

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ МАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ СЛОЯ И ПОЛУСЛОЯ С ТУННЕЛЬНЫМИ ПОЛОСТЯМИ И ТРЕЩИНАМИ ПРОДОЛЬНОГО СДВИГА

ОСТРИК В.И., ФИЛЬШТИНСКИЙ Л.А.

Օստրիկ Վ.Ի., Ֆիլշտինսկի Լ.Ա. Մագնիսաառաձգականության դինամիկայի խնդիրներ երկայնական սահման ճաքերով և թունելային խոռոչներով շերտի և կիսաշերտի համար
Հետազոտվում է ուժեղ մագնիսական դաշտի ազդեցությունը սահմանային շերտի և առաձգական իդեալական հաղորդիչ շերտում կամ կիսաշերտում թունելային խոռոչների ու ճաքերի փոխազդեցության վրա: Գիտարկվող նգրային խնդրում ստացված սինգուլյար ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումը հետազոտվում է թվային:

Изучается влияние сильного магнитного поля на взаимодействие волн сдвига с туннельными полостями и трещинами в упругом идеально-проводящем слое и полуслое. Полученное сингулярное интегро-дифференциальное уравнение рассматриваемой краевой задачи реализовано численно.

Ostrik V.I., Filshinsky L.A. Dynamic Problems of Magnetic Elasticity for a Layer and a Semilayer With a Tunnel Cavities and a Cracks

На характер волновых полей в электропроводных телах значительное влияние оказывают внешние магнитные поля. Возникающие при этом силы Лоренца необходимо учитывать в уравнениях движения упругой среды, что приводит к появлению дополнительного тензора максвелловских напряжений [1,2].

В рамках этого подхода ниже изучается влияние сильного магнитного поля на взаимодействие волн сдвига с туннельными концентраторами напряжений в упругом идеально проводящем (диа пара) магнитном слое и полуслое (подобная задача для прямолинейной трещины в неограниченной среде рассмотрена в [3]). Используется метод решения динамических задач теории упругости для тел с криволинейными разрезами, предложенный в работах [4,5].

1. Будем рассматривать идеально проводящий упругий слой ($0 \leq x \leq a$, $-\infty \leq y \leq \infty$, $-\infty < z' < \infty$) или полуслой ($0 \leq x \leq a$, $0 \leq y < \infty$, $-\infty < z' < \infty$), находящиеся в статическом магнитном поле с напряженностью $\vec{H}^0 = (0, H_0, 0)$ и ослабленные цилиндрическими вдоль оси z' трещинами и полостями.

В результате механического возбуждения, вызывающего движение частиц упругой среды, в теле возникает электромагнитное поле $\vec{H} = \vec{H}^0 + \vec{h}$, $\vec{E} = \vec{e}$, где \vec{h} , \vec{e} - малые флуктуации магнитного и электрического полей соответственно. Считая электромагнитное поле

квазистатическим ($\vec{D} = 0$, $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$, \vec{D} - электрическое смещение, t - время), получаем из уравнений Максвелла и линеаризованных уравнений движения [1]:

$$\vec{h} = \text{rot}(\vec{U} \times \vec{H}^0), \quad \vec{e} = -\mu_c \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \times \vec{H}^0 \right) \quad (1.1)$$

$$\mu \nabla^2 \vec{U} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{U} + \mu_c \text{rot } \vec{h} \times \vec{H}^0 = \rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t^2}$$

где \vec{U} - вектор упругого смещения, λ , μ - параметры Ламе, μ_c - магнитная проницаемость, ρ - плотность среды, ∇^2 - дифференциальный оператор Лапласа.

Пусть из бесконечности излучается магнитоупругая сдвиговая волна смещения w_0 [3] а поверхности концентраторов либо свободны от сил, либо подвержены воздействию гармонической во времени и не зависящей от координаты z сдвиговой нагрузки. В этом случае в теле возникнет стационарный волновой процесс, соответствующий состоянию антиплоской деформации: $\vec{U} = (0, 0, w)$, $w = \text{Re}(W(x, y) \exp(-i\omega t))$ (ω - круговая частота). Исключая из (1.1) время, приходим к дифференциальному уравнению относительно амплитуды смещения $W(x, y)$

$$\nabla^2 W + \chi^2 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \gamma_2^2 W = 0 \quad \left(\chi^2 = \frac{\mu_c H_0^2}{\mu}, \gamma_2^2 = \frac{\rho \omega^2}{\mu} \right) \quad (1.2)$$

Суммарные напряжения σ_{xz} , σ_{yz} складываются из механических τ_{xz} , τ_{yz} и максвелловских t_{xz} , t_{yz} и выражаются через смещение $w(x, y)$ по формулам

$$\sigma_{xz} = \tau_{xz} + t_{xz}, \quad \sigma_{yz} = \tau_{yz} + t_{yz} \quad (1.3)$$

$$\tau_{xz} = \frac{\mu \partial w}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = \frac{\mu \partial w}{\partial y}, \quad t_{xz} = 0, \quad t_{yz} = \frac{\mu \chi^2 \partial w}{\partial y}$$

Предположим, что основания слоя (полуслоя) свободны от сил

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, x = a) \quad (1.4)$$

а торцевая граница полуслоя закреплена

$$W = 0 \quad (y = 0) \quad (1.5)$$

или свободна

$$\frac{\partial W}{\partial y} = 0 \quad (y = 0) \quad (1.6)$$

Считаем, что вдоль отрицательного направления оси oy распространяется магнитоупругая волна сдвига

$$w_0 = \text{Re}(W_0(y) \exp(-i\omega t)), \quad W_0 = \tau \exp\left(-\frac{i\gamma_2 y}{\sqrt{1+\chi^2}}\right) \quad (1.7)$$

а на поверхности трещин S_j ($j = \overline{1, m_1}$ или полостей S_j ($j = \overline{m_1 + 1, m}$, $m = m_1 + m_2$) возможно действие гармонической во времени механической нагрузки.

Пусть L_j - линия пересечения поверхности S_j с плоскостью xOy , $n = (\cos \psi, \sin \psi)$ - единичная (внутренняя для полости) нормаль к L_j . Будем предполагать, что кривизна дуги L_j - функция класса H [6]. Краевое условие на контуре трещины (полости) запишется в виде:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial n} \right) |_{L_j} = \frac{1}{\mu} z \quad (j = \overline{1, m}) \quad (1.8)$$

Разрешающее уравнение (1.2) при переходе к новым координатам

$$x_1 = x, \quad y_1 = \frac{y}{\sqrt{1 + \chi^2}}$$

преобразуется в уравнение Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y_1^2} + \gamma_2^2 W = 0 \quad (1.9)$$

Дифференциалы ds_1, ds дуги L_j в системах координат $x_1 O y_1$ и $x O y$ связаны соотношением $(1 + \chi^2 \sin^2 \psi) ds^2 = (1 + \chi^2) ds_1^2$.

2. Решение краевой задачи (1.2), (1.4)-(1.8) представим в виде суперпозиции падающей, отраженной и рассеянной волны:

$$W = W_0 + A W_1 + W_*, \quad W_1 = \tau \exp(i \gamma_2 y_1) \quad (2.1)$$

$$W_*(x, y) = -i \int_L [p(s) \left(\frac{\partial G}{\partial \xi_1} d\xi_1 - \frac{\partial G}{\partial \zeta_1} d\zeta_1 \right) - \frac{i \chi^2 \sin 2\psi}{2\sqrt{1 + \chi^2}} p'(s) G ds] + \int_l p(s) G ds_1$$

$$\Gamma = L \cup l, \quad L \cap l = \emptyset, \quad L = \bigcup_{j=1}^{m_1} L_j, \quad l = \bigcup_{j=m_1+1}^m L_j$$

$$G(\xi, x, \eta_1, y_1) = g(\xi, x, \eta_1 - y_1) + A g(\xi, x, -\eta_1 - y_1)$$

$$\zeta_1 = \xi + i \eta_1, \quad \eta_1 = \frac{\eta}{\sqrt{1 + \chi^2}}, \quad \zeta = \xi + i \eta \in \Gamma, \quad z = x + iy$$

Здесь $W_1(x, y)$ - амплитуда отраженной от торцевой границы полуплоскости волны, $W_*(x, y)$ - амплитуда рассеянной концентраторами волны; Γ - суммарный контур трещины и полостей, s - его дуговая координата; $p(s)$ - неизвестная плотность; G - функция Грина краевой задачи (1.9), (1.4), (1.5) или (1.6) для полуплоскости $0 \leq x_1 \leq a, 0 \leq y_1 < \infty$; g - функция Грина краевой задачи (1.9), (1.4) для полосы $0 \leq x_1 \leq a, -\infty \leq y_1 < \infty$; $A = 1$ в случае свободного, $A = -1$ - закрепленного торцевого края полуплоскости, $A = 0$ в случае слоя.

Интегральное представление (2.1) удовлетворяет дифференциальному уравнению (1.2), граничным условиям (1.4), (1.5) или (1.6), условиям излучения [7], а также обеспечивает непрерывность механических напряжений и существование скачка перемещения на контуре L .

Функция Грина для полосы разыскивалась в форме ряда Фурье по координате x с последующим преобразованием Фурье по координате y_1 и имеет вид:

$$g(\xi, x, \eta_1 - y_1) = \frac{1}{2i\gamma_2 a} \exp(i\gamma_2 |\eta_1 - y_1|) - \frac{1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} \exp(-\lambda_k |\eta_1 - y_1|) \cos(\alpha_k \xi) \cos(\alpha_k x) \quad (2.2)$$

$$\lambda_k = \sqrt{\alpha_k^2 - \gamma_2^2} \quad (\gamma_2 < \alpha_k), \quad \lambda_k = -i\sqrt{\gamma_2^2 - \alpha_k^2} \quad (\gamma_2 > \alpha_k)$$

$$\alpha_k = \frac{\pi k}{a}$$

В случае, если $\eta_1 = y_1$, ряд в формуле (2.2) сходится условно, а при $\xi = x$, $\eta_1 = y_1$ становится расходящимся. Для устранения этого явления выделим его главную часть. Получим

$$g(\xi, x, \eta_1 - y_1) = g_0 + g_1$$

$$g_0 = \left(g - \frac{1}{2i\gamma_2 a} \exp(i\gamma_2 |\eta_1 - y_1|) \right) \Big|_{y_1=0}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \ln \left| 4 \sin \frac{\pi}{2a} (\xi_1 - z_1) \sin \frac{\pi}{2a} (\xi_1 + \bar{z}_1) \right| - \frac{1}{2a} |\eta_1 - y_1|$$

$$g_1 = \frac{1}{2i\gamma_2 a} \exp(i\gamma_2 |\eta_1 - y_1|) - \frac{1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\lambda_k} \exp(-\lambda_k |\eta_1 - y_1|) - \frac{1}{\alpha_k} \exp(-\alpha_k |\eta_1 - y_1|) \right) \cos(\alpha_k \xi) \cos(\alpha_k x) \quad (2.3)$$

$$z_1 = x + iy_1$$

Отсюда видно, что функция $g(\xi, x, \eta_1 - y_1)$, а значит и функция Грина G , удовлетворяет уравнению (1.2), когда $\xi \neq z$, а при $r_1 = |z - \xi| \rightarrow 0$ имеет логарифмическую особенность. Общий член ряда для g_1 затухает как k^{-3} при $r_1 = 0$ и экспоненциально при $\eta_1 \neq y_1$. Ряд (2.2) для второй составляющей $g(\xi, x, -\eta_1 - y_1)$ функции Грина G сходится экспоненциально. Выполненное преобразование функции Грина дает возможность применить к ней операцию дифференцирования и обеспечивает существование ее вторых производных при $\xi \neq z$.

Вычисляя нормальную производную от функции W (2.1), регуляризуя

расходящиеся интегралы интегрированием по частям и подставляя затем предельное значение нормальной производной при $z \rightarrow \zeta_0 = \xi_0 + i\eta \in \Gamma$ в краевое условие (1.8), приходим к сингулярному интегро-дифференциальному уравнению по контуру Γ относительно функции $p(s)$

$$\int_L [p'(s) \left(\operatorname{Im} \frac{c(\psi_0)}{\zeta_0 - \zeta_{01}} - \frac{\chi^2 \sin 2\psi}{2\sqrt{1+\chi^2}} \frac{\partial G}{\partial n_0} \right) ds - ip(s) \left(\frac{\partial^2 G_1}{\partial n_0 \partial \zeta_1} d\zeta_1 - \frac{\partial^2 G_1}{\partial n_0 \partial \bar{\zeta}_1} d\bar{\zeta}_1 \right)] + b(\psi_0)p(s_0) + \int_I p(s) \frac{\partial G}{\partial n_0} ds = \frac{1}{\mu} Z - \frac{\partial}{\partial n_0} (W_0 + \Lambda W_1) \quad (2.4)$$

$$c(\psi_0) = \cos \psi_0 + \frac{i}{\sqrt{1+\chi^2}} \sin \psi_0, \quad p = \int_{a_j}^{\zeta} dp, \quad \zeta \in L_j$$

$$G_1 = G - \frac{1}{2\pi} \ln |\zeta_1 - \zeta_{01}|, \quad \zeta_{01} = \xi_0 + \frac{i\eta_0}{\sqrt{1+\chi^2}}$$

$$b(\psi_0) = -\frac{1}{2} (1 + \chi^2 \sin^2 \psi_0)^{-\frac{1}{2}} \quad (\zeta_0 \in I), \quad b(\psi_0) = 0 \quad (\zeta_0 \in L)$$

Здесь a_j - начало трещины, $n_0 = (\cos \psi_0, \sin \psi_0)$ - единичная нормаль к контуру Γ в точке ζ_0 , ядра $\operatorname{Im} \left[\frac{c(\psi_0)}{(\zeta_1 - \zeta_{01})} \right]$, $\frac{\partial G}{\partial n_0}$ - сингулярные. Уравнение (2.4) необходимо рассматривать совместно с дополнительными условиями

$$\int_{L_j} p(s) ds = 0 \quad (j = \overline{1, m_1}) \quad (2.5)$$

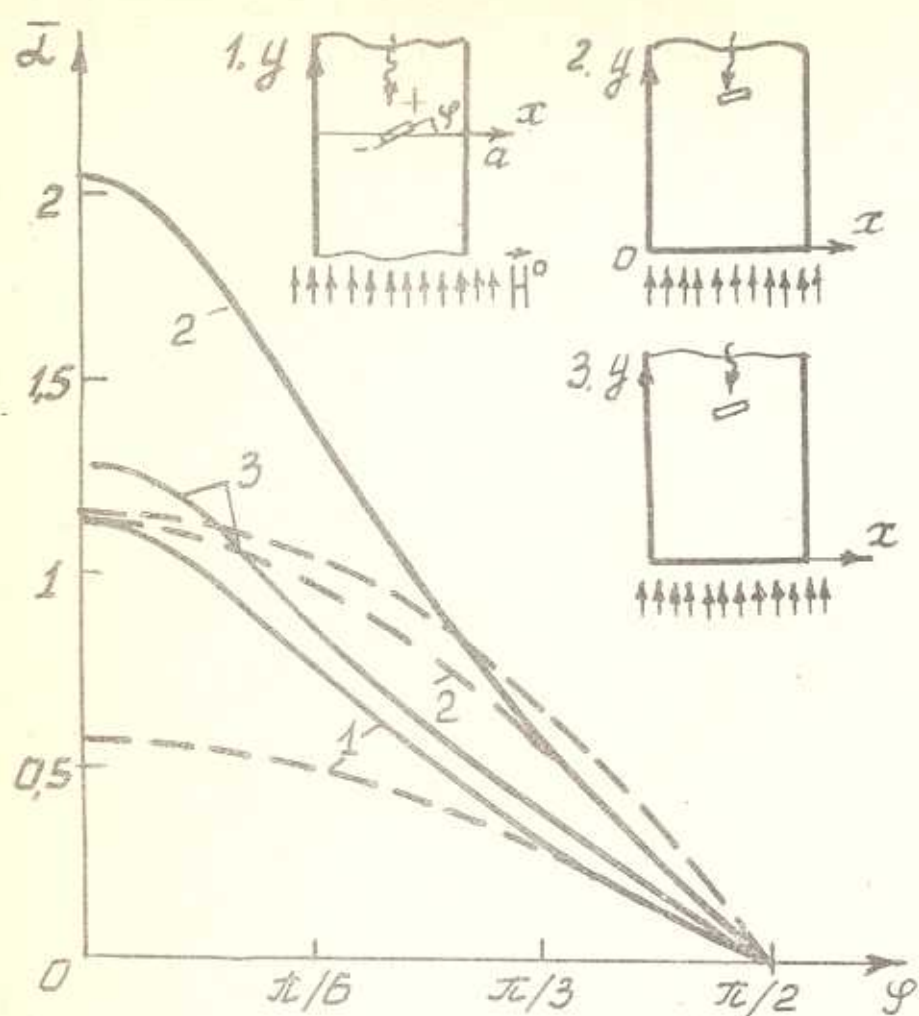
отражающими отсутствие скачков перемещения в вершинах разрезов. Уравнения (2.4), (2.5) однозначно определяют решение с неограниченной производной на концах разрезов. На контурах полостей $p(s) \in H$ [6].

Ряды для вторых производных функции G_1 в уравнении (2.4) при $\eta_1 = \eta_0$ сходятся условно. После выделения главной части остаток ряда сходится не медленнее, чем k^{-3} .

3. Далее удобно ввести параметризацию контура разреза: $\zeta = \zeta(\beta)$ ($-1 \leq \beta \leq 1$). В соответствии с этим

$$p'(s) = \frac{\Omega(\beta)}{s'(\beta)\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \Omega(\beta) \in H[-1, 1]$$

Для определения суммарных напряжений σ_{xz} , σ_{yz} в окрестности вершины дефекта воспользуемся интегральным представлением (2.1). Асимптотический анализ входящих в формулы для напряжений интегралов дает



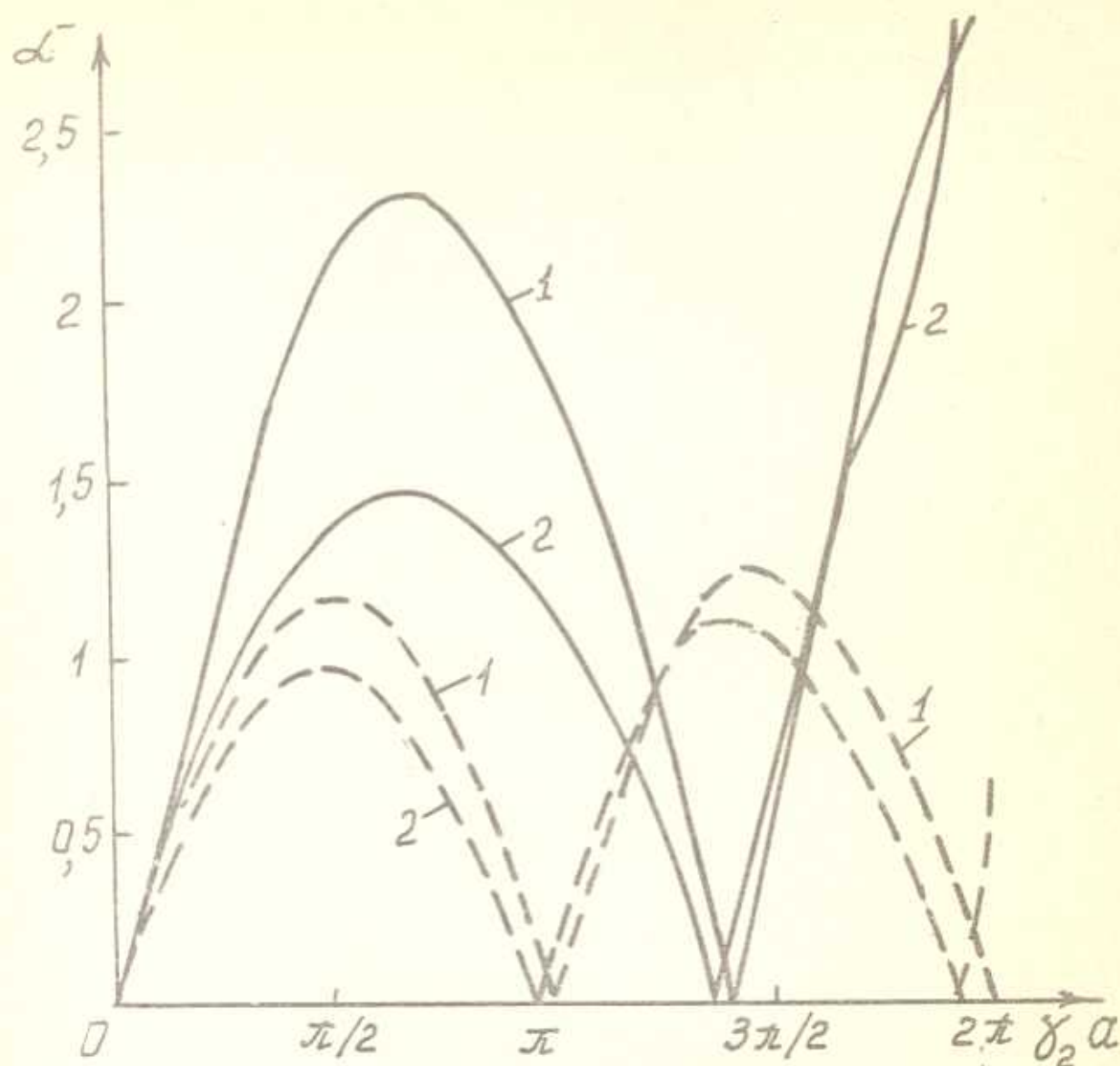
Фиг.1. График зависимости величины α^{-} от угла ориентации φ прямолинейной трещины.

$$\sigma_{xz} - i\sigma_{yz} = -\frac{\mu}{2} \sqrt{1+\chi^2} \exp\left(i\frac{\psi_c}{2}\right) \operatorname{Re} \left[\Omega(\pm 1) \exp(-i\omega t) \right] \times (\mp 2is'(\pm 1)(z-c))^{-\frac{1}{2}} + O(1), \quad z \rightarrow c \quad (3.1)$$

$$c = \zeta(\pm 1), \quad \psi_c = \psi |_{\zeta=c}$$

С учетом (3.1) определяем динамический коэффициент интенсивности напряжений

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\sigma_{xz} \cos \psi_c + \sigma_{yz} \sin \psi_c) \quad (3.2)$$

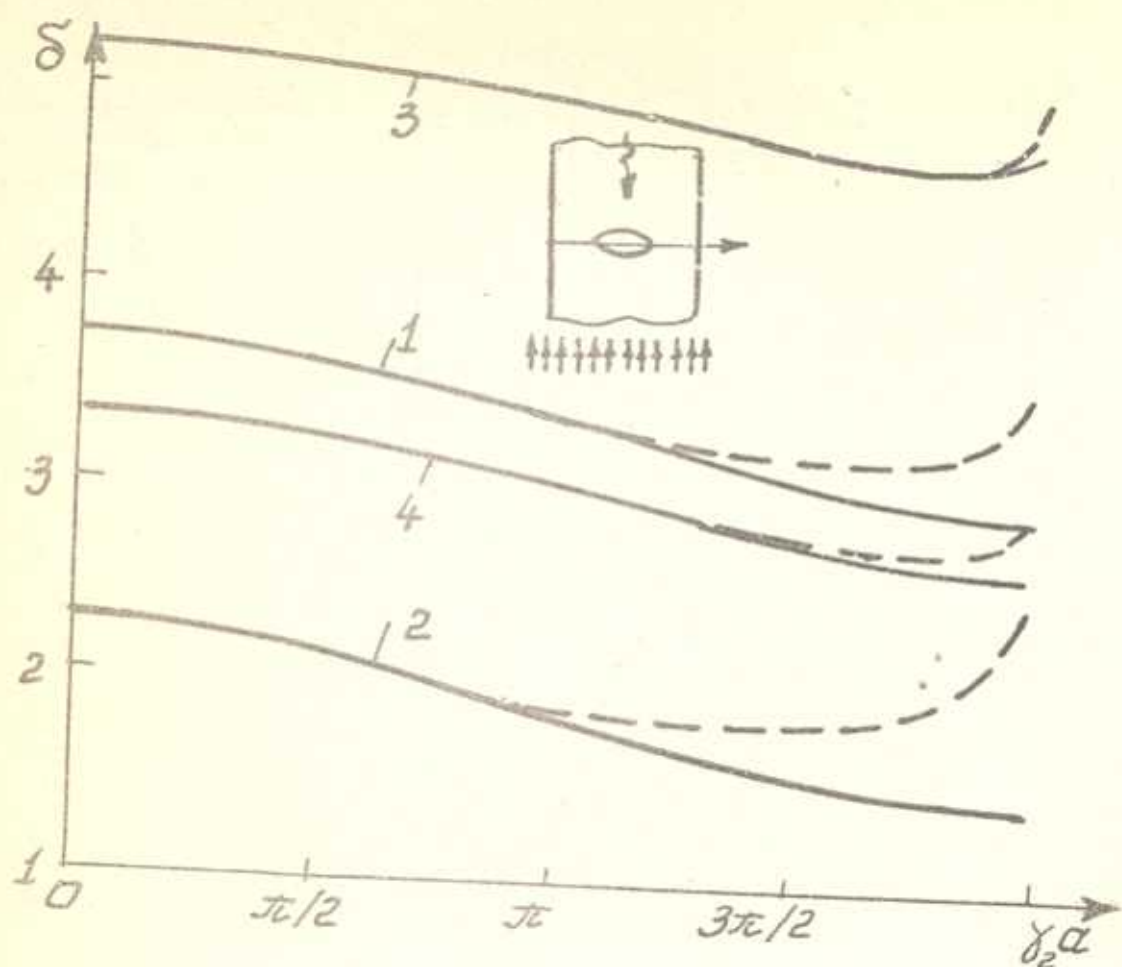


Фиг.2 График зависимости величины α^- от нормализованного волнового числа $\gamma_2 a$, для прямолинейной поперечной и параболической трещины в полустое со свободным торцом.

$$= \pm \frac{\mu}{2} \sqrt{\pi(1+\chi^2)} (s'(\pm 1))^{-1} |\Omega(\pm 1)| \cos(\omega t - \arg \Omega(\pm 1))$$

где r - расстояние от рассматриваемой точки на продолжении трещины до вершины s .

4. Численная реализация уравнений (2.4), (2.5) проводилась методом механических квадратур [8] для случая одного контура Γ (трещина или полость). Уравнение (2.4) удовлетворялось в узлах $\beta_i = \cos \theta_i$, $\theta_i = \frac{\pi i}{n}$, $i = \overline{1, n-1}$ (для трещины), $\theta_i = \frac{2\pi(i-1)}{n}$, $i = \overline{1, n}$ (для полости) и сводилось к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных значений $\Omega(\beta_j)$, $\beta_j = \cos \theta_j$



Фиг.3. График зависимости величины δ от нормализованного волнового числа $\gamma_2 a$, для круговой и эллиптической полости в слое

$$\theta_j = \frac{\pi(2j-1)}{2n}, \quad j = \overline{1, n} \quad (\text{для трещины}), \quad p(s(\theta_j))$$

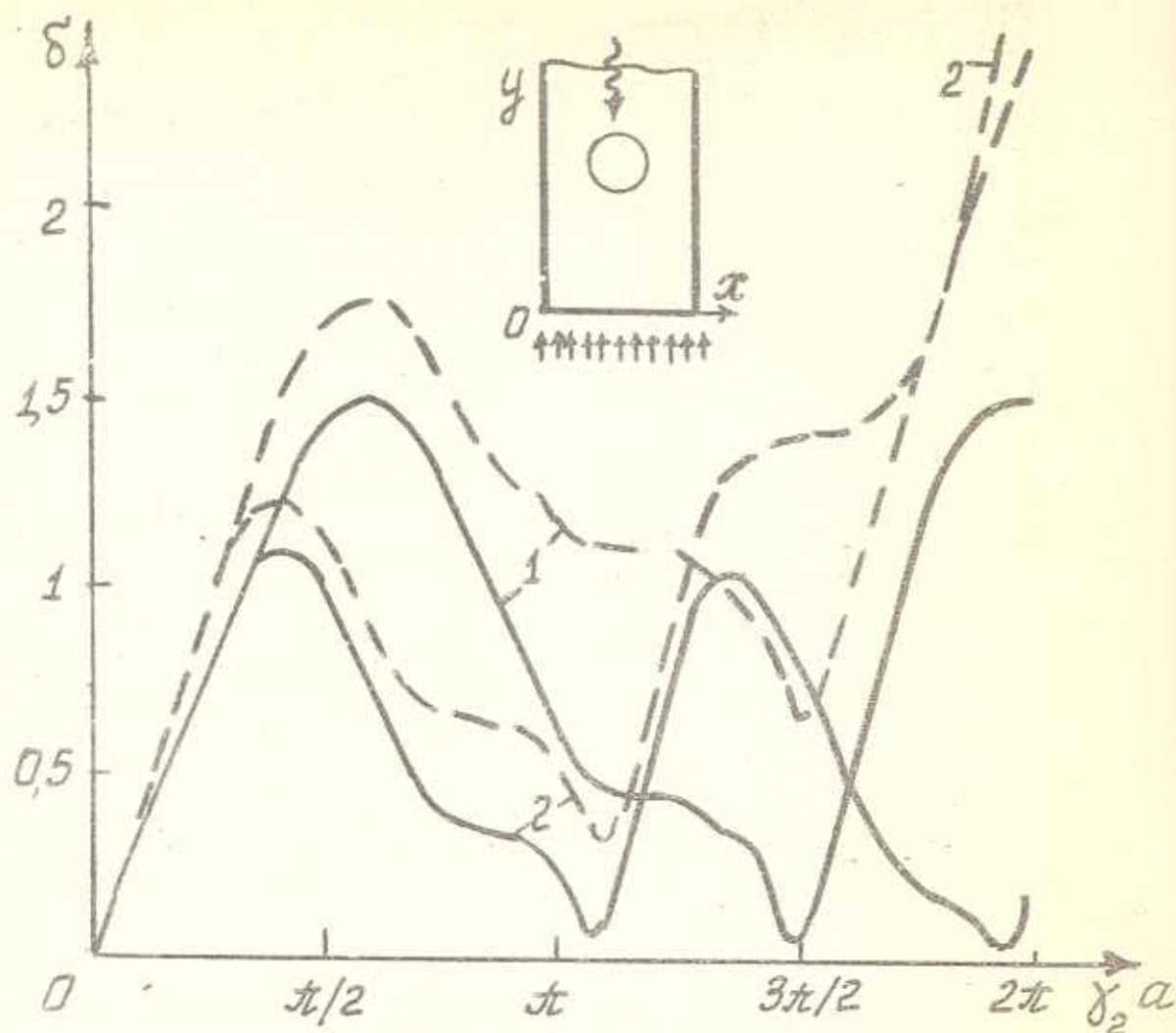
$$\theta_j = \frac{\pi(2j-1)}{n}, \quad j = \overline{1, n} \quad (\text{для полости}).$$

Для замыкания системы в случае трещины использовалось линейное алгебраическое уравнение, вытекающее из условия (2.5). При этом параметрическое представление контура полости бралось в виде $\zeta = \zeta(\theta)$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

К интегралам в (2.4), (2.5) применялись квадратурные формулы Гаусса-Чебышева (для трещины) и прямоугольников (для полости), имеющие наивысшую алгебраическую степень точности как для регулярных, так и для сингулярных интегралов при указанном выборе узлов.

Квадратурная формула для интеграла по контуру трещины, содержащего функцию $p(s)$, получена с использованием интерполяционного многочлена функции $\Omega(\beta)$ по узлам β_j и имеет вид:

$$\int_{\Gamma} p(s) M(s, s_0) ds = - \frac{2\pi}{n^2} \sum_{j=1}^n \Omega(\beta_j) \sum_{m=1}^n M(s(\beta_m), s_0) s'(\beta_m)$$



Фиг.4. График зависимости величины δ от нормализованного волнового числа $\gamma_2 a$, для круговой полости в полуслое со свободным торцом.

$$x \sin \theta_m \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} \sin(k\theta_m) \cos(k\theta_j), \quad \beta_m = \cos \theta_m, \quad \theta_m = \frac{\pi(2m-1)}{2n} \quad (4.1)$$

Значения внеинтегральной плотности для контура полости в узлах θ_i определялись при помощи интерполяционного многочлена функций $p(s(\theta))$ по узлам θ_j (n - нечетное):

$$p(s(\theta_i)) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p(s(\theta_j)) (-1)^{i+j} \operatorname{cosec} \frac{\pi}{2n} (2i - 2j + 1) \quad (4.2)$$

Расчеты безразмерных величин α^\pm, δ проведены для случая

дифракции падающей сдвиговой волны ($\tau \neq 0$) на свободной от сил трещине или полости ($Z = 0$). Коэффициент интенсивности напряжений выражается через α^\pm следующим образом:

$$K_{III} = \sqrt{a} \alpha^\pm |T_y| \cos(\omega t - \arg \Omega(\pm 1)),$$

где $|T_y| = \frac{\mu \gamma_2 \tau}{\sqrt{1 + \chi^2}}$ - модуль амплитуды механического напряжения τ_{yz} в падающей волне, причем верхний знак отвечает вершине разреза $\zeta(1)$, нижний - $\zeta(-1)$. Величина δ равна отношению модуля амплитуды напряжений $\sigma_{zz} = -\sigma_{xz} \sin \psi + \sigma_{yz} \cos \psi$ на контуре полости к величине $|T_y|$.

На фиг.1 показано изменение величины α^- от угла ориентации φ прямолинейной трещины длины $0,2a$. Параметрическое представление контура Γ следующее: $\frac{\xi}{a} = 0.5 + 0.1 \beta \cos \varphi$, $\frac{\eta}{a} = |A| + 0.1 \beta \sin \varphi$, $-1 \leq \beta \leq 1$. Кривые 1 соответствуют распространению упругой волны в слое ($A = 0$) с нормализованным волновым числом $\gamma_2 a = 1.5$, кривые 2 и 3 построены для свободной ($A = 1$) и закрепленной ($A = -1$) торцевой границы полуслоя при $\gamma_2 a = 1.5$ и 3 соответственно. Сплошные кривые отвечают дифракции в присутствии магнитного поля ($\chi = 1$), пунктирные - без него ($\chi = 0$). Характер влияния магнитного поля на коэффициент интенсивности напряжений K_{III} зависит как от угла ориентации трещины, так и от вида граничного условия на торце $y = 0$. Если для поперечной трещины ($\varphi = 0$) внесение внешнего магнитного поля приводит к возрастанию величины α^- , то с увеличением угла φ магнитное поле создает обратный эффект. Так, при $\varphi > \frac{\pi}{3}$ в случае полуслоя со свободным торцом величина α^- несколько уменьшается, при $\varphi > \frac{\pi}{6}$ в случае полуслоя с закрепленным торцом уменьшение величины α^- становится значительным.

Значения параметра $\gamma_2 a$ для полуслоя (фиг.1) были взяты в районе локальных максимумов зависимости α^- от $\gamma_2 a$ при $\varphi = 0$, $\chi = 0$. Эти максимумы наблюдаются вблизи значений $\gamma_2 a = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$ ($A = 1$), $0, \pi, \dots$ ($A = -1$). При увеличении $\gamma_2 a$ для слоя ($A = 0$) α^- увеличивается незначительно.

Фиг.2 иллюстрирует зависимость коэффициента интенсивности напряжений от волнового числа в случае свободного от сил торцевого края полуслоя с трещиной. Уравнения контура Γ имеют вид: $\frac{\xi}{a} = 0.5 + 0.1$, $\frac{\eta}{a} = 1 + p_1 \beta^2$, $-1 \leq \beta \leq 1$. Кривые 1 соответствуют прямолинейной поперечной трещине ($p_1 = 0$), кривые 2 - параболической трещине ($p_1 = 0.1$). Для сплошных кривых $\chi = 1$, для пунктирных - $\chi = 0$. Увеличивая значения α^- в широком диапазоне частот, приложенное магнитное поле сдвигает точки экстремумов в сторону больших значений $\gamma_2 a$.

На фиг. 3, 4 показано изменение величины δ от нормализованного волнового числа $\gamma_2 a$ в случае полости в слое (фиг. 3) и полуслое со свободным торцом (фиг. 4). Уравнения контура Γ имеют вид: $\frac{x}{a} = 0.5 + 0.2 \cos \theta$, $\frac{y}{a} = A - p_2 \sin \theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$; для круговой полости ($p_2 = 0.2$), для эллиптической - ($p_2 = 0.1$). Кривые 1 - ($\chi = 1$), 2 - ($\chi = 0$) соответствуют круговой полости, кривые 3 - ($\chi = 1$), 4 - ($\chi = 0$) - эллиптической. Сплошные линии отвечают напряжению σ_{xz} в точке $\theta = 0$, пунктирные - максимальному напряжению на контуре полости. Напряжения σ_{xz} достигают максимума, как правило, внутри интервала $-\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4}$. Так, например, в случае круговой полости в слое максимальные напряжения наблюдаются при $\theta \approx -\frac{\pi}{2.5}$, если $\gamma_2 a = \pi$ и при $\theta \approx -\frac{\pi}{6}$, если $\gamma_2 a = \frac{11\pi}{6}$; в полуслое - при $\theta \approx \frac{\pi}{6}$, если $\gamma_2 a = \frac{\pi}{2}$ и при $\theta \approx -\frac{\pi}{6}$, если $\gamma_2 a = \frac{3\pi}{2}$.

Магнитное поле, воздействующее на проводящий слой с распространяющейся в нем сдвиговой волной, значительно увеличивает напряжения на контуре полости и несколько препятствует смещению максимума σ_{xz} от значения $\theta = 0$. В случае полуслоя влияние магнитного поля на напряженное состояние носит более сложный характер: увеличивая напряжение σ_{xz} на контуре полости при одних частотах нагружения, уменьшает его при других частотах. Например, для значений $A = 1$, $p_2 = 0.2$, $\theta = 0$ (фиг. 4, сплошные кривые) при $\gamma_2 a = 3.37$ приложенное магнитное поле ($\chi = 1$) увеличивает значение $\frac{\sigma_{xz}}{|T_y|}$ в 7.3 раза, а при $\gamma_2 a = 4.7$ уменьшает его в 13 раз. Таким образом, за счет внешнего магнитного поля можно управлять (в некоторых пределах) напряженностью тела.

Следует отметить, что принятая модель идеально проводящей среды приводит к погрешностям при значениях $\gamma_2 a$, близких к нулю. Для устранения возникающей в этой области некорректности решения необходимо рассматривать существенно более сложную модель, учитывающую конечную проводимость среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твердых телах. - М.: Мир, 1986. 160 с.
2. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. - М.: Наука, 1977. 272 с.
3. Shindo Y. Diffraction of antiplane shear waves by a finite crack in the presence of the magnetic field - Z. Angew. Math. und Mech. - 1976. - 56, N 1. - P. 33-41.
4. Фильштинский Л.А. Динамическая задача теории упругости для области с криволинейными разрезами (деформация продольного сдвига) - Докл. АН СССР. 1977. , 236, N 6, С. 1327-1330.
5. Волкова Л.А., Фильштинский Л.А. Взаимодействие волн напряжений с периодической системой криволинейных трещин продольного сдвига - Журн. прикл. механики и техн. физики. , 1981., N 2, С. 164 - 169.
6. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. - М.: Физматгиз, 1962. 599 с.
7. Свешников А.Г. Принцип предельного поглощения для волновода - Докл. АН СССР.

1951, 80, N 3. C.345-347.

8. Erdogan F.E., Gupta G.D., Cook T.S. The numerical solutions of singular integral equations - Mechanics of Fract. Leyden: Int. Publ. 1973, V. 1 -P. 368-425.

Сумский сельскохозяйственный институт
Поступила в редакцию 18.03.1991