ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ
Մեխանիկա 47, № 1—2, 1994 Механика

УДК 539.3

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

АРУТЮНЯН Г. А

В работе формулируется критерий усталости для сложных систем. Критерий включает в себя, в частности, статистические характеристики дефектного состояния системы и кинетические параметры его развития. Показано, что с ростом дефектного состояния системы наблюдается значительное снижение ее долговечности.

Под сложной системой рассматриваются современные технические конструкции, разрушение которых возможно в результате роста усталостных трещин. Начальное состояние системы характеризуется некоторым набором трещин различной природы, создающих дефектный фон системы. Под воздействием циклических нагружений трещины растут и разрушение системы наступает в результате достижения одной из них критического размера. При традиционном подходе к расчету на долговечность сложных технических систем не учитывается дефектное состояние системы в целом. Такой метод расчета может привести к существенному завышению работоспособности, так как вероятность выживания системы из многих элементов с дефектами значительно ниже вероятности выживания отдельного элемента [1]. С этих позиций в работе формулируется вероятностный критерий усталостного разрушения.

Пусть в начальном состоянии система содержит n_0 трещин, средний размер которых позволяет рассматривать их поведение с позиций механики разрушения [2]. Таким образом, в качестве кинетического уравнения роста индивидуальной трещины может быть использовано известное соотношение Пэриса

$$\frac{dl}{dN}=C(\Delta K)^m \tag{1}$$

где l—текущая длина трещины, N—число циклов нагружения, $\Delta K=\sigma\sqrt{\pi l}$ —приращение коэффициента интенсивности напряжений.

В процессе эксплуатации системы возможно возникновение дополнительных макротрещин, развитие которых происходит также по закону (1). Рассматривая зарождения трещин как неоднородный процесс Пуассона, для числа трещин n можно принять степенную аппроксимацию [3]

$$n(N)=n_0+\alpha N^{\beta}, \quad 0\leqslant\beta\leqslant 1 \tag{2}$$

где α, β—постоянные.

Известны также экспоненциальные зависимости для закона зарождения трещин [4], например, в виде:

$$n(N)=n_*\left[1-\left(1-\frac{n_0}{n_*}\right)e^{-\frac{k(\sigma)}{n_*}N}\right] \tag{3}$$

При начальном условии $N=0$, $l=l_0$ уравнение (1) имеет следующее решение:

$$l=\left[l_0^{\frac{2-m}{2}}+\frac{2-m}{2}C(\sigma\sqrt{\pi})^m N\right]^{\frac{2}{2-m}}, \quad m\neq 2 \tag{4}$$

При построении вероятностной модели усталостного разрушения исходим из следующих положений. Считаем, что распределение начальных трещин по размерам является случайным. Случайным является также число циклов до разрушения. Под воздействием циклических напряжений трещины стартуют и растут. Стартуют также трещины, которые зарождаются в процессе эксплуатации. Система разрушается в результате достижения одной из трещин критического размера. Таким образом, реализуется гипотеза слабого звена, математическая постановка которой приводит к формулировке критерия усталости.

Пусть $l_{0i}\leqslant l_i\leqslant l_*$ (l_*—критический размер трещины) —случайная выборка из показательного распределения [5,6]

$$G(l)=\frac{e^{-\lambda l_{0i}}-e^{-\lambda l_i}}{e^{-\lambda l_{0i}}-e^{-\lambda l_*}} \tag{5}$$

Обозначим через N_i число циклов, при котором i-ая трещина достигает предельной длины. Пусть $G(N)$—функция распределения последовательности N_i. Тогда, согласно (4) и (5)

$$G(N)=\frac{e^{-\lambda l_{0i}}-e^{-\lambda\left[l_{0i}^{(2-m)/2}+(2-m)/2\,C(\sigma\sqrt{\pi})^m N\right]^{2/(2-m)}}}{e^{-\lambda l_{0i}}-e^{-\lambda l_*}} \tag{6}$$

Если N—число циклов безотказной работы, то $N=\min(N_i)$ $(i=\overline{1,n})$. Таким образом, приходим к задаче о распределении минимальных значений случайной величины N_i, которое выражается в следующем виде [7]:

$$H(N)=1-[1-G(N)]^n\approx 1-\exp[-nG(N)] \tag{7}$$

Для оценки вероятности безотказной работы перейдем к функции надежности

$$R(N)=1-H(N)=\exp\left\{-n\frac{e^{-\lambda l_{0i}}-e^{-\lambda\left[l_{0i}^{(2-m)/2}+\frac{2-m}{2}C(\sigma\sqrt{\pi})^m N\right]^{2/(2-m)}}}{e^{-\lambda l_{0i}}-e^{-\lambda l_*}}\right\} \tag{8}$$

Задавая уровень надежности R_*, из соотношения (8) можно получить критерий усталостной прочности. Дадим два варианта записи критерия усталости, соответствующие законам зарождения трещин по формулам (2) и (3)

$$\sigma^m N=\frac{2}{(2-m)C(\sqrt{\pi})^m}\left\{\left|\frac{1}{\lambda}\ln\left(e^{-\lambda l_{0i}}+\frac{(e^{-\lambda l_{0i}}-e^{-\lambda l_*})\ln R_*}{n_0+\alpha N^\beta}\right)^{-1}\right|^{(2-m)/2}-l_0^{\frac{2-m}{2}}\right\} \tag{9}$$

$$\sigma^m N=\frac{2}{(2-m)C(\sqrt{\pi})^m}\left\{\left[\frac{1}{\lambda}\ln\left(e^{-l_{0i}}+\frac{(e^{-\lambda l_{0i}}-e^{-\lambda l_*})\ln R_*}{n_*\left|1-\left(1-\frac{n_0}{n_*}\right)e^{\frac{-k(\sigma)}{n_*}N}\right|}\right)^{-1}\right]^{(2-m)/2}-l_0^{(2-m)/2}\right\} \tag{10}$$

На практике используется обычно критерий усталости следующего вида [8]:

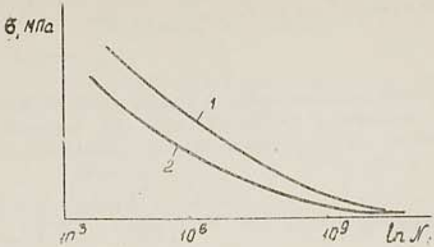
$$\sigma^m N=B \tag{11}$$

где m, B—постоянные.

Известно, что критерий (11) описывает хорошо процессы усталостного разрушения гладких лабораторных образцов и, естественно, не может быть применен к описанию разрушения сложных систем с дефектными элементами, каковыми являются реальные технические конструкции. В отличие от критерия (11) критерии (9) и (10) содержат характеристики дефектного состояния системы в целом и кинетические параметры его развития. Более того, правые части формул (9) и (10) являются функциями напряжения и числа циклов нагружения, поэтому эти критерии содержат принципиально новые возможности для описания результатов усталостного разрушения различных объектов.

В заключение дадим результаты некоторых расчетов по формулам (9), (10). Для простоты предположим, что дефектный фон системы определяется числом трещин n_0 и в процессе нагружений новые трещины не образуются. В этом случае критерии (9) и (10) идентичны. В расчетах были использованы следующие значения параметров: $l_0=10^{-1}$ *м*, $l_*=0,5$ *м*, $R_*=0,5$, $m=3$, $\lambda=5\cdot10^{-1}[\text{м}]^{-1}$, $C=10^{-13}$ МПа $[\text{м}]^{-3/2}$.

На фиг. 1 в координатах σ—$\ln N$ показаны теоретические кривые усталости системы согласно критериям (9), (10). Расчеты были вы-



Фиг. 1.

полнены для двух значений величины n_0: $n_0=1$ (кривая 1) и $n_0=20$ (кривая 2). Получен качественно правильный результат: с ростом дефектного состояния системы наблюдается значительное снижение ее долговечности.

PROBABILISTIC FATIGUE FRACTURE MODEL OF COMPLEX SYSTEMS

R. A. ARUTUNIAN

ԲԱՐԴ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՀՈԳՆԱԾԱՅԻՆ ՔԱՅՔԱՅՄԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԸ

Ռ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ամփոփում

Աշխատանքում առաջարկվում է հոգնածության հայտանիշ բարդ համակարգերի համար։ Հայտանիշը ընդգրկում է համակարգի վնասված (դեֆեկտային) վիճակի վիճակագրական բնութագիրը և այդ վիճակի զարգացման կինետիկ պարամետրերը։ Ցույց է տրվում, որ համակարգի վնասված վիճակի զարգացմամբ նկատվում է համակարգի երկարակեցության նվազում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Базовский И.* Надежность. Теория и практика.—М.: Мир, 1965.—374 с.
2. *Броек Д.* Основы механики разрушения.—М.: Высш. школа, 1980.—368 с.
3. *Терентьев В. Ф., Пойда И. В.* Образование малых трещин при усталости // Итоги науки и техники. Металловед. и терм. обраб.—1991.—вып. 25.—С. 60—94.

4. *Wu. X. J.* Behaviour of short fatigue cracks in a medium carbon steel subjected to bending // Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. — 1991. — vol. 14. № 2/3. — P. 369—372.
5. *Арутюнян Р. А.* Вероятностная модель разрушения вследствие питтинговой коррозии // Пробл. прочности.—1989.—№ 12.—С. 106—108.
6. *Ллойд Д., Липов М.* Надежность.—М.: Сов. радио, 1968.—685 с.
7. *Гумбель Э.* Статистика экстремальных значений.—М.: Мир, 1965.—450 с.
8. *Вейбулл В.* Усталостные испытания и анализ их результатов.—М.: Машиностроение, 1964.

Санкт-Петербургский университет

Поступила в редакцию
1.07.1991