ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 46, № 3-4 1993 Механика

УДК 539.3.01

О ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ДЛЯ ДВУХСЛОЯ С ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЕМ

БАГДАСАРЯН Ю. М., ХАЧАТРЯН А. М.

Получены асимптотические формулы для определения комплексных корней трансцендентного уравнения, реальная часть которых определяет скорость затухания решения погранслоя. Исследуется поведение первого корня в зависимости от величин геометрических и физических параметров задачи.

Работа посвящена описанию и анализу напряженно-деформированного состояния типа пограничного слоя для двухслойных анизотропных балок с проскальзыванием. Исследуется поведение первого корня характеристического уравнения в зависимости от значений геометрических и физических параметров. Вещественная часть этого корня характеризует скорость затухания величин погранслоя при удалении от торца.

В работе [1] асимптотическим методом построено решение внутренней задачи, а в [2]—пограничный слой для слоистых анизотропных балок, когда между слоями имеется полный контакт. В статье [3] исследовано напряженно-деформированное состояние, соответствующее внутренней задаче двухслойной анизотропной полосы—балки, когда контакт между слоями неполный. В этих же работах приведен обзор работ по методам расчета многослойных конструкций.

В работах [4, 5] получены асимптотические решения смешанных краевых задач для двухслойных анизотропных балок—полос, а в работе [6]—решения типа пограничного слоя для ортотропных пластинок. В статье [7] асимптотическим методом построен пограничный слой вблизи свободного края слоистой пластинки, составленной из чередующихся изотропных несущих и слабых слоев при полном их контакте. В работе [8] исследовано поведение первых корней характеристических уравнений потенциального и вихревого решений задач изгиба и растяжения трехслойной плиты.

1. В работе рассматривается вопрос определения напряженно-деформированного состояния типа пограничного слоя в плоской задаче для двухслойной балки—полосы длиной a и толщиной $2h$. Слои имеют различные толщины h_k и коэффициенты упругости $a_{ij}^{(k)}$ $(k=1,2)$.

Предполагается, что на продольных сторонах балки отсутствуют напряжения, а на торцах могут быть заданы различные условия.

$$\sigma_{yp}=0, \quad \sigma_{xyp}=0 \quad \text{при} \quad y=h_1, \ -h_2 \tag{1.1}$$

На линии раздела двух слоев $y=0$ имеем следующие условия контакта:

$$v_{1p}=v_{2p},\quad \sigma_{yp}^{(1)}=\sigma_{yp}^{(2)},\quad \sigma_{xyp}^{(1)}=\sigma_{xyp}^{(2)}=0 \tag{1.2}$$

Для построения пограничного слоя вблизи торца $x=0$ в уравнениях теории упругости сделаем замену переменных

$$t=x/h,\quad \zeta=y/h,\quad h=(h_1+h_2)/2 \tag{1.3}$$

Решение вновь полученных уравнений ищется в виде функций типа пограничного слоя [2, 6]

$$R_p^{(k)}=\sum_{s=0}^{S}\varepsilon^{\chi^{(k)}+s}R_p^{(ks)}(\zeta)\exp(-\lambda t) \tag{1.4}$$

где $R_p^{(k)}$—любое из напряжений и перемещений, $\varepsilon=h/a$—малый параметр, $\chi^{(k)}$—показатель интенсивности, λ характеризует изменяемость напряженно-деформированного состояния, k—номер слоя. Непротиворечивые значения $\chi^{(k)}$ задаются следующим образом [2,6]:
$\chi^{(k)}=\chi$ для всех напряжений и $\chi^{(k)}=\chi+1$ для всех перемещений, где χ—целое число, значение которого определяется в ходе сопряжения внутреннего и типа погранслоя решений.

Подставив (1.4) в уравнения теории упругости, преобразованные по формулам (1.3), с учетом вышеизложенных значений $\chi^{(k)}$, получим систему относительно $R_p^{(ks)}$, решением которой является

$$\sigma_{xp}^{(ks)}=\frac{1}{\lambda^2}\frac{d^2\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta^2},\quad \sigma_{xyp}^{(ks)}=\frac{1}{\lambda}\frac{d\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta} \tag{1.5}$$

$$u_p^{(ks)}=-\left(a_{11}^{(k)}\frac{1}{\lambda^3}\frac{d^2\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta^2}+a_{16}^{(k)}\frac{1}{\lambda^2}\frac{d\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta}+a_{12}^{(k)}\frac{1}{\lambda}\sigma_{yp}^{(ks)}\right)$$

$$v_p^{(ks)}=-\left[a_{11}^{(k)}\frac{1}{\lambda^4}\frac{d^3\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta^3}+2a_{16}^{(k)}\frac{1}{\lambda^3}\frac{d^2\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta^2}+\right.$$

$$\left.+(a_{12}^{(k)}+a_{66}^{(k)})\frac{1}{\lambda^2}\frac{d\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta}+a_{26}^{(k)}\frac{1}{\lambda}\sigma_{yp}^{(ks)}\right]$$

где напряжение $\sigma_{yp}^{(ks)}$ удовлетворяет уравнению

$$a_{11}^{(k)}\frac{d^4\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta^4}+2\lambda a_{16}^{(k)}\frac{d^3\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta^3}+\lambda^2(a_{66}^{(k)}+2a_{12}^{(k)})\frac{d^2\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta^2}+$$

$$+2\lambda^3a_{26}^{(k)}\frac{d\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta}+\lambda^4a_{22}^{(k)}\sigma_{yp}^{(ks)}=0 \tag{1.6}$$

и условиям

$$\sigma_{yp}^{(ks)}=\frac{d\sigma_{yp}^{(ks)}}{d\zeta}=0\quad \text{при}\quad \zeta=\zeta_k \tag{1.7}$$

где

$$\zeta_1 = h_1/h, \quad \zeta_2 = -h_2/h$$

В зависимости от вида корней соответствующего (1.6) характеристического уравнения [9]

$$\text{а)}\quad \alpha_k + i\beta_k, \quad \alpha_k - i\beta_k$$

$$\text{б)}\quad \alpha_{1k} + i\beta_{1k}, \quad \alpha_{2k} + i\beta_{2k} \tag{1.8}$$

возможны различные решения задачи (1.6)—(1.7).

Ограничимся рассмотрением двухслойной балки из изотропных слоев, что дает качественную картину исследуемой проблемы. Аналогичное исследование можно провести и для других случаев.

2. Пусть имеем двухслойную балку из изотропных слоев, верхний слой которой характеризуется упругими постоянными E_1, ν_1, а нижний слой—постоянными E_2, ν_2. Слои имеют толщины h_1 и h_2, соответственно. Ось Ox направим по линии раздела этих слоев. Характеристическое уравнение, соответствующее (1.6), имеет только двукратные мнимые корни [9], поэтому решением уравнения (1.6) будет

$$\sigma_{yp}^{(k)} = C_1^{(k)} \cos\lambda\zeta + C_2^{(k)}\lambda\zeta\cos\lambda\zeta + C_3^{(k)}\sin\lambda\zeta + C_4^{(k)}\lambda\zeta\sin\lambda\zeta \tag{2.1}$$

По формулам (1.5), определяя значения остальных напряжений и перемещений и удовлетворяя условиям контакта (1.2), получим

$$C_1^{(2)} = C_1^{(1)}, \quad C_2^{(1)} = -\lambda C_3^{(1)}, \quad C_2^{(2)} = -\lambda E_0 C_3^{(1)} \tag{2.2}$$

$$C_3^{(2)} = E_0 C_3^{(1)}, \quad E_0 = E_2/E_1$$

Остаются неопределенными четыре неизвестные константы $C_1^{(1)}$, $C_3^{(1)}$, $C_4^{(1)}$ и $C_4^{(2)}$, которые будут определяться из условий (1.7).

Удовлетворяя этим условиям, получим систему однородных алгебраических уравнений относительно указанных неизвестных.

Из условия существования нетривиального решения (приравниваем определитель этой системы к нулю) получим трансцендентное уравнение для определения λ

$$(\sin 2\lambda\zeta_2 + 2\lambda\zeta_2)(\sin^2\lambda\zeta_1 - \lambda^2\zeta_1^2) - E_0(\sin 2\lambda\zeta_1 + 2\lambda\zeta_1)(\sin^2\lambda\zeta_2 - \lambda^2\zeta_2^2) = 0 \tag{2.3}$$

Вводя новые обозначения

$$z = \lambda\zeta_1, \quad mz = -\lambda\zeta_2, \quad m = -\zeta_2/\zeta_1 = h_2/h_1$$

уравнение (2.3) перепишем в виде

$$(\sin 2mz + 2mz)(\sin^2 z - z^2) + E_0(\sin 2z + 2z)(\sin^2 mz - m^2 z^2) = 0 \tag{2.4}$$

Заметим, что если z есть корень уравнения (2.4), то $-z$—также корень этого уравнения. Трасцендентное уравнение (2.3) имеет бесконечное число комплексных корней λ_n. В пункте 3 приводятся асимптотические формулы для приближенного определения этих корней.

Так как определитель системы равен нулю, между уравнениями этой системы существует линейная зависимость, что позволяет все неизвестные величины выразить через одну. Обозначая эту неизвестную через $A_n^{(i)}$, решение уравнения (1.6), а также остальные искомые величины можно представить в виде

$$\sigma_{xp}^{(k)}=F_{kn}(\zeta)A_n^{(i)},\quad \tau_{xyp}^{(k)}=\nu_n^{-1}F'_{kn}(\zeta)A_n^{(i)},\ldots \tag{2.5}$$

где

$$F_{1n}=D_{14}^{-1}[D_{11}\cos\nu_n\zeta+D_{12}(\sin\nu_n\zeta-\nu_n\zeta\cos\nu_n\zeta)+D_{13}\zeta\sin\nu_n\zeta] \tag{2.6}$$

$$F_{2n}=D_{14}^{-1}[D_{11}\cos\nu_n\zeta+E_0D_{12}(\sin\nu_n\zeta-\nu_n\zeta\cos\nu_n\zeta)+D_{14}\zeta\sin\nu_n\zeta]$$

D_{1i} — алгебраические дополнения первой строки матрицы $D=\|d_{ij}\|$ четвертого порядка с элементами

$$\begin{gathered}
d_{11}=\cos\nu_n\zeta_1,\quad d_{12}=\sin\nu_n\zeta_1-\nu_n\zeta_1\cos\nu_n\zeta_1,\quad d_{13}=\zeta_1\sin\nu_n\zeta_1\\
d_{21}=-\nu_n\sin\nu_n\zeta_1,\quad d_{22}=\nu_n^2\zeta_1\sin\nu_n\zeta_1,\quad d_{23}=\sin\nu_n\zeta_1-\nu_n\zeta_1\cos\nu_n\zeta_1\\
d_{32}=\cos\nu_n\zeta_2,\quad d_{33}=E_0(\sin\nu_n\zeta_2-\nu_n\zeta_2\cos\nu_n\zeta_2),\quad d_{34}=\zeta_2\sin\nu_n\zeta_2\\
d_{42}=-\nu_n\sin\nu_n\zeta_2,\quad d_{43}=E_0\nu_n^2\zeta_2\sin\nu_n\zeta_2\\
d_{44}=\sin\nu_n\zeta_2+\nu_n\zeta_2\cos\nu_n\zeta_2,\quad d_{14}=d_{24}=d_{31}=d_{41}=0
\end{gathered} \tag{2.7}$$

и определяются по формулам

$$\begin{gathered}
D_{11}=-E_0(\sin\nu_n\zeta_1+\nu_n\zeta_1\cos\nu_n\zeta_1)(\sin^2\nu_n\zeta_2-\nu_n^2\zeta_2^2)\\
D_{12}=1/2(\sin\nu_n\zeta_1+\nu_n\zeta_1\cos\nu_n\zeta_1)(\sin2\nu_n\zeta_2+2\nu_n\zeta_2)\\
D_{13}=-\nu_n\sin\nu_n\zeta_1[E_0(\sin^2\nu_n\zeta_2-\nu_n^2\zeta_2^2)+1/2\nu_n\zeta_1(\sin2\nu_n\zeta_2+2\nu_n\zeta_2)]\\
D_{14}=-E_0\nu_n\sin^2\nu_n\zeta_2(\sin\nu_n\zeta_1+\nu_n\zeta_1\cos\nu_n\zeta_1)
\end{gathered} \tag{2.8}$$

Остальные напряжения и перемещения, согласно (1.5), легко выразить через функции F_{kn} и их производное. Считаем, что в (2.5) и в дальнейшем, где какая-либо функция умножается на произвол постоянного $A_n^{(i)}$, производится суммирование по всем значениям индекса n, соответствующего всем корням ν_n.

При $h_1=h_2(m=1)$ и уравнение (2.4) распадается в три независимые уравнения. В этом случае функции $F_{kn}(\zeta)$ также распадаются в три функции, соответствующие каждому из уравнений.

Из условий (1.7) и (1.2), как следствие, вытекают

$$F_{kn}(\zeta_k)=F'_{kn}(\zeta_k)=0,\quad k=1,2 \tag{2.9}$$

$$F_{1n}(0)=F_{2n}(0),\quad F'_{1n}(0)=F'_{2n}(0)=0$$

Используя соотношения (2.9), нетрудно показать, что напряжения σ_{xp} и τ_{xyp} самоуравновешены, то есть удовлетворяют следующим условиям:

$$\int_{\zeta_2}^{\zeta_1}\sigma_{xp}d\zeta=0,\quad \int_{\zeta_2}^{\zeta_1}\zeta\sigma_{xp}d\zeta=0,\quad \int_{\zeta_2}^{\zeta_1}\tau_{xyp}d\zeta=0 \tag{2.10}$$

Более того, для каждого слоя имеет место равенство

$$\int_0^{\zeta_k} \sigma_{xp}^{(k)} d\zeta = 0 \tag{2.11}$$

В справедливости равенств (2.10), (2.11) можно убедиться, если непосредственно вычислить эти интегралы и учесть (2.9). Соотношения (2.10), (2.1) справедливы также при произвольном количестве слоев.

Аналогичным образом строится погранслой вблизи торца $x=a$. Если отсчет вести от торца $x=0$, данные $R_p^{(i)}$ этого погранслоя получаются из приведенного заменой t на $t_1=(a-x)/h$

3. К уравнению (2.3) можно применять теорию определения асимптотических корней уравнений типа квазиполиномов [2, 10]. Расположение этих корней практически определяются только несколькими членами характеристического уравнения. Асимптотические корни определяются по формулам

$$2\lambda_n^{(j)}=1/2(1+m)\operatorname{ctg}\varphi_j\{[(2n-1/2)\pi+\arg Z_j]+i\ln|2\pi n Z_j^{-1}\operatorname{ctg}\varphi_j|\} \quad (j=1,2,3) \tag{3.1}$$

Уравнение (2.3) в первом квадранте имеет три ветви асимптотических корней, соответствующие трем значениям Z_j и $\operatorname{ctg}\varphi_j$. При этом асимптотика зависит от m. При исследовании первого корня $\lambda_1^{(j)}$ с $\operatorname{Re}\lambda_1^{(j)}>0$ надо следить за первым корнем каждой ветви, поскольку при разных параметрах наименьший корень принадлежит различным ветвям. Приведем окончательные значения λ_j и $\operatorname{ctg}\varphi_j$.

а) $m>1$

$$\operatorname{ctg}\varphi_{1,2}=2,\quad Z_{1,2}=\pm\sqrt{1+E_0} \tag{3.2}$$

$$\operatorname{ctg}\varphi_3=1/m,\quad Z_3=i/(2m(1+mE_0))$$

Тогда $\arg Z_1=0$, $\arg Z_2=\pi$, $\arg Z_3=\pi/2$ и будем иметь

$$2\lambda_n^{(1)}=(1+m)/2[\pm(4n-1)\pi+2\ln(4\pi n/\sqrt{1+E_0})i] \tag{3.3}$$

$$2\lambda_n^{(2)}=(1+m)/2[\pm(4n+1)\pi+2\ln(4\pi n/\sqrt{1+E_0})i]$$

$$2\lambda_n^{(3)}=(1+m)/2m[\pm(2n-1/2)\pi+\ln(4\pi n(1+mE_0))i]$$

Обозначим через $\operatorname{Re}(2\lambda_1)$ наименьшее значение $\operatorname{Re}(2\lambda_n^{(j)})$.

Из (3.3) получаем

$$\operatorname{Re}(2\lambda_1)=\operatorname{Re}(2\lambda_1^{(3)})\approx 3\pi/4(1+1/m) \tag{3.4}$$

Заметим также, что при $m\to\infty$ $\operatorname{Re}(2\lambda_1)=3\pi/4$,

а при $m\to 1$ $\operatorname{Re}(2\lambda_1)=3\pi/2$

б) $m<1$

$$\operatorname{ctg}\varphi_{1,2}=2/m,\quad Z_{1,2}=\pm\sqrt{1+1/E_0}\ m \tag{3.5}$$

$$\operatorname{ctg}\varphi_3=1,\quad Z_3=iE_0 m/(2(1+mE_0))$$

$$\arg Z_1=0,\quad \arg Z_2=\pi,\quad \arg Z_3=\pi/2$$

$$2\gamma_n^{(1)}=(1+m)/2m\left[\pm(4n-1)\pi+2\ln\left(4\pi n\sqrt{1+1/E_0}\right)i\right]$$

$$2\gamma_n^{(2)}=(1+m)/2m\left[\pm(4n+1)\pi+2\ln\left(4\pi n\sqrt{1+1/E_0}\right)i\right] \tag{3.6}$$

$$2\gamma_n^{(3)}=(1+m)/2\left[\pm(2n-1/2)\pi+\ln\left(4\pi n(1+1/mE_0)\right)i\right]$$

Здесь $$\mathrm{Re}(2\gamma_1)=\mathrm{Re}(2\gamma_1^{(1)})\approx 3\pi/4(1+m)$$

При $$m\to 1,\quad \mathrm{Re}(2\gamma_1)=3\pi/2,\quad m\to 0,\quad \mathrm{Re}(2\gamma_1)=3\pi/4$$

в) $m=1$ (3.7)

Уравнение (2.4) превращается в уравнение

$$(\sin 2z+2z)(\sin z+z)(\sin z-z)=0 \tag{3.8}$$

корни которого не зависят от E_0. Здесь также имеем три ветви асимптотических корней. Трансцендентные уравнения (3.8) хорошо исследованы. В работе [2] приведены асимптотические формулы для определения этих корней. Пользуясь этими формулами, будем иметь

$$2\gamma_n^{(1)}=\pm(2n-1/2)\pi+i\ln(4\pi n) \tag{3.9}$$

$$2\gamma_n^{(2)}=\pm 2(2n-1/2)\pi+i2\ln(4\pi n)$$

$$2\gamma_n^{(3)}=\pm 2(2n+1/2)\pi+i2\ln(4\pi n)$$

Здесь

$$\mathrm{Re}(2\gamma_1)=\mathrm{Re}(2\gamma_1^{(1)})\approx 3\pi/2$$

4. Рассмотрим вопрос сопряжения внутреннего и типа погранслоя решений. Условия самоуравновешенности (2.10), (2.11) позволяют определить неизвестные постоянные в решении внутренней задачи [3] и погранслоя при заданных на торцах условиях первой краевой задачи теории упругости.

Пусть на торце $x=0$ заданы значения напряжений

$$\sigma_x=\varphi_1(\zeta),\quad \sigma_{xy}=\varphi_2(\zeta) \tag{4.1}$$

Учитывая, что при $x=0$ проявляет себя погранслой, соответствующий этому торцу, получим

$$\sigma_{xp}^{(s)}+\sigma_x^{(s+2+\chi)}=\varphi_1^{(s+\chi)} \tag{4.2}$$

$$\sigma_{xyp}^{(s)}+\sigma_{xy}^{(s+1+\chi)}=\varphi_2^{(s+\chi)}\quad \text{при}\quad x=0\,(t=0)$$

где вторые слагаемые задаются решением внутренней задачи [3].

Условия (4.2) будут непротиворечивыми, если $\chi=-2$. Тогда условия (4.2) запишутся в виде

$$\sigma_{xp}^{(s)}=\varphi_1^{(s-2)}-\sigma_x^{(s)}(x=0) \tag{4.3}$$

$$\sigma_{xyp}^{(s)}=\varphi_2^{(s-2)}-\sigma_{xy}^{(s-1)}(x=0)$$

Правые части (4.3) должны удовлетворять условиям (2.10) и

(2.11), откуда находим следующие значения произвольных постоянных внутренней задачи [3]:

$$E_1^{(k)}C_3^{(k)}=\frac{1}{\zeta_k}\int_0^{\zeta_k}[\varphi_1^{(-2)}-\sigma_x^{*(k1)}(\xi=0)]\,d\zeta$$

$$DC_1^{(1)}=4\int_0^{\zeta_1}\sigma_{xy}^{*(1)}(\xi=0)\,d\zeta-4\int_0^{\zeta_{-1}}\sigma_{xy}^{*(1)}(\xi=0)\,d\zeta-4\int_{\zeta_{-1}}^{\zeta_1}\varphi_2^{(1)}(\zeta)\,d\zeta$$

$$DC_2^{(1)}=-2\zeta_1\int_0^{\zeta_1}(\varphi_1^{(-2)}(\zeta)-\sigma_x^{*(11)}(\xi=0))\,d\zeta+$$

$$+2\zeta_{-1}\int_0^{\zeta_{-1}}(\varphi_1^{(-2)}(\zeta)-\sigma_x^{*(-11)}(\xi=0))\,d\zeta-$$

$$-4\int_{\zeta_{-1}}^{\zeta_1}\zeta\varphi_1^{(-2)}(\zeta)\,d\zeta+4\int_0^{\zeta_1}\zeta\sigma_x^{*(11)}(\xi=0)\,d\zeta-4\int_0^{\zeta_{-1}}\zeta\sigma_x^{*(-11)}(\xi=0)\,d\zeta$$

$D=1/3(E_1^{(1)}\zeta_1^3-E_1^{(-1)}\zeta_{-1}^3)$ — жесткость при изгибе, $\xi=x/a$ — безразмерная координата.

Перемещения будут определены с точностью жесткого смещения. Из условий отсутствия жесткого смещения определяются постоянные $C_3^{(s)}$, $C_4^{(s)}$ и $C_6^{(s)}$. Остаются неопределенными постоянные решения погранслоя $A_n^{(s)}$. Они определяются из условий (4.3), правые части которых после определения постоянных $C_i^{(s)}$ внутренней задачи—известные функции. Для определения $A_n^{(s)}$ можно применять различные приближенные методы, в частности, метод коллокации или метод Трефтца.

В заключении авторы благодарят Агаловяна Л. А. за постоянное внимание и интерес к работе.

THE BOUNDARY LAYER OF A TWO LAYER BEAM WITH SLIP

YU. M. BAGDASARIAN, A. M. KHACHATRIAN

ԵՐԿՇԵՐՏ ՀԵԾԱՆԻ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՇԵՐՏԻ ՄԱՍԻՆ, ՇԵՐՏԵՐԻ ՄԻՋԵՎ ՍԱՀՔԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Յ. Մ. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Ա. Մ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Ամփոփում

Քննարկված է սահմանային շերտի տիպի լուծումների մարման բնույթը՝ կախված խնդրի երկրաչափական և ֆիզիկական պարամետրերից։ Բնութագրիչ հավասարման կոմպլեքս արմատների որոշման համար ստացված են ասիմպտոտիկ բանաձևեր։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Агалован Л. А., Хачатрян А. М.* Асимптотический анализ напряженно-деформированного состояния анизотропной слоистой балки.—Изв. АН АрмССР. Механика, 1985, т. 39, №2, с. 3—14
2. *Хачатрян А. М.* О пограничном слое слоистых балок.—Изв. АН АрмССР. Механика, 1987, т. 40, №2, с. 19—25
3. *Багдасарян Ю. М., Хачатрян А. М.* К определению напряженно-деформированного состояния анизотропной двухслойной балки с проскальзыванием.—В сб. «Актуальные проблемы неоднородной механики». Материалы Всес. науч. семинара. Ереван: 1991. 390 с.
4. *Агаловян Л. А.* К определению напряженно-деформированного состояния двухслойной полосы и о справедливости гипотезы Винклера. Тр. XIII Всес. конф. по теории пластин и оболочек. Таллин, 1983, с. 13—18
5. *Агаловян Л. А., Товмасян А. Б.* Об асимптотическом решении смешанной краевой задачи для двухслойной термоупругой полосы.—В сб. «Актуальные проблемы неоднородной механики». Материалы Всес. науч. семинара. Ереван: 1991, 390 с.
6. *Агаловян Л. А.* О погранслое ортотропных пластинок. Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1973, т. 26, №2, с. 27—43
7. *Гусейн-Заде М. И.* Напряженное состояние погранслоя для слоистых пластинок.—Тр. VII Всес. конф. по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1970, с. 638—613
8. *Кадомцев И. Г.* Краевой эффект в трехслойной плите. Изв. Северо-Кавказского центра высшей школы. Сер. естест. наук, 1973, №4, с. 35—37
9. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела.—М.: Наука, 1977. 416 с.
10. *Пинни Э.* Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения.—М.: ИЛ, 1961. 248 с.

Институт механики
АН Армении

Поступила в редакцию
19.03.1993