ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 47, №1—2, 1994 Механика

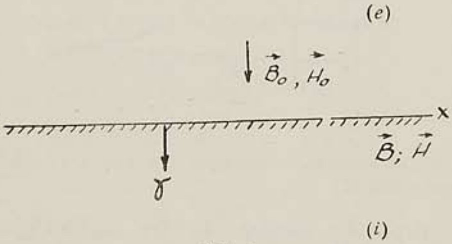
О МАГНИТОУПРУГОЙ ВОЛНЕ НА ПОВЕРХНОСТИ ФЕРРОМАГНИТНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

АСАНЯН Д. Д., МАРГАРЯН Д. М.

В работе исследуется влияние магнитного поля и физико-механических характеристик полуплоскости на скорость поверхностных волн Релея. Показано, что вид функции $\chi(H)$ в выражении $\vec{B}=\chi(H)\vec{H}$ может влиять на скорость распространения поверхностных волн как качественным, так и количественным образом.

Приведен численный анализ полученных результатов.

Пусть магнитомягкая ферромагнитная полуплоскость помещена в однородном магнитном поле, вектор напряженности которого перпендикулярен поверхности раздела (фиг. 1), внешняя среда—вакуум.



Фиг. 1.

В настоящей работе исследуется влияние магнитного поля и физико-механических характеристик полуплоскости на скорость поверхностных волн Релея.

1. Под действием магнитного поля происходит магнитная поляризация упругой среды, приводящая как к изменению магнитного поля во всем пространстве, так и к появлению объемных сил и объемных моментов магнитного происхождения, плотность которых соответственно определяется формулами [1]:

$$\vec{f}=\mu_0(\vec{M}\cdot\nabla)\vec{H}$$

$$\vec{C}=\mu_0(\vec{M}\times\vec{H}) \tag{1.0}$$

где $\vec{H}$—напряженность магнитного поля, $\vec{M}$—намагниченность среды, ∇—оператор Гамильтона.

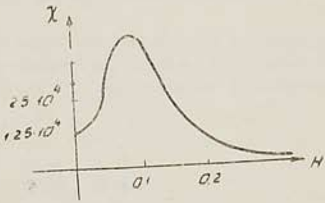
Зависимость между $\vec{B}$, $\vec{M}$ и $\vec{H}$ задается

$$\vec{B}=(\vec{H}+\vec{M})\mu_0, \quad \vec{M}=\chi(H)\vec{H}$$

и удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\mathrm{rot}\vec{H}^{(e,i)}=0, \quad \mathrm{div}\vec{B}^{(e,i)}=0 \tag{1.1}$$

У ферромагнитных материалов магнитная восприимчивость $\chi(H)$ не является постоянной, а зависит от величины напряженности магнитного поля $\vec{H}$. Эта зависимость, например, для магнитного сплава Пермалой показана на фиг. 2.



Фиг. 2.

Для многих материалов функцию χ можно аппроксимировать следующей формулой [2]:

$$\chi(H)=\frac{\beta}{\mu_0 H}\ \mathrm{arctg}\,\alpha H; \quad \beta=\frac{2B_s}{\pi}; \quad \alpha=\frac{\mu_H-1}{\beta}\mu_0 \tag{a}$$

В работе [3]функция χ берется в виде

$$\chi(H)=\varkappa_0+b_0 H; \quad H=|\vec{H}| \tag{б}$$

B_s—индукция насыщения, μ_H—начальная магнитная проницаемость. Под действием объемных сил и моментов (1.0) среда деформируется и ее движение можно описывать следующими уравнениями [4]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left[S_{im}\left(\delta_{mk}+\frac{\partial U_k}{\partial x_m}\right)\right]+f_k=\rho\frac{\partial^2 U_k}{\partial t^2} \tag{1.2}$$

$$n_k[e_{lmk}S_{im}+c_k]=0$$

Поверхностные условия будут:

$$[\vec{B}-\vec{B}^{(e)}]\times\vec{n}=0 \quad [\vec{H}-\vec{H}^{(e)}]\times\vec{n}=0 \tag{1.3}$$

$$\left[S_{km}\left(\delta_{mi}+\frac{\partial U_i}{\partial x_m}\right)\right]n_k^0=F_i+[T_{km}^{(e)}-T_{km}]\cdot\left(\delta_{mi}+\frac{\partial U_i}{\partial x_m}\right)n_k^0$$

2. На основе уравнений (1.1)—(1.3) рассмотрим поверхностные волны Релея. Предполагается, что перемещение $\vec{U}$ имеет только компоненты U_x, U_y и зависит от (x, y, t).

В этом случае уравнения движения (1.2) примут вид [4]:

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2}+\frac{1}{1-2\nu}\left(\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}\right)_{,x}+\lambda_1\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}=\frac{\rho}{\mu}\cdot\frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2}+\frac{1}{1-2\nu}\cdot\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}\right)+\lambda_2\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}=\frac{\rho}{\mu}\frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2} \tag{2.1}$$

а уравнения Максвелла (1.1) будут иметь вид

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\gamma^{-2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}=0 \tag{2.2}$$

$$\Delta\Phi^{(e)}=0$$

Граничные условия (1.3) и условие на бесконечности будут:

$$h_x^{(e)}(x,0,t)-h_x(x,0,t)-d_1U_{y,x}(x,0,t)=0 \quad |x|<\infty$$

$$h_y^{(e)}(x,0,t)-a_{22}h_y(x,0,t)=0 \quad |x|<\infty \tag{2.3}$$

$$t_{xy}^c/\mu=0 \qquad \text{при} \quad y=0 \quad |x|<\infty$$

$$t_{yy}^c(x,0,t)/\mu-\frac{t_{yy}^{0(e)}(x,0,t)}{\mu}=0 \qquad |x|<\infty$$

$$\Phi^{(e)}(x,y,t)/_{y\to-\infty}\to 0 \qquad \vec{U}(x,y,t)/_{y\to\infty}\to 0$$

$$\Phi(x,y,t)/_{y\to\infty}\to 0$$

В уравнениях (2.1)—(2.3) введены следующие обозначения:

$$\vec{h}=\operatorname{grad}\Phi;\quad \lambda_1=\frac{2\mu_0\chi(H)}{\mu}\cdot H;\quad \gamma=\sqrt{\frac{1+a_{11}}{1+a_{22}}}$$

$$\lambda_2=\frac{\mu_0}{\mu}H\cdot\chi(H)\cdot\left[\frac{2(\chi+H\cdot\chi')}{\chi}-\frac{H\cdot\chi'}{1+\chi}\right]$$

$$a_{ii}=\chi+\frac{H_{0i}^2}{H}\cdot\frac{d\chi}{dH} \qquad (i=1,2)$$

Можно легко убедиться, что решения уравнений (2.1)—(2.2) будут такими:

$$\Phi^{(e)}(x,y,t)=iDe^{i\omega t}\cdot e^{i\alpha t}\cdot e^{\alpha y}$$

$$\Phi(x,y,t)=iCe^{i\alpha x}\cdot e^{i\omega t}\cdot e^{-\alpha\gamma y}$$

$$U_x(x,y,t)=e^{i\alpha x}\cdot e^{i\omega t}\cdot\{\alpha Ae^{-\gamma_1 y}+\gamma_2 Be^{-\gamma_2 y}-CQ_1e^{-\alpha\gamma y}\} \tag{2.4}$$
$$U_y(x,y,t)=ie^{i\alpha x}\cdot e^{i\omega t}\{\gamma_1 Ae^{-\gamma_1 y}+\alpha Be^{-\gamma_2 y}-CQ_2e^{-\alpha\gamma y}\}$$

где

$$Q_1=-\frac{\alpha^2\gamma}{\Delta}\left\{\lambda_2\frac{\alpha^2\gamma^2}{2(1-\nu)}+\lambda_1\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\left[\gamma_2^2-\alpha^2\gamma^2\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}\right]\right\}$$
$$Q_2=-\frac{\alpha^2\gamma^2}{\Delta}\left\{\lambda_2\left[\gamma_1^2-\alpha^2\gamma^2\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\right]-\lambda_1\frac{\alpha^2}{2(1-\nu)}\right\}$$
$$\gamma_i^2=\alpha^2-\omega_i^2;\quad \omega_i^2=\frac{\omega^2}{c_i^2};\quad c_1^2=\frac{\lambda+2\mu}{\rho};\quad c_2^2=\frac{\mu}{\rho}$$
$$\Delta=[\omega_1^2-\alpha^2(1-\gamma^2)]\cdot[\omega_2^2-\alpha^2(1-\gamma^2)]$$

Для γ_i берется та ветвь, которая удовлетворяет условию

$$\mathrm{Re}(\gamma_i)=\mathrm{Re}[\sqrt{\alpha^2-\omega_i^2}]\geqslant 0$$

Для определения постоянных A, B, C, D, решения (2.4) подставим в однородные граничные условия (2.3). После некоторых преобразований получим систему:

$$\begin{cases}\alpha_1\gamma_1 A+\alpha d_1 B+(1+\gamma a_{22}-d_1Q_2)C=0\\ 2\alpha\gamma_1 A+(2\alpha^2-\omega_2^2)B+[\alpha L-\alpha\gamma Q_1-\alpha Q_2]\cdot C=0\\ (2\alpha^2-\omega_2^2)A+2\alpha\gamma_2 B+\left[\dfrac{2\nu}{1-2\nu}\alpha Q_1-\dfrac{2(1-\nu)}{1-2\nu}\alpha\gamma Q_2-\alpha\gamma e_1\right]C=0\\ \alpha+\gamma a_{22}C=0\end{cases} \tag{2.5}$$

Для того, чтобы система (2.5) имела нетривиальные решения, необходимо, чтобы детерминант системы (2.5) был равен нулю

$$\Delta_0(\alpha)=\frac{f_e(\alpha)}{\alpha\omega_2^2\gamma_1}[1+\gamma a_{22}-d_1Q_2]-\frac{2\nu}{1-2\nu}d_1Q_1+$$
$$+\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}\gamma d_1Q_2+\gamma e_1d_1+\frac{\alpha}{\omega_2^2\gamma_1}[2\alpha^2-\omega_2^2- \tag{2.6}$$
$$-2\gamma_1\gamma_2]\cdot[d_1L-\gamma Q_1d_1-d_1Q_2]=0$$

$f_e(\alpha)=4\alpha^2\gamma_1\gamma_2-(2\alpha^2-\omega_2^2)^2$ — функция Релея.

Из условия $\Delta_0=0$ можно найти скорость поверхностных волн Релея.

Когда $\chi=\mathrm{const}$ (магнитомягкий материал), из уравнения (2.6) получаем новое уравнение для определения скорости поверхностных волн Релея

$$(2-\eta)^2-4(1-\theta\eta)^{1/2}\cdot(1-\eta)^{1/2}+b_0^{*2}\cdot\eta(1-\theta\eta)^{1/2}=0 \tag{2.7}$$
$$b_0^{*2}=B_0^2/\mu_0\mu$$

в (2.7) введены обозначения $\alpha^2=\omega^2/c^2$, $\eta=c^2/c_2^2$, $\theta\cdot c_2^2/c_1^2$.

Из (2.6) можно легко заметить, что поверхностные магнитоупругие волны Релея не обладают дисперсией, то есть скорость не зависит от ω. Легко заметить также, что $\Delta_0(\alpha)=\Delta_0(-\alpha)$, то есть если $a=a_R$ есть решение уравнения (2.6), то $\alpha=-\alpha_R$ тоже является решением (2.6).

В табл. 1 и 2 приведены решения уравнения (2.6) с учетом формул (а) и (б), соответственно.

Из табл. 1 видно:

Таблица 1

$\nu=0{,}25$; $B_S/\mu\mu_0=0{,}01$			
	$\mu_H=50$	$\mu_H=100$	$\mu_H=10^4$
μ_0H_0/B_S	$\eta=c^2/c_2^2$	$\eta=c^2/c_2^2$	$\eta=c^2/c_2^2$
0,1	0,8367	0,8338	0,8227
0,3	0,8253	0,8238	0,8219
0,5	0,8207	0,8200	0,8192
0,7	0,8173	0,8169	0,8164
0,9	0,8143	0,8140	0,8137

Таблица 2

$\nu=0{,}45$; $B_s^2/\mu\mu_0=0{,}001$; $b_0\cdot B_s=50$			
$\varkappa_0=100$		$\varkappa_0=1000$	
μ_0H_0/B_S	$\eta=c^2/c_2^2$	μ_0H_0/B_S	$\eta=c^2/c_2^2$
0,01	0,0815	0,1	0,0049
0,01	0,8991	0,1	0,0243
0,03	0,2536	0,2	0,0097
0,03	0,8851	0,2	0,0042
0,05	0,4548	0,4	0,0192
0,05	0,8405	0,4	0,0832
0,06	0,5999	0,6	0,0282
0,06	0,7735	0,6	0,1225
		0,9	0,0412
		0,9	0,1787

Таблица 3

$\nu=0{,}35$; $B_s^2/\mu=0{,}001$; $b_0\cdot B_S=50$; $\varkappa_0=100$			
μ_0H_0/B_s	$\eta=c^2/c_2^2$	μ_0H_0/B_s	$\eta=c^2/c_2^2$
0,01	0,0391	0,07	0,2167
0,01	0,8738	0,07	0,8483
0,02	0,0604	0,08	0,2501
0,02	0,8724	0,08	0,8388
0,05	0,1526	0,09	0,2850
0,05	0,8619	0,09	0,8270
0,06	0,1843		
0,06	0,8559		

1) с учетом формулы (а) решение уравнения (2.6) является единственным, лежащим в интервале $0<c<c_2$

2) с увеличением $\mu_0 H_0$ (магнитного поля) и μ_H решение уравнения (2.6) монотонно убывает.

Из табл. 2 и 3 видно:

1) уравнение (2.6) имеет два решечия: с учетом формулы (б), в интервале $0<c<c_2$. Одно расположено около нуля, другое—около скорости поперечной волны c_2.

2) с увеличением $\mu_0 H_0$ эти корни приближаются.

С учетом формулы (б) получается, что есть случаи, когда поверхностная магнитоупругая волна Релея полностью исчезает.

Отметим также, что в случае $\chi=\text{const}$ (магнитомягкий материал с линейной характеристикой) уравнение (2.7) имеет два решения— $c=0$ и $c=c_k<c_2 \cdot c_R$ очень мало отличается от c_2.

В работе [5] показано, что в магнитомягком ферромагнитном полупространстве при распространении релеевской волны, как следствие, возбуждается сдвиговая поверхностная волна, если присутствует наклонное к плоскости распространения магнитное поле.

ABOUT A MAGNETOELASTIC WAVE ON THE FERROMAGNETIC SEMI-PLANE SURFACE

D. J. HASANIAN, J. M. MARGARIAN

ՖԵՐՐՈՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՈՎ ՏԱՐԱԾՎՈՂ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ՄԱՍԻՆ

Դ. Ջ. ՀԱՍԱՆՅԱՆ, Ջ. Մ. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ

Ամփոփում

Աշխատանքում ուսումնասիրվում է մագնիսական դաշտի և կիսահարթության ֆիզիկամեխանիկական բնութագրիչների ազդեցությունը Ռելեի տիպի մակերևույթային ալիքների տարածման արագության վրա: Ցույց է տրվում, որ $\vec{B}=\chi(H)\cdot\vec{H}$ *արտահայտության մեջ* $\chi(\mathrm{H})$ *ֆունկցիայի տեսքը տիպի մակերևույթային ալիքների տարածման արագության վրա կարող է ազդել ինչպես որակապես, այնպես էլ քանակապես:*

Բերված է ստացված արդյունքների թվային ուսումնասիրությունը:

ЛИТЕРАТУРА

1. **Pao Y.—H., Yeh C.—S.:** A Linear theory for soft ferromagnetic elastic solids.—Int. J. Eng. sci. 11, 415 (1973).
2. *Гачкевич А. Р., Солодяк М. Т.* Термоупругость электропроводных ферромагнитных тел при индукционном нагреве квазиустановившимся электромагнитным полем.—В кн.: III Всесоюзный симпозиум «Теоретические вопросы магнитоупругости», Тезисы докл., Ереван, 1984.
3. *Белубекян М. В., Хачатрян Ю. М.* К задаче о магнитоупругом выпучивании тонкой ферромагнитной пластинки.—Вести АН БССР, сер. физ-мат. наук, 1984, №4.
4. *Асанян Д. Д., Багдасарян Г. Е.* Уравнения магнитоупругости ферромагнитного тела с нелинейным законом намагничивания. Некоторые примеры. В печати.
5. *Багдасарян Г. Е.* Возбуждение сдвиговых поверхностных волн в полупространстве волной Релея.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1990, т. 43, № 2, с. 38—43.

Институт механики

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
4.11.1992