ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 47, № 3-4, 1994 Механика

УДК 539.3: 534.2

ЭЛЕКТРОУПРУГИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ СДВИГА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛУПРОСТРАНСТВ

Аветисян А.С., Маргарян Дж.М.

Ա.Ս.Ավետիսյան, Ջ.Մ.Մարգարյան

Էլեկտրաառաձգական մակերևութային սահքի ալիքները երկու պիեզոէլեկտրիկ կիսատարածությունների բաժանման եզրում

Հետազոտվում է հաղորդիչ սոսնձով միացված կիսատարածությունների եզրում սահքի մակերևութային էլեկտրաառաձգական ալիքների տարածումը: Ստացված են ալիքների գոյության պայմանները և տարածման առանձնահատկությունները՝ եզրակցված տարբեր պիեզո բյուրեղների դեպքում:

Avetisyan A.S., Margaryan J.M.

Electroelastic surface shear waves on an division surface of two piezoelectric half-space

Рассматривается распространение поверхностных сдвиговых волн по границе раздела двух пьезоэлектрических полупространств (пьезоэлектрики разных кристаллических структур — ***6mm*** гексогональной и ***43m*** кубической симметрий), склеенных электропроводящим тонким слоем. Получены условия существования и особенности распространения электроупругих волн , при разных парах пьезоэлектриков.

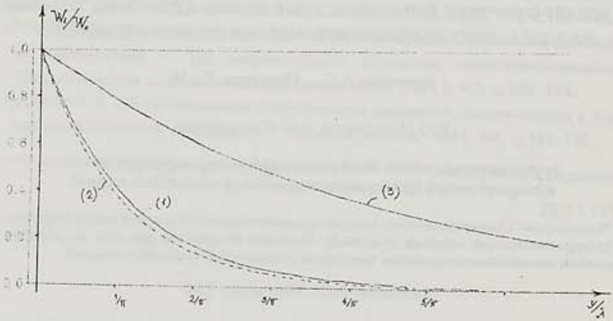
Проблеме распространения поверхностных электроупругих волн по границе раздела сред (начиная с первоисточников [1-2]) посвящено большое количество работ, обзор которых можно найти в [3]. В этих работах рассматриваются различные варианты присоединения двух пьезоэлектрических полупространств и исследуются особенности распространения электроупругих волн.

Часто в практике используется электропроводящий клей и при решении задач электромагнитоупругости необходимо учесть это в граничных условиях. Вызывает интерес также вопрос устранения или возникновения поверхностной волны в теле с помощью склеивания другого тела, если волна до этого существовала или если волна до этого не существовала. Исходя из этого, в настоящей работе исследуется распространение поверхностных сдвиговых волн $U = \left(0, 0, W(x, y, t)\right)$ на границе раздела $y = 0$ двух пьезоэлектрических полупространств, которые соединены электропроводящим клеем, механическими свойствами которого можно пренебречь из-за тонкости слоя. При этом на границе раздела $y=0$ удовлетворяются условия непрерывности антиплоских полей деформаций

$$W_1 = (x,0,t) = W_2(x,0,t), \qquad \sigma_{yz}^{(1)}(x,0,t) = \sigma_{yz}^{(2)}(x,0,t) \tag{1}$$

а также условия электрически закрытой границы для каждого пьезополупространства

$$\varphi_1(x,0,t) = 0, \quad \varphi_2(x,0,t) = 0 \tag{2}$$



Фиг. 1

(1) - $(C_{1t};0)$, (2) -$(C_{1t} > C_{2t})$, (3) - $(C_{1t} < C_{2t})$

Предполагается, что оси симметрии пьезокристаллов параллельны и направлены по координатной оси ***OZ***, а плоская волна распространяется по оси ***OX*** (фиг. 1).

1. В случае, когда граничат два пьезоэлектрика класса ***6mm*** гексогональной симметрии, для обоих сред решается система уравнений электроупругости

$$G_i\left(\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_i}{\partial y^2}\right) = \rho_i \frac{\partial^2 W_i}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y^2} = \frac{e_{15}^{(i)}}{\varepsilon_{11}^{(i)}}\left(\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_i}{\partial y^2}\right) \qquad (i=1,2) \tag{1.1}$$

где $G_i = C_{44}^{(i)}(1+\chi_i^2)$, $\chi_i^2 = \dfrac{\left(e_{15}^{(i)}\right)^2}{C_{44}^{(i)}\varepsilon_{11}^{(i)}}$ - коэффициенты электрической связи пьезоэлектриков. Затухающие по глубине полупространств $y>0$ и $y<0$ решения системы (1.1) соответственно имеют вид :

$$W_i(x,y,t) = A_i \exp\left[\pm k\alpha_i y + i(kx - \omega t)\right]$$

$$\varphi_i(x,y,t) = \left[B_i \exp(\pm ky) + \frac{e_{15}^{(i)}}{\varepsilon_{11}^{(i)}} A_i \exp(\pm k\alpha_i y)\right] \times \exp[i(kx - \omega t)] \quad (1.2)$$

где $\alpha_i = \sqrt{1 - v^2 / c_i^2}$, $c_i^2 = G_i / \rho_i$, а $v = \omega / k$ - фазовая скорость поверхностной волны.

Эти волны распространяются со скоростью $v = \min(c_1, c_2)$, которая определяется из дисперсионного уравнения

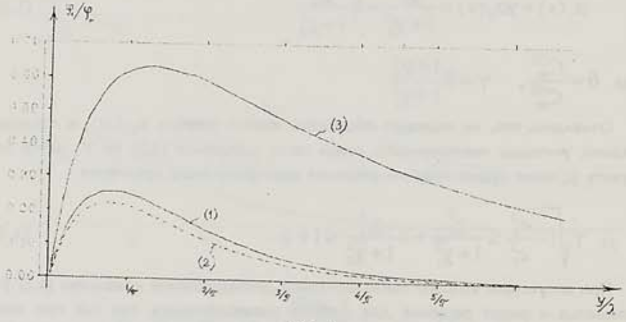
$$\alpha_1(v) + \gamma\alpha_2(v) = \frac{\chi_1^2}{1+\chi_1^2} + \delta\frac{\chi_2^2}{1+\chi_2^2} \quad (1.3)$$

где $\delta = \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}$, $\gamma = \delta\frac{1+\chi_2^2}{1+\chi_1^2}$

Очевидно, что, не нарушая общности, можно принять $c_1 < c_2$, а следовательно, учитывая монотонность левой части уравнения (1.3) по v, легко получить условия существования решения дисперсионного уравнения

$$\gamma\sqrt{1 - \frac{c_1^2}{c_2^2}} \le \frac{\chi_1^2}{1+\chi_1^2} + \delta\frac{\chi_2^2}{1+\chi_2^2} \le 1 + \gamma \quad (1.4)$$

При отсутствии второго пьезоэлектрика дисперсионное уравнение (1.3) упрощается и имеет решения для любого пьезоэлектрика, так как при этом условие существования решения (1.4) будет тривиальным. Как следует из (1.4), условие существования может не выполняться при наличии второго пьезоэлектрика. В случае, когда граничат пьезоэлектрик класса ***6mm ZnO*** ($C_{44} = 4.25\times10^{10}$ н / м^2, $\rho = 5.68\times10^3$ кг / м^3, $e_{15} = -0.59$ кл / м^2, $\varepsilon_{11} = 7.38\times10^{-11}$ ф / м) и пьезоэлектрика ЦТС-19 ($C_{44} = 2.49\times10^{10}$ н / м^2, $\rho = 7.3\times10^3$ кг / м^3, $e_{15} = 9.45$ кл / м^2, $\varepsilon_{11} = 725.7\times10^{-11}$ ф / м) или пьезоэлектрики ***CdS*** ($C_{44} = 1.49\times10^{10}$ н / м^2, $\rho = 4.82\times10^3$ кг / м^3, $e_{15} = -0.21$ кл / м^2, $\varepsilon_{11} = 8\times10^{-11}$ ф / м) и ***ZnO***, условия (1.4) нарушаются, а следовательно, поверхностные электроупругие волны в этих случаях не существуют. В случае же склеивания пьезоэлектрика класса ***6mm*** гексагональной симметрии ***ZnO*** с пьезокерамикой ЦТС-4 ($C_{44} = 2.56\times10^{10}$ н / м^2, $\rho = 7.5\times10^3$ кг / м^3, $e_{15} = 12.5$ кл / м^2, $\varepsilon_{11} = 650\times10^{-11}$ ф / м) или пьезокерамик ЦТС-4 и ЦТС-19, локализованные волны у границы раздела в обоих случаях существуют. Эти случаи отличаются тем, что в первом случае $c_{1t} < c_{2t}$, а во втором случае $c_{1t} > c_{2t}$, что приводит к существенному количественному изменению затуханий электроупругих величин по глубине первого пьезополупространства. Оказывается, когда пьезоэлектрик граничит с более мягким пьезоэлектриком $(c_{1t} > c_{2t})$, то как упругое перемещение $W_1(y/\lambda)$, так и электрический потенциал $\varphi_1(y/\lambda)$ затухают быстрее по сравнению со случаем отдельного пьезоэлектрика. Если же пьезоэлектрик граничит с более жестким пьезоэлектриком $(c_{1t} < c_{2t})$, то электроупругая волна становится более однородной по глубине первого пьезоэлектрика (фиг. 2). Необходимо отметить, что затухание по глубине довольно быстрое, а амплитудная функция $\varphi_1(y/\lambda)$ электрического потенциала достигает своего максимума не на поверхности полупространства, а на глубине $\dfrac{y}{\lambda} = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\ln\alpha}{\alpha - 1}$.



Фиг. 2

(1) - $(C_{1t};0)$, (2) - $(C_{1t} > C_{2t})$, (3) - $(C_{1t} < C_{2t})$

2. В случае, когда граничат пьезоэлектрики классов ***6mm*** гексагональной и ***43m*** кубической симметрий, оси симметрии которых параллельны, как в предыдущей задаче, вопрос существования поверхностных электроупругих сдвиговых волн по границе раздела сравнительно сложный. Фактически здесь исследуется влияние непрерывности механических полей на границе раздела (1) на существование волны в пьезоэлектрике 6mm, когда данный пьезокристалл склеен с пьезоэлектриком ***43m***. Или можно вопрос поставить по другому: возникает ли электроупругая поверхностная сдвиговая волна в пьезокристалле ***43m***, если склеить пьезоэлектриком класса ***6mm***.

В этом случае в полупространстве $y < 0$, занимающим пьезоэлектриком класса ***43m***, решаются уравнения электроупругости

$$G_i\left(\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_i}{\partial y^2}\right) = \rho_i \frac{\partial^2 W_i}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi_i}{\partial y^2}=\frac{e_{15}^{(i)}}{\varepsilon_{11}^{(i)}}\left(\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 W_i}{\partial y^2}\right)\quad (i=1,2) \tag{2.1}$$

а в полупространстве $y>0$ решаются уравнения электроупругости (1.1) (с индексом $i=1$). На границе раздела $y=0$ удовлетворяются условия (1) и (2). Локализованные у границы раздела сред $y=0$ электроупругие поля возможны при условии $\mathbf{v}<\min(c_{1t},c_{2t})$ и описываются выражениями (1.2) для пьезоэлектрика 6mm индексом $i=1$ и выражениями

$$\begin{gathered}W_2(x,y,t)=\left[-\frac{2ie_{14}^{(2)}\gamma_+}{C_{44}^{(2)}\left(\gamma_+^2-\alpha_2^2\right)}B_2\exp(k\gamma_+y)+A_2\exp(k\gamma_-y)\right]\exp[i(kx-\omega t)]\\ \varphi_2(x,y,t)=\left[\frac{2ie_{14}^{(2)}\gamma_-}{\varepsilon_{11}^{(2)}\left(\gamma_-^2-1\right)}A_2\exp(k\gamma_-y)+B_2\exp(k\gamma_+y)\right]\exp[i(kx-\omega t)]\end{gathered} \tag{2.2}$$

где $\gamma_\pm=\sqrt{\dfrac{1+\alpha_2^2+\chi_2^2\pm\sqrt{\left(1+\alpha_2^2+\chi_2^2\right)^2-4\alpha_2^2}}{2}}$ - коэффициенты затухания волн, а $\chi_2^2=\dfrac{4\left(e_{14}^{(2)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(2)}C_{44}^{(2)}}$ - коэффициент электромеханической связи пьезокристалла ***43m***.

Для определения фазовой скорости электроупругих поверхностных волн получаем дисперсионное уравнение в виде

$$\begin{gathered}\left(\gamma_-(\mathbf{v})-\gamma_+(\mathbf{v})\right)+\left[1-\frac{\chi_2^2\alpha_2(\mathbf{v})}{\left(\gamma_-^2(\mathbf{v})-1\right)\left(\gamma_+^2(\mathbf{v})-\alpha_2^2(\mathbf{v})\right)}\right]\times\\ \times\left[\gamma_+(\mathbf{v})+\alpha_1(\mathbf{v})\left(1+\chi_1^2\right)\alpha-\alpha\chi_1^2\right]=0\end{gathered} \tag{2.3}$$

где $\alpha=\dfrac{C_{44}^{(1)}}{C_{44}^{(2)}}$.

Записывая дисперсионное уравнение в виде $F\left(\dfrac{\mathbf{v}}{c_{\min}}\right)=0$, легко проверить, что левая часть дисперсионного уравнения монотонно убывает на отрезке $0\le\mathbf{v}\le\min(c_{1t},c_{2t})$, так, что условия существования поверхностных волн получаются в виде

$$F(0)\le 0\le F(1) \tag{2.4}$$

Анализируя вопрос существования электроупругой поверхностной волны в случае конкретных пьезоэлектриков (пьезокерамика ЦТС-4 и *GaP* класса ***43m***) получаем следующую картину (фиг. 2):

- по металлизированной поверхности пьезокерамики ЦТС-4 может распространяться сдвиговая волна со скоростью $C_{1t}^2 = \dfrac{C_{44}^{(1)}}{\rho_1}\left(1+\chi^2\right)$ (кривая -1);

- при налачии граничащего упругого непьезоактивного полупросторанства, дисперсионная кривая -1 перемещается наверх (кривая -2);

- при учете пьезоэффекта у второго материалла дисперсионная кривая еще более перемещается наверх (кривая -3).

Это означает, что наличие второго пьезоэлектрика может привести к устранению поверхностной электроупругой волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bleustein J.L. *A nuw surface wave in piezoelectrical materials. - Appl. Phys. Lett., 1968, v. 13, 12, pp. 412-413.*
2. Maerfeld C., Tournois P. *Pure shear elastic surface wave guided by the interface of two semi-infinite media. - Appl. Phys. Lett., 1971, v. 19, 4, pp. 117-121.*
3. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. *Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. - М.: Наука, 1988, 470 с.*
4. Аветисян А.С. - *К задаче распространения сдвиговых волн в пьезоэлектрической среде. - Изв. АН Арм. ССР, Механика - 1985, т. 38, 1, с. 12-19.*

Институт Механики НАН Армении

Поступила в редакцию
18.12.1992