepsilon_0,\quad \tilde{\varepsilon}^{(\pm)}_{33}=\varepsilon_{33}(1-2u^{0(\pm)}_{1,1})$$

$$\tilde{e}^{(\pm)}_{15}=\tilde{e}^{(\pm)}_{24}=\tilde{e}^{(\pm)}_{33}=-\tilde{e}^{(\pm)}_{31}=\tilde{e}^{(\pm)}_{32}=\varepsilon_0E_0 \tag{3.6}$$

Следовательно, уравнения плоской деформации не изменяются и волны Рэлея описываются постоянными c_{1k} вместо коэффициентов $\tilde{c}_{1k}$. В задаче сдвиговых поверхностных волн имеем

$$\tilde{c}_{44}\Delta W+\tilde{e}_{15}\Delta\Phi=\rho\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$$

$$\tilde{e}_{15}\Delta W-\tilde{\varepsilon}_{11}\Delta\Phi=0 \tag{3.7}$$

в пьезодиэлектрике $|x_2|<h$ и

$$\varepsilon_0\Delta\Phi^{(\pm)}=\varepsilon_0E_0\frac{\partial^2 W^{(\pm)}}{\partial x^2} \tag{3.8}$$

во внешней вакуумной области $|x_2|>h$.

На поверхностях раздела сред $x_2=\pm h$ удовлетворяются условия

$$\tilde{c}_{44}\frac{\partial W}{\partial x_2}-\tilde{e}_{15}\frac{\partial\Phi}{\partial x_2}=0,\quad \Phi=\Phi^{(\pm)}$$

$$\tilde{e}_{15}\frac{\partial W}{\partial x_2}-\tilde{\varepsilon}_{11}\frac{\partial\Phi}{\partial x_2}=\tilde{e}^{(\pm)}_{15}\frac{\partial W^{(\pm)}}{\partial x_2}-\varepsilon_0\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_2} \tag{3.9}$$

Получается, что в этом случае поверхностная сдвиговая электроупругая волна распространяется медленнее, чем волна Гуляева-Блюстейна. Глубина проникновения волны уменьшается. Во внешнюю область проникает воздействие распространяющейся внутри пьезодиэлектрической среды упругой сдвиговой волны.

Изменение скорости зависит от начального электрического поля через параметр

$$\eta = u_{1,1}^{0} = -\frac{e_{31}E_0}{c_{11}+c_{12}}.$$

При значении начального электрического поля $E_0 = 10^{16}$ $В/м$ имеем $\eta = 10^{-4}$, что допустимо в теории конечных деформаций.

Аналогичное количественное изменение претерпевает также скорость распространения волн Рэлея.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гузь А. Н., Махорт Ф. Г.** Механика связанных полей в элементах конструкции: т. 3. Акустоэлектромагнитоупругость.—К.: Наук. Думка. 1988.
2. **Лямов В. Е.** Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах.—М.: Изд. МГУ, 1983.
3. **Аветисян А. С.** Об основных уравнениях нелинейной электроупругости пьезоэлектрического диэлектрика.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1990, т. 43, № 4, с. 41—51.
4. **Maugin G. A.** Nonlinear electromechanical effects and application.—World Sci. Publ., Singapore, 1985.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
17.12.1992