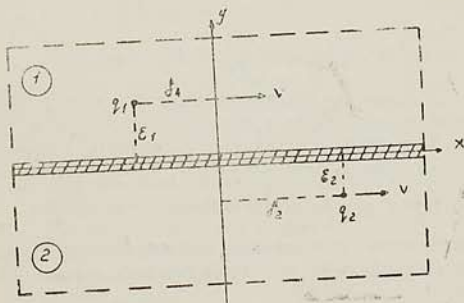


ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В СОПРЯЖЕННЫХ ВСТЫК  
 С ПОМОЩЬЮ ТОНКОГО ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ  
 РАЗНОРОДНЫХ ПЛАСТИНКАХ, ВОЗНИКАЮЩЕЕ  
 ОТ ПОДВИЖНЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

ՏԱՐԳՅԱՆ Ա. Մ.

Исследовано влияние теплофизических характеристик разнородных материалов, мощности и скорости движения источников тепла на термоупругие напряжения в составной пластинке. Получены условия, обеспечивающие в случае идеального термомеханического контакта между разнородными пластинками непрерывность всех напряжений.

Определение температурных полей и тепловых напряжений в нагреваемых подвижными источниками тепла тонких пластинках необходимо для проектирования оптимальных процессов сварки. Температурные поля и напряжения в однородных изотропных и анизотропных пластинках, обусловленные движущимися источниками тепла, широко освещены в работах [1—4]. В работах [5—7] приведены решения задач о температурных полях, возникающих в процессе соединения разнородных пластин. Исследованию квазистатической задачи термоупругости для составной пластинки, по прямолинейному контакту которой движется линейный источник тепла, посвящены работы [8, 9].



Փիգ. 1.

В настоящей работе определяются квазистатические термоупругие напряжения в сопряженных встык с помощью тонкого промежуточного слоя разнородных пластинок, возникающие от двух источников тепла, движущихся параллельно краям пластинок (фиг. 1). Тепло-

вые и упругие характеристики, относящиеся к слою и разнородным пластинкам, имеют индексы 0, 1 и 2, соответственно, и не зависят от температуры. Тонкий промежуточный слой обладает внутренним термосопротивлением, жесткостью на растяжение-сжатие и жесткостью на изгиб. Через поверхности пластинок осуществляется теплообмен с внешней средой постоянной температуры по закону Ньютона. Предполагается, что на бесконечности разность температур пластинок и среды, а также напряжения исчезают.

Расчетная схема определения температурных напряжений, принятая в настоящей работе, в первом приближении соответствует сварке-пайке разнородных пластин с предварительным нагревом или с интенсивным охлаждением, сварке-пайке с сопутствующим нагревом или охлаждением, сварке с применением промежуточной прокладки и т. д. [10, 11].

При сделанных предположениях относительно свойств тонкого промежуточного слоя его термоупругие характеристики входят в условия неидеального термомеханического контакта между разнородными пластинками [4].

1. Составную пластинку отнесем к декартовой системе координат (фиг. 1). Для определения квазистационарного температурного поля в составной пластинке должна быть решена система дифференциальных уравнений

$$\Delta T_j - m_j^2 T_j + \frac{v}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial y} = -\frac{q_j}{\lambda_j h} \delta(x + \varepsilon_j) \delta(y - \varepsilon_j) \quad (1)$$

$$j=1, \quad y > 0, \quad \varepsilon_1 > 0; \quad j=2, \quad y < 0, \quad \varepsilon_2 < 0; \quad |x| < \infty$$

при следующих условиях неидеального теплового контакта на линии раздела  $y=0$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = \alpha_0 (T_1 - T_2), \quad y=0 \quad (2)$$

Здесь  $T_j$ —разность температур пластинок и среды,  $\lambda_j$ ,  $a_j$ —коэффициенты теплопроводности и температуропроводности разнородных пластинок,  $h$ —толщина пластинок,  $q_j$ —мощности источников тепла,  $\delta(z)$ —функция Дирака,  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ ,  $m_j^2 = 2\beta_j/\lambda_j h$  ( $\beta_j$ —коэффициенты теплоотдачи с поверхностями пластинок),  $\alpha_0 = \frac{2h_y}{\lambda_0 h}$ —

контактное термосопротивление, учитывающее наличие тонкого промежуточного слоя,  $\lambda_0$ ,  $h_y$ —коэффициент теплопроводности и ширина промежуточного слоя.

Решение краевой задачи (1), (2) с помощью интегрального преобразования Фурье получено в работе [6] и имеет следующий вид:

$$T_j(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{T}_j(u, y) e^{-iux} du \quad (3)$$

где

$$\bar{T}_1(u, y) = Q_1 [e^{-|y-z_1|k_1} - e^{-(y+z_1)k_1}] + C_1 \cdot e^{-yk_1}$$

$$\bar{T}_2(u, y) = Q_2 [e^{-|y-z_2|k_2} - e^{+(y+z_2)k_2}] + C_2 \cdot e^{yk_2}$$

$$C_j = \frac{1}{2\pi h} \cdot \frac{\sum_{n=1}^2 q_j e^{-|y_n|k_n - iu^2/n} + q_j \gamma_{j-1} k_{j-1} e^{-|y_j|k_j - iu^2/j}}{\gamma_{j-1} k_{j-1} \cdot \gamma_{j+1} k_{j+1} + \alpha_j (\gamma_{j-1} k_{j-1} + \gamma_{j+1} k_{j+1})}$$

$$k_j = \sqrt{u^2 + m_j^2 + iup_j}, \quad p_j = \frac{v_j}{a_j}, \quad \text{Re} k_j > 0, \quad Q_j = \frac{q_j e^{-iu^2/j}}{4\pi h \gamma_j k_j}$$

2. Решения двумерной квазистатической задачи термоупругости для составной пластинки приводится к интегрированию уравнений равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{xj}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yj}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xyj}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yj}}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

и условий совместности деформаций

$$\Delta(\tau_{xj} + \tau_{yj}) + \alpha_j E_j \Delta T_j = 0 \quad (5)$$

с условиями неидеального термомеханического контакта между разнородными пластинками на линии  $y=0$  [4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\gamma_1 \sigma_{y1}}{E_1} - \alpha_1 T_1 + \frac{T_1 + T_2}{2} \alpha_0 \right) &= \frac{h}{g_0} (\sigma_{xy1} - \sigma_{xy2}) \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{2 + \nu_1}{E_1} \cdot \frac{\partial \sigma_{xy1}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\sigma_{x1}}{E_1} + \alpha_1 T_1 \right) \right] + \alpha_0 \frac{T_1 - T_2}{h y} &= \\ &= \frac{k}{g_0} (\sigma_{y1} - \sigma_{y2}), \quad u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2 \end{aligned} \quad (6)$$

где  $E_j$ ,  $\nu_j$  и  $\alpha_j$  — модули упругости, коэффициенты Пуассона и линейного расширения разнородных пластинок;  $E_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $h$ ,  $g_0$ ,  $g_0'$  — модуль упругости, коэффициент линейного расширения, толщина, жесткость на растяжение—сжатие и жесткость на изгиб промежуточного материала ( $g_0 = Ehh_y$ ,  $g_0' = E_0 h h_y^3 / 12$ ).

Применяя экспоненциальное преобразование Фурье, заменяя предельно непрерывность перемещений  $u_j$  и  $v_j$  эквивалентными им условиями непрерывности  $\partial u_j / \partial x$  и  $\partial_2 v_j / \partial x^2$  [11], соответственно, для преобразований напряжений получим

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{yj}(u, y) &= (A_j + yB_j) e^{-|y|k_j} + b_j F_j u^2 k_j C_j e^{-|y|k_j} + \\ &+ Q_j b_j F_j |u| k_j [e^{-|y+z_j|k_j} - e^{-|y-z_j|k_j}] - \\ &- Q_j b_j F_j u^2 [e^{-|y+z_j|k_j} - e^{-|y-z_j|k_j}], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}_{xj}(u, y) = -\frac{1}{u^2} \frac{d^2 \bar{\sigma}_{yj}(u, y)}{dy^2} \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}_{xyj}(u, y) = \frac{1}{iu} \frac{d\bar{\sigma}_{yj}(u, y)}{dy} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A_j \Delta_0 = & b_j F_j d_j |u| \left[ \left\langle \left( 1 - \frac{d_{3-j}}{4\mu_{3-j}} \right) |u| - k_j \right\rangle C_j + 2Q_j e_j k_j \right] + \\ & + b_{3-j} F_{3-j} d_{3-j} |u| \left[ (|u| - k_{3-j}) C_{3-j} + 2Q_{3-j} e_{3-j} k_{3-j} \right] + \\ & + G_0 \left\{ -2b_j F_j \mu_j u^2 C_j \langle L_{3-j} + \mu(1 - \nu_j) \rangle |u| + 2\mu(1 + \nu_j) k_j \right\} + \\ & + 4b_{3-j} F_{3-j} \mu_{3-j} u^2 C_{3-j} (1 + \nu_{3-j}) (|u| - k_{3-j}) + \\ & + 4\mu \sum_{n=1}^2 \mu_n (1 + \nu_n) b_n F_n u^2 k_n 2Q_n e_n + \mu(\nu_1 + \nu_2 - 2) b_0 |u| (C_1 + C_2) \left\} + \right. \\ & + G_0^* u^2 \left\{ (-1)^j \left[ L_{3-j} + \mu(5 + \nu_1 \nu_2 - \nu_1 - \nu_2) \frac{b_0}{h_y} (C_1 + C_2) - b_j F_j u^2 [2\mu \mu_j \times \right. \right. \\ & \times (1 - \nu_j^2) |u| C_j + 2\mu_j k_j \langle L_{3-j} + 2\mu_j (1 + \nu_j) \rangle (C_j - 2Q_j e_j) \left. \right] + b_{3-j} F_{3-j} \times \\ & \times u^2 |u| C_{3-j} - k_{3-j} (C_{3-j} - 2Q_{3-j} e_{3-j}) \cdot 2\mu \mu_{3-j} (1 - \nu_j) (1 + \nu_{3-j}) \left. \right\} - \\ & - (-1)^j \frac{2b_0}{h_y} (C_1 - C_2) + \frac{b_0}{2} (1 - \nu_j) |u| (C_1 + C_2), \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_j \Delta_0 = & \frac{d_j}{2\mu_j} (4-p) b_j F_j u^2 \left[ (|u| - k_j) C_j + 2Q_j e_j k_j \right] - (-1)^j 2\mu_{3-j} (1 + \nu_j) \times \\ & \times G_0 |u| \left\{ \frac{b_0 d_j (1 + \nu_{3-j})}{8\mu_j (1 + \nu_j)} (C_1 + C_2) |u| + \mu_j \sum_{n=1}^2 \mu_n (1 + \nu_n) b_n F_n u^2 \left\langle (|u| - k_n) \times \right. \right. \\ & \times C_n + 2Q_n e_n k_n \left. \right\rangle + 2\mu_{3-j} (1 + \nu_j) G_0^* |u|^2 \left\{ \frac{b_0 d_j (1 + \nu_{3-j})}{4\mu_j h_y (1 + \nu_j)} (C_1 - C_2) + \right. \\ & + \mu_j \sum_{n=1}^2 (-1)^n \mu_n (1 + \nu_n) b_n F_n u^2 \left[ (|u| - k_n) C_n + 2Q_n e_n k_n \right] \left. \right\} - \mu_j L_{3-j} \times \\ & \times (1 + \nu_j) G_0 G_0^* u^4 \left\{ \frac{b_0}{h_y} (C_1 - C_2) - \frac{b_0}{2} (C_1 + C_2) |u| + \mu_j (1 + \nu_j) b_j F_j u^2 \times \right. \\ & \times [(|u| - k_j) C_j + 2Q_j e_j k_j], \quad (11) \end{aligned}$$

$$\Delta_0 = pd + 2G_0(L_2 + \mu L_1) |u| + 2G_0^*(L_2 + \mu L_1) |u|^2 - G_0 G_0^* L_2 u^4, \quad (12)$$

$$F_j = (m_j + i\mu p_j)^{-1}, \quad b_j = \alpha_j E_j, \quad b_0 = \alpha_0 E_1, \quad p = 3 - \nu_1 + \mu(1 + \nu_2),$$

$$d = 1 + \nu_1 + \mu(3 - \nu_2), \quad L_j = \mu_j^2 (1 + \nu_j) (3 - \nu_j), \quad e_j = e^{-\nu_j |k_j|} - e^{-\nu_j |u|},$$

$$\mu = \frac{E_1}{E_2}, \quad G_0 = \frac{g_0}{h E_1}, \quad G_0^* = \frac{g_0^*}{h E_1}, \quad d_j = \begin{cases} 2d, & j=1 \\ 2\mu p_j, & j=2 \end{cases}, \quad \mu_j = \begin{cases} 1, & j=1 \\ \mu, & j=2 \end{cases}$$

Полагая в (10)–(12)  $g_0 = g_0^* = 0$ ,  $\alpha_0 \rightarrow \infty$ , приходим к решению термо-

упругой задачи для кусочно-однородной пластинки, нагреваемой двумя движущимися источниками тепла, когда термомеханический контакт между разнородными пластинками является идеальным. При этом

$$A_j \Delta_0 = b_j F_j d_j |u| \left\{ \left[ \left( 1 - \frac{d_{3-j}}{4l_{3-j}} \right) |u| - k_j \right] C_j + 2Q_j e_j k_j \right\} + b_{3-j} F_{3-j} d_{3-j} |u| (|u| - k_{3-j}) C_{3-j} + 2Q_{3-j} e_{3-j} k_{3-j}, \quad (13)$$

$$B_j \Delta_0 = \frac{d_j}{2l_j} (4-p) b_j F_j u^2 [(|u| - k_j) C_j + 2Q_j e_j k_j],$$

$$C_1 = C_2 = \frac{q_1 e^{-\varepsilon_1 k_1 - i u \tilde{\delta}_1} + q_2 e^{\varepsilon_2 k_2 - i u \tilde{\delta}_2}}{2\pi h (i_1 k_1 + i_2 k_2)}, \quad \Delta_0 = p d$$

Легко заметить, что в этом случае на контактной линии  $y=0$  удовлетворены условия непрерывности контактных напряжений. Если к тому же  $\tilde{\delta}_1 = \tilde{\delta}_2$ ,  $\varepsilon_2 = -\varepsilon_1$ ,  $m_1^2 = m_2^2$ ,  $a_1 = a_2$  и  $q_2 = -q_1$  (сток тепла), то при соблюдении условий

$$i_2 b_1 d = i_1 b_2 p \quad (14)$$

на контактной линии  $y=0$  непрерывны также и нормальные напряжения  $\sigma_x$

$$\sigma_{x1}(x, 0) = \sigma_{x2}(x, 0)$$

Привмая в (7)–(9) и (13)  $\varepsilon_j = \tilde{\delta}_j = 0$ , получим известное решение квазистатической задачи термоупругости для составной пластинки, нагреваемой движущимся вдоль прямолинейного контакта источником тепла постоянной мощности  $q = q_1 + q_2$  [8].

Численные расчеты проведены по формулам (9), (13), когда термоупругие свойства пластинок одинаковы, кроме коэффициентов линейного теплового расширения. В этом случае для разности напряжений  $(\tilde{\sigma}_{y1} - \tilde{\sigma}_{y2})_{y=0}$  получим

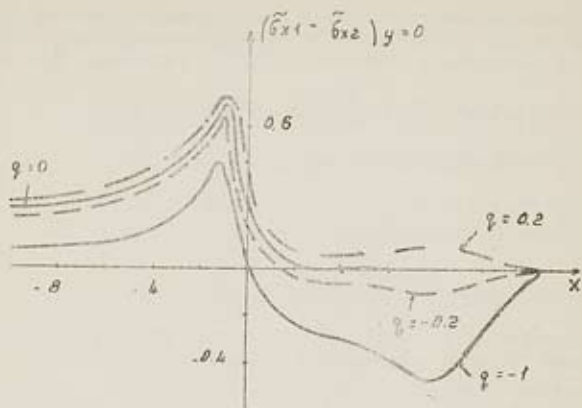
$$(\tilde{\sigma}_{x1} - \tilde{\sigma}_{x2})_{y=0} = (\alpha - 1) [e^{-(\tilde{x} + \tilde{\delta}_1)} K_0(\tilde{r}_1) + q e^{-(\tilde{x} + \tilde{\delta}_2)} K_0(\tilde{r}_2)]$$

$$\tilde{x} = p_1 x / 2, \quad \tilde{\delta}_j = p_1 \tilde{\delta}_j / 2, \quad \tilde{\varepsilon}_1 = p_1 \varepsilon_1 / 2, \quad \alpha = a_2 / a_1, \quad q = q_2 / q_1,$$

$$\tilde{r}_j = \sqrt{(\tilde{x} + \tilde{\delta}_j)^2 + \tilde{\varepsilon}_j^2}, \quad \tilde{\sigma}_{xj} = 2\pi h \sigma_{xj} / E_1 q_1 a_1,$$

$K_0(r)$ —функция Бесселя мнимого аргумента.

На фиг. 2 приведены кривые распределения разности напряжений  $(\tilde{\sigma}_{x1} - \tilde{\sigma}_{x2})_{y=0}$  в зависимости от  $\tilde{x}$  при различных значениях  $q$ . Кривая 1 соответствует случаю действия одного источника тепла мощностью  $q_1$  в точке  $\tilde{\delta}_1 = 0$ ,  $\tilde{\varepsilon}_1 = 1$  ( $q = 0$ ), а кривая 2—когда, помимо этого источника тепла, в точке  $\tilde{\delta}_2 = 10$ ,  $\tilde{\varepsilon}_2 = -1$  действует сток тепла мощностью  $q_2 = -q_1$  ( $q = -1$ ), а кривая 4—когда  $q = -0,2$ .



Фиг. 2

Условие (14) и приведенные на фиг. 2 кривые показывают, что зависимость температурных напряжений от теплофизических характеристик разнородных материалов, от скорости движения и мощности источников (стоков) тепла позволяет выбором этих параметров определить оптимальные режимы ряда технологических процессов, связанных с соединением разнородных материалов (сварка, найка, сварканайка, сварка с интенсивным охлаждением или предварительным нагревом, сварка с применением промежуточной прокладки из биметалла и т. д.).

THERMAL STRESS STATE OF TWO-DISSIMILAR PLATES,  
ABUTTING WITH THE HELP OF THIN INTERMEDIATE  
LAYER, ARISEN FROM MOVING HEAT SOURCES

A. M. SARGSIAN

ՄԻՋԱՆԱՅԱԿ ԲԱՐԱԿ ՇԵՐՏՈՎ ԻՐԱՐ ԿՅՈՐԳՎԱՆ ՏԱՐԱՆՆԻ  
ԻՐԻՔՆԵՐՈՒՄ ՇԱՐՅՎՈՎ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԱՂՅՈՒՐՆԵՐՈՅ ԱՌԱՋԱՅԱՆ  
ՋԵՐՄԱՎԱՐՎԱԾԱՅԻՆ ՊԻՃԱՆԸ

Ա. Մ. ՍԱՐԳՍԻԱՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ի Մ

Ջերմաստիճանային զնային տեսության սահմաններում ուսումնասիրված է բաղադրյալ թիթեղի շարվածային-զեֆորմացիոն վիճակը՝ կոն-

տակտային մակերևույթին զուգահեռ շարժվող ջերմային աղբյուրների ազդեցության դեպքում: Միջանկյալ բարակ շերտը ունի կոնտակտային ջերմադիմադրություն, ինչպես նաև ծոման և ձգման-սեղմման կոշտության, որոնք հաշվի են առնված թիթեղների միջև ոչ իդեալական ջերմամեխանիկական պայմանների մեջ: Հետազոտված են ջերմաոսոսական լարումների վրա թիթեղների ջերմային և մեխանիկական հատկությունների, աղբյուրների հզորությունների և շարժման արագության ազդեցությունները: Ստացվել են պայմաններ, որոնք թիթեղների միջև իդեալական ջերմամեխանիկական կոնտակտի դեպքում ապահովում են բոլոր լարումների անընդհատությունը:

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рыкалин Н. Н. Расчет тепловых процессов при сварке.—М.: Машгиз, 1951. 296 с.
2. Корнеев Б. Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в Бесселевых функциях.—М.: Физматгиз, 1960. 314 с.
3. Паркус Г. Неустойчившиеся температурные напряжения.—М.: Физматгиз, 1963. 251 с.
4. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустойчившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинах.— Киев. Наукова думка, 1972. 308 с.
5. Махненко В. И. Расчет тепловых процессов при сварке встык разнородных пластинок.—Физика и химия обработки материалов, 1967. № 6, с. 78—83.
6. Саргсян А. М. Нагрев составной пластины источниками тепла, движущимися параллельно прямолинейному контакту.—Изв. АН АрмССР, серия тех. наук, 1980, № 3, с. 52—59.
7. Саргсян А. М., Хачикян А. С. Температурное поле в нагреваемых подвижными источниками тепла разнородных пластинках при разрывных тепловых условиях между ними.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1987, № 2, с. 3—10.
8. Саргсян А. М., Чобанян К. С. Исследование термоупругих напряжений составной пластинки, по прямолинейному контакту которой движется источник тепла.—Изв. АрмССР, серия тех. наук, 1975, № 6, с. 17—23.
9. Саргсян А. М. Напряженное состояние двух разнородных пластин в процессе их соединения движущимся источником тепла.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1983, № 4, с. 35—45.
10. Технология электрической сварки металлов и сплавов плавлением.—М.: Машиностроение, 1974. 768 с.
11. Чобанян К. С. О функции напряжений для плоской задачи теории упругости составных тел.—Докл. АН АрмССР, 1961, т. 32, 2. с. 69—77.

Поступила в редакцию  
30.11.1992

Институт механики  
НАН Армении