ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ
Մեխանիկա 44, № 3, 1991 Механика

УДК 532.517.2

ТЕЧЕНИЕ КУЭТТА И ТЕПЛООТДАЧА СТРУКТУРНОЙ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ЖИДКОСТИ

ПЕТРОСЯН Л. Г.

Дается решение задачи Куэтта в случае несжимаемой структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений. Рассмотрено распределение температуры в случае вынужденного конвективного течения вязкой несжимаемой несимметричной жидкости. Показано, что выделение тепла больше, чем для классических ньютоновских жидкостей, где внутреннее вращение не учитывается.

Задачу о движении жидкости между двумя параллельными плоскими стенками, из которых одна покоится, а другая движется в своей плоскости с постоянной скоростью (течение Куэтта) рассмотрена в работе [1]. В работе [2] рассмотрено распределение температуры для течения Куэтта. Вышеуказанные решения были основаны на классической теории континуума. Однако классическая точка зрения налагает сильные ограничения на пределы, в которых континуальное описание макроскопического поведения может успешно отражать тонкую структуру материала. Накопившиеся факты свидетельствуют о том, что классическая теория континуума Навье-Стокса не может точно предсказать поведение некоторого класса жидкостей и особенно течений через тонкие капилляры и узкие зазоры, так как не содержит механизма для объяснения наблюдаемых новых физических явлений. Такая потеря точности возможна на случаях, когда характерный размер системы (расстояние между плоскими стенками) сравним с характерной материальной длиной вещества, значение которой обусловлено средним размером молекул или зерен, содержащихся в среде [3].

Это обстоятельство (совместно с другими недостатками классической теории континуума) привело исследователей к разработке теории несимметричных жидкостей.

Все более очевидно, что разработанные в последнее время положения теории структурных жидкостей могут успешно описывать неньютоновские поведения реальных жидкостей. В этой теории введены два независимых кинематических векторных поля, одно из которых представляет поступательные движения частиц жидкости, а другое— угловые вращательные движения частиц, характеризующие внутренние степени свободы, соответствующие им моментные напряжения. В

* К настоящему времени опубликовано большое количество работ, посвященных этой тематике, о чем достаточно полно изложено в [3].

динамике структурных несимметричных жидкостей вращательные степени свободы учитываются путем введения в законы сохранения внутреннего «спинного» момента количества движения [3—12]. Характерным отличием теории структурных сред с несимметричным тензором напряжений является присутствие масштабных параметров. Эти жидкости реагируют на микровращательные движения и спиновую инерцию, поэтому могут воспринимать распределенные поверхностные и массовые пары сил.

В работе [13] в рамках модели [14] рассматривался нагрев микрополярной жидкости за счет вязкой диссипации энергии при ее течении в плоском канале, когда одна из пластин движется относительно другой с постоянной скоростью, в случае нулевого перепада давления (простое течение Куэтта). Найдены выражения для полей скорости и микровращения, а также для функции вязкой диссипации энергии.

В настоящей работе дается решение задачи Куэтта в случае несжимаемой структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений. Рассмотрено распределение температуры с учетом тепла, возникающего вследствие трения.

1. Основные уравнения движения

Общая система уравнений вязкой несжимаемой жидкости с несимметричным тензором напряжений имеет вид [3, 6]

$$\nabla \cdot \vec{v}=0$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+2\nu\nabla\cdot(\nabla\vec{v})^d+\nu_r\nabla\times[2\vec{w}-\nabla\times\vec{v}]+\vec{f}$$

$$I\frac{d\vec{\omega}}{dt}=2\nu_r(\nabla\times\vec{v}-2\vec{\omega})+c_0\nabla(\nabla\cdot\vec{\omega})+2c_d\nabla\cdot(\nabla\vec{\omega})^d+$$

$$+2c_a\nabla\cdot(\nabla\vec{\omega})^a+\vec{c} \tag{1.1}$$

Здесь ρ—массовая плотность, p—давление, I—скалярная константа с размерностью момента инерции единицы массы, $\vec{v}$ —вектор скорости точки, $\vec{\omega}$—вектор, характеризующий среднюю угловую скорость вращения частиц, из которых состоит точка континуума, ν—кинематическая ньютоновская вязкость, ν_r—кинематическая вращательная вязкость, c_0, c_a, c_d —коэффициенты моментной вязкости, $d(\ldots)\,dt$— полная производная по времени, ∇ —пространственный градиент, $(\nabla\vec{v})^d$ и $(\nabla\vec{\omega})^d$—симметричные части соответствующих диад, $(\nabla\vec{v})^a$ и $(\nabla\vec{\omega})^a$—антисимметричные диады, $\vec{f}$—вектор массовый силы, $\vec{c}$—вектор массового момента.

К активным массовым силам, входящим в уравнения движения, необходимо присоединить архимедову подъемную силу, возникающую вследствие изменений объема, связанных с нагреванием.

В работе [1] показана, что массовая сила, обусловленная архимедовой подъемной силой, одинакова по порядку своей величины с силами инерции и трения лишь в том случае, если соотношения между числом Грасгофа $Gr = \frac{g\beta L^3(\Delta T)_0}{\nu^2}$ и числом Рейнольдса $R = \frac{V_0 L}{\nu}$ равно

$$Gr \approx R^2$$

Здесь g—ускорение свободного падения, β—коэффициент кубического расширения, $(\Delta T)_0 = T_\infty - T_\omega$—разность температур тела (стенки) и жидкости, L—характерная длина, V_0—характерная скорость.

Такое соотношение между числом Грасгофа и числом Райнольдса может существовать только при очень малых скоростях течения и значительных разностях температур.

Анализ системы уравнений движения (1.1) показывает, что в случае модели структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений, учитывающей внутренние степени свободы, массовая сила, обусловленная архимедовой подъемной силой, одинакова по порядку своей величины с силами инерции и трения, если $Gr \approx R^2$, то есть учет вращения частицы жидкости не приносит ничего нового в нем.

Таким образом, архимедову подъемную силу в уравнениях (1.1) можно не учитывать при умеренно больших скоростях (при больших числах Рейнольдса) и при малых разностях температур [1]. Известно, что такие течения называются вынужденными конвективными течениями [1]. В случаях, когда архимедову подъемную силу в уравнениях движения (1.1) можно отбросить, а вязкости считать не зависящими от температуры, распределение скоростей становится независимым от распределения температуры.

2. Течение Куэтта

Особенно простое точное решение системы уравнений (1.1) получается для течения Куэтта, то есть для установившегося ламинарного течения между двумя параллельными плоскими стенками, из которых одна покоится, а другая движется в своей собственной плоскости с постоянной скоростью U (фиг. 1). Пусть расстояние между стенками равно h, скорость u направлена по оси x, составляющие скорости v и w всюду равны нулю, всюду равны нулю и составляющие угловой скорости ω_x, ω_y. Имеем

$$v = w = 0, \quad u = u(y)$$
$$\omega_x = \omega_y = 0, \quad \omega_z = \omega(y) \tag{2.1}$$

В этом случае уравнение неразрывности удовлетворяется тождественно, а уравнения поступательного и вращательного движений (без учета архимедовой подъемной силы) сводятся к виду

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \mathrm{const}$$

и

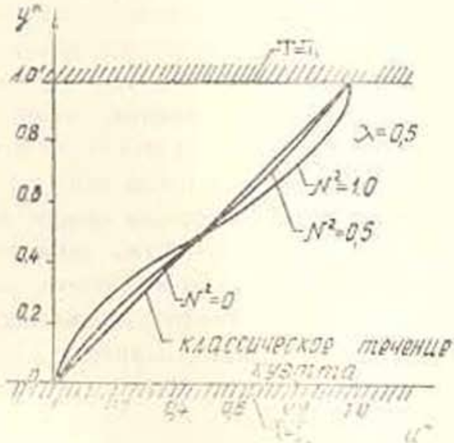
$$\frac{dp}{dx} = (\eta_i + \eta_{ir}) \frac{d^2 u}{dy^2} + 2\eta_{ir} \frac{d\omega}{dy} \tag{2.2}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{c'_a + c'_d}{2\eta_{ir}} \frac{d^2\omega}{dy^2} - 2\omega \tag{2.3}$$

Здесь

$$\eta_i = \rho\nu, \quad \eta_r = \rho\nu_r, \quad c'_d = \rho c_d, \quad c'_a = \rho c_a$$

Уравнения (2.2) и (2.3) являются линейными дифференциальными уравнениями относительно $u(y)$ и $\omega(y)$.



Фиг. 1.

Предполагаем, что жидкость прилипает к стенкам при $y=0$ и $y=h$, тогда граничные условия для поступательной скорости и угловой скорости вращения частиц будут [3, 15]

$$u=0, \quad \omega=0 \quad \text{при} \quad y=0$$

$$u=U, \quad \omega=0 \quad \text{при} \quad y=h \tag{2.4}$$

Решение системы уравнений (2.2) и (2.3) с учетом граничных условий (2.4) имеет следующий вид:

$$u = \frac{1}{\eta_i}\frac{dp}{dx}\left(\frac{y^2}{2} - \frac{N^2 h}{k}\frac{\mathrm{ch}ky-1}{\mathrm{sh}kh}\right) - C\left\{y - \frac{N^2}{k}\left[\mathrm{sh}ky - \frac{(\mathrm{ch}ky-1)(\mathrm{ch}kh-1)}{\mathrm{sh}kh}\right]\right\} \tag{2.5}$$

$$\omega=\frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}\left(\frac{\operatorname{sh}ky}{\operatorname{sh}kh}h-y\right)-\frac{1}{2}C\left[\operatorname{ch}ky-\frac{\operatorname{ch}kh-1}{\operatorname{sh}kh}\operatorname{sh}ky-1\right] \tag{2.6}$$

Здесь

$$k=\frac{N}{l},\quad N=\left(\frac{\eta_r}{\eta+\eta_r}\right)^{1/2},\quad l=\left(\frac{c_a'+c_d'}{4\eta}\right)^{1/2}$$

а постоянная интегрирования C дается соотношением

$$C=\frac{1}{2}\left(\frac{h}{\eta}\frac{dp}{dx}-\frac{U}{\frac{h}{2}-\frac{N^2}{k}\frac{\operatorname{ch}kh-1}{\operatorname{sh}kh}}\right) \tag{2.7}$$

В дальнейшем, для простоты решения, рассмотрим случай нулевого перепада давления (течение чистого сдвига). Тогда, для распределения поступательной скорости u и скорости вращения частицы ω будем иметь

$$u^*=\frac{u}{U}=C^*\left\{y^*-\frac{N^2}{\lambda}\left[\operatorname{sh}\lambda y^*-\frac{(\operatorname{ch}\lambda y^*-1)(\operatorname{ch}\lambda-1)}{\operatorname{sh}\lambda}\right]\right\} \tag{2.8}$$

$$\omega^*=\frac{\omega h}{U}=\frac{1}{2}C^*\left[\operatorname{ch}\lambda y^*-\frac{\operatorname{ch}\lambda-1}{\operatorname{sh}\lambda}\operatorname{sh}\lambda y^*-1\right] \tag{2.9}$$

где

$$C^*=\frac{1}{1-\frac{2N^2}{\lambda}\frac{\operatorname{ch}\lambda-1}{\operatorname{sh}\lambda}},\quad \lambda=kh,\quad y^*=\frac{y}{h}$$

В предельном случае $N\to 0$ или $\lambda\to\infty$ выражение безразмерной поступательной скорости (2.8) переходит к классическому решению

$$\lim_{\substack{N\to 0\\ \text{или}\\ \lambda\to\infty}} u^*=y^* \tag{2.10}$$

и (2.9) дает $\omega=0$.

λ—действительное число, характеризующее взаимосвязь между геометрией и свойствами жидкости, так как η, η_r, c_a', c_d' неотрицательны.

Для различных значений N (при $\lambda=0{,}5$) на фиг. 1 изображено отличие скорости от классического течения Куэтта.

Как видим, учет несимметричности тензора напряжений жидкости (микроструктуры) приводит к увеличению скорости в прилагающей к движущейся стенке половине и уменьшает в другой половине скорости по сравнению со скоростью течения классической ньютоновской жидкости. Причем, чем больше N, тем больше эти эффекты.

3. Составление уравнения энергии

Из уравнения «первого закона термодинамики» для систем с несимметричным тензором напряжений имеем [3]

$$\rho \frac{de}{dt} = -p\nabla \cdot \vec{v} + \rho\Phi + \nabla \cdot (\varkappa \nabla T) \tag{3.1}$$

где

$$\vec{q} = -\varkappa \nabla T$$

Здесь e—удельная внутренняя энергия, $\vec{q}$—вектор потока тепла через границу площади в единицу времени за счет теплопроводности, $\varkappa$—коэффициент теплопроводности, T—абсолютная температура, Φ—скорость диссипации механической энергии (на единицу массы жидкости), вызываемой вязкостью жидкости.

Для скорости диссипации (в случае плоского течения) имеем [3]

$$\Phi = \nu \left\{ 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \right\} + (c_a + c_d)\left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^2 \right] + \nu_r \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 - 4\omega\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) + 4\omega^2 \right] \tag{3.2}$$

В том случае, когда скорость движения жидкости мала по сравнению со скоростью звука, то возникающие в результате движения изменения давления настолько малы, что вызываемыми ими изменениями термодинамических величин можно пренебречь. При определении производных от термодинамических величин в этом случае давление надо считать постоянным. Тогда будем иметь следующее термодинамическое соотношение [16]:

$$T\frac{ds}{dt} = c_p \frac{dT}{dt} \tag{3.3}$$

где s—удельная энтропия, c_p—удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Используя уравнение сохранения энергии (3.1), соотношение (3.3) перепишем в виде

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\varkappa}{\rho c_p}\nabla^2 T + \frac{1}{c_p}\Phi \tag{3.4}$$

Здесь были использованы также термодинамическое соотношение Гиббса и уравнение неразрывности в форме [17]

$$T\frac{ds}{dt} = \frac{de}{dt} + p\frac{d(1/\rho)}{dt}, \quad \rho\frac{d(1/\rho)}{dt} = \nabla \cdot \vec{v}$$

4. Определение распределения температуры

Так как для задачи Куэтта скорость диссипации согласно (3.2) равна

$$\rho\Phi = (\eta + \eta_r)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + 4\eta_r\left(\omega\frac{\partial u}{\partial y} + \omega^2\right) + (c_a' + c_d')\left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)^2$$

то уравнение для распределения температуры (уравнение энергии (3.4)) примет вид

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\varkappa\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+(\eta+\eta_r)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+$$

$$+4\eta_r\left(\omega\frac{\partial u}{\partial y}+\omega^2\right)+(c_a'+c_d')\left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)^2 \qquad (4.1)$$

Очень простое решение для распределения температуры получается при следующих граничных условиях, определяющих температуру на стенках:

$$T=T_0 \quad \text{при} \quad y=0$$

$$T=T_1 \quad \text{при} \quad y=h \qquad (4.2)$$

то есть при постоянном значении температуры вдоль каждой стенки.

Уравнение (4.1) при граничных условиях (4.2) дает для распределения температуры решение, не зависящее от x. Поскольку $v=0$, а T не зависит от x, вся левая часть уравнения (4.1), представляющая перенос тепла посредством конвекции, отпадает [1, 18]. Следовательно, возникающее при течении поле температуры обусловлено только теплопроводностью в поперечном направлении и теплом, образующимся вследствие трения. Отбросив в уравнении (4.1) члены, равные нулю, получим

$$\varkappa\frac{d^2T}{dy^2}=-(\eta+\eta_r)\left(\frac{du}{dy}\right)^2-4\eta_r\left(\omega\frac{du}{dy}+\omega^2\right)-(c_a'+c_d')\left(\frac{d\omega}{dy}\right)^2 \qquad (4.3)$$

Вычисляя из (2.8) и (2.9) значения ω^2, производных $\frac{du}{dy}$, $\frac{d\omega}{dy}$ и подставляя в уравнение (4.3), получим

$$\frac{T-T_0}{T_1-T_0}=\frac{y}{h}+\frac{\eta C^{*2}U^2}{2\varkappa(T_1-T_0)}\frac{y}{h}\left(1-\frac{y}{h}\right)+\frac{\eta C^{*2}U^2}{2\varkappa(T_1-T_0)}\frac{N^2}{\lambda^2}\Big\{4\left(\operatorname{ch}\lambda\frac{y}{h}-\right.$$

$$\left.-\frac{y}{h}\operatorname{ch}\lambda\right)-\frac{1}{2}\left(\operatorname{ch}2\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\operatorname{ch}2\lambda\right)\left[1+\frac{(\operatorname{ch}\lambda-1)^2}{\operatorname{sh}^2\lambda}\right]+ \qquad (4.4)$$

$$+\frac{\operatorname{ch}\lambda-1}{\operatorname{sh}\lambda}\left(\operatorname{sh}2\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\operatorname{sh}2\lambda\right)-\frac{1}{2}\left(1-\frac{y}{h}\right)\left[7-\frac{(\operatorname{ch}\lambda-1)^2}{\operatorname{sh}^2\lambda}\right]-$$

$$-\frac{4N^2}{1-N^2}\frac{\operatorname{ch}\lambda-1}{\operatorname{sh}\lambda}\left(\operatorname{sh}\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\operatorname{sh}\lambda\right)\Big\}$$

Введя обозначение $T_1-T_0=(\Delta T)_0$, представим безразмерный параметр

$$\frac{\eta U^2}{\varkappa(T_1-T_0)}$$

в виде произведения [1]

то уравнение для распределения температуры (уравнение энергии (3.4)) примет вид

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\varkappa\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+(\eta+\eta_r)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+$$
$$+4\eta_r\left(\omega\frac{\partial u}{\partial y}+\omega^2\right)+(c_a'+c_d')\left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)^2 \tag{4.1}$$

Очень простое решение для распределения температуры получается при следующих граничных условиях, определяющих температуру на стенках:

$$T=T_0 \quad \text{при} \quad y=0$$
$$T=T_1 \quad \text{при} \quad y=h \tag{4.2}$$

то есть при постоянном значении температуры вдоль каждой стенки.

Уравнение (4.1) при граничных условиях (4.2) дает для распределения температуры решение, не зависящее от x. Поскольку $v=0$, а T не зависит от x, вся левая часть уравнения (4.1), представляющая перенос тепла посредством конвекции, отпадает [1, 18]. Следовательно, возникающее при течении поле температуры обусловлено только теплопроводностью в поперечном направлении и теплом, образующимся вследствие трения. Отбросив в уравнении (4.1) члены, равные нулю, получим

$$\varkappa\frac{d^2 T}{dy^2}=-(\eta+\eta_r)\left(\frac{du}{dy}\right)^2-4\eta_r\left(\omega\frac{du}{dy}+\omega^2\right)-(c_a'+c_d')\left(\frac{d\omega}{dy}\right)^2 \tag{4.3}$$

Вычисляя из (2.8) и (2.9) значения ω^2, производных $\frac{du}{dy}$, $\frac{d\omega}{dy}$ и подставляя в уравнение (4.3), получим

$$\frac{T-T_0}{T_1-T_0}=\frac{y}{h}+\frac{\eta C^{*2}U^2}{2\varkappa(T_1-T_0)}\frac{y}{h}\left(1-\frac{y}{h}\right)+\frac{\eta C^{*2}U^2}{2\varkappa(T_1-T_0)}\frac{N^2}{\lambda^2}\left\{4\left(\operatorname{ch}\lambda\frac{y}{h}-\right.\right.$$
$$\left.-\frac{y}{h}\operatorname{ch}\lambda\right)-\frac{1}{2}\left(\operatorname{ch}2\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\operatorname{ch}2\lambda\right)\left[1+\frac{(\operatorname{ch}\lambda-1)^2}{\operatorname{sh}^2\lambda}\right]+ \tag{4.4}$$
$$+\frac{\operatorname{ch}\lambda-1}{\operatorname{sh}\lambda}\left(\operatorname{sh}2\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\operatorname{sh}2\lambda\right)-\frac{1}{2}\left(1-\frac{y}{h}\right)\left[7-\frac{(\operatorname{ch}\lambda-1)^2}{\operatorname{sh}^2\lambda}\right]-$$
$$\left.-\frac{4N^2}{1-N^2}\frac{\operatorname{ch}\lambda-1}{\operatorname{sh}\lambda}\left(\operatorname{sh}\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\operatorname{sh}\lambda\right)\right\}$$

Введя обозначение $T_1-T_0=(\Delta T)_0$, представим безразмерный параметр

$$\frac{\eta U^2}{\varkappa(T_1-T_0)}$$

в виде произведения [1]

$$\frac{\eta U^2}{\varkappa(T_1-T_0)}=\frac{\eta c_p}{\varkappa}\frac{U^2}{c_p(\Delta T)_0}=\mathrm{Pr}\,\mathrm{Ec}$$

Следовательно, этот параметр может быть выражен через число Прандтля и через число Эккерта. Таким образом, в рассматриваемом случае, в котором конвекция тепла отсутствует, температурное поле зависит только от произведения $\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Ec}$.

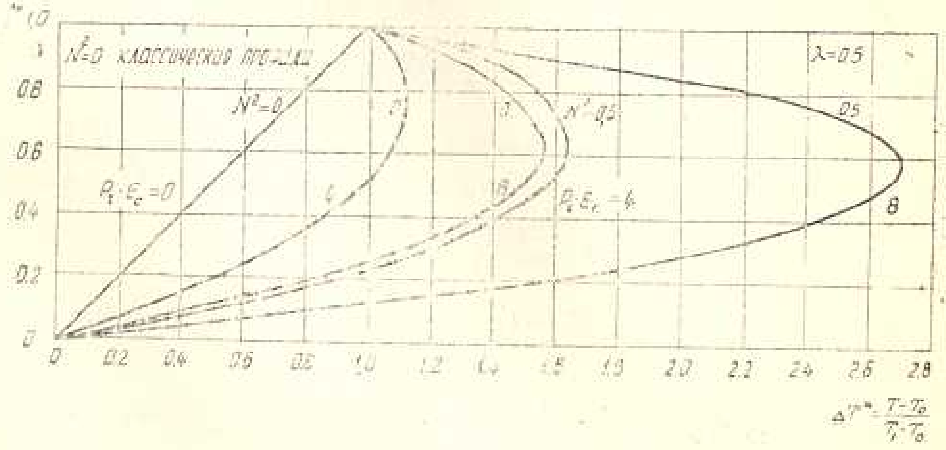
Окончательно для распределения температуры получим уравнение

$$\frac{T-T_0}{T_1-T_0}=\frac{y}{h}+\frac{1}{2}\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Ec}\frac{y}{h}\left(1-\frac{y}{h}\right)+\frac{1}{2}\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Ec}\frac{y}{h}\left(1-\frac{y}{h}\right)(C^{*2}-1)+$$
$$+\frac{1}{2}C^{*2}\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Ec}\frac{N^2}{\lambda^2}\left\{4\left(\mathrm{ch}\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\mathrm{ch}\lambda\right)-\frac{1}{2}\left(\mathrm{ch}2\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\mathrm{ch}2\lambda\right)\left[1+\right.\right.$$
$$\left.+\frac{(\mathrm{ch}\lambda-1)^2}{\mathrm{sh}^2\lambda}\right]+\frac{\mathrm{ch}\lambda-1}{\mathrm{sh}\lambda}\left(\mathrm{sh}2\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\mathrm{sh}2\lambda\right)-\frac{1}{2}\left(1-\frac{y}{h}\right)\left[7-\frac{(\mathrm{ch}\lambda-1)_2}{\mathrm{sh}^2\lambda}\right]-$$
$$\left.-\frac{4N^2}{1-N^2}\frac{\mathrm{ch}\lambda-1}{\mathrm{sh}\lambda}\left(\mathrm{sh}\lambda\frac{y}{h}-\frac{y}{h}\mathrm{sh}\lambda\right)\right\}\tag{4.5}$$

Из (4.5) видно, что распределение температуры складывается из двух частей. Первая часть соответствует решению классической ньютоновской жидкости[1], на эту часть налагается распределение, зависящее от тепла, возникающего вследствие несимметричности жидкости, то есть учета внутреннего вращения.

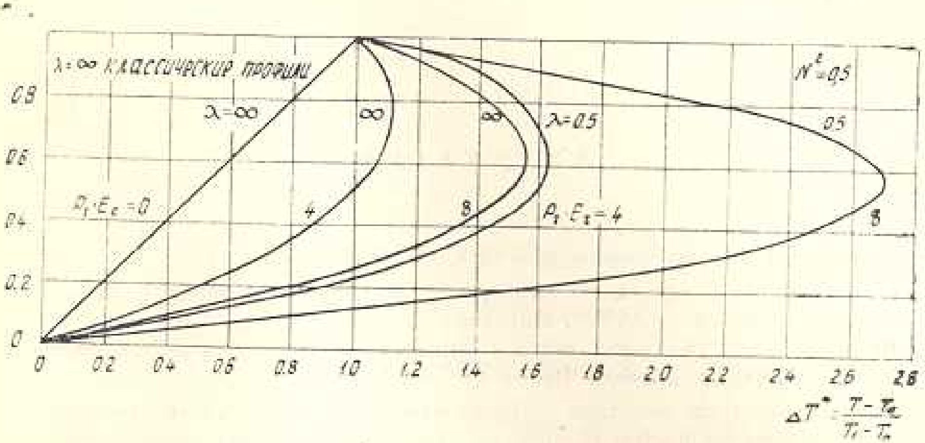
В предельном случае $N\to 0$ или $\lambda\to\infty$ выражение распределения температуры (4.4) сводится к классическому решению для течения Куэтта, полученное Г. Шлихтингом [1]

$$\lim_{\substack{N\to 0\\ \text{или}\\ \lambda\to\infty}}\frac{T-T_0}{T_1-T_0}=\frac{y}{h}+\frac{\eta U^2}{2\varkappa(T_1-T_0)}\frac{y}{h}\left(1-\frac{y}{h}\right)$$



Фиг. 2.

Распределение температуры при течении Куэтта с учетом тепла, возникающего вследствие трения, для различных значений безразмерного параметра связи N (при $\lambda=0{,}5$, $\mathrm{Pr}\,\mathrm{Ec}=0;\ 4;\ 8$) изображено на фиг. 2.



Фиг. 3.

Как видно из фиг. 2, выделение тепла здесь больше тепла для классических ньютоновских жидкостей.

На фиг. 3 показаны графики распределения безразмерной температуры при различных значениях параметра λ (при $N^2=0{,}5$, $\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Ec}=0;\ 4;\ 8$).

Из графика видно, что чем ниже значение λ, тем более ярко выражены эффекты учета подструктуры жидкости на распределения температуры по сечению течения.

THE COUETTE FLOW AND HEAT TRANSFER OF THE STRUCTURAL NONSYMMETRIC FLUID

L. G. PETROSIAN

ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԱՅԻՆ ՈՉ ՍԻՄԵՏՐԻԿ ՀԵՂՈՒԿԻ ԿՈՒԵՏՏԻ ՀՈՍՔԸ ԵՎ ՋԵՐՄԱՏՎՈՒԹՅՈՒՆԸ

Լ. Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Ամփոփում

Տրված է Կուետտի խնդրի լուծումը ոչ սիմետրիկ լարման թենզորով անսեղմելի կառուցվածքային հեղուկի դեպքում։ Դիտարկված է ջերմաստիճանի

բաշխումը մածուցիկ անսեղմելի ոչ սիմետրիկ հեղուկի ստիպողական կոնվեկտիվ հոսքի դեպքում։ Ցույց է տրված, որ ջերմության անջատումը ավելին է, քան նյուտոնյան դասական հեղուկների համար, որ ներքին պտույտը հաշվի չի առնվում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя.—М.: Наука, 1974. 711 с.
2. *Schlichting H.* Einige exakte Lösungen für die Temperaturverteilung in einer laminaren Strömung. — ZAMM, 1951, Band 31, p. 78—83.
3. *Петросян Л. Г.* Некоторые вопросы механики жидкости с несимметричным тензором напряжений.—Ереван: Изд-во ЕГУ, 1984. 308 с.
4. *Grad H.* Statistical mechanics —Thermo-dynamics and fluid dynamics of systems, with an arbitrary number of Integrals.— Commun. pure. appl. math., 1952, vol. 5, № 4, p. 455—494.
5. *Аэро Э. Л., Булыгин А. Н., Кувшинский Е. В.* Асимметрическая гидромеханика.— ПММ, 1965, т. 29, вып. 2, с. 297—308.
6. *Нгуен Ван Дьеп, Листров А. Т.* О неизотермической модели несимметричных жидкостей.—Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5, с 132—136.
7. *Петросян Л. Г.* Исследование гидродинамического поведения многокомпонентного континуума с асимметрическим тензором напряжения. 1. Основные уравнения.—Ученые записки, ЕГУ, 1976, № 3, с. 56—63.
8. *Петросян Л. Г.* Исследование гидродинамического поведения многокомпонентного континуума с асимметрическим тензором напряжения. 2. Феноменологические уравнения. Перекрестные эффекты.—Ученые записки, ЕГУ, 1977, № 2, с. 74—80.
9. *Петросян Л. Г.* Исследование гидродинамического поведения многокомпонентного континуума с асимметрическим тензором напряжения. 3. Пристеночный и приосевой эффекты в пуазейлевском течении суспензии.—Ученые записки, ЕГУ, 1978, № 2, с. 46—54.
10. *Петросян Л. Г.* К построению модели магнитной гидродинамики несимметричных жидкостей.—Прикладная механика, 1976, т. 12, № 11, с. 103—109.
11. *Петросян Л. Г.* О модели электрогидродинамики с несимметричным тензором напряжений.—ЖТФ, 1979, т. 49, вып. 3, с. 481—487.
12. *Петросян Л. Г.* К построению неизотермической модели электрогидродинамики с несимметричным тензором напряжений.—Прикладная механика, 1980, т. 16, № 4, с. 108—114.
13. *Мигун Н. П., Прохоренко П. П.* Нагрев микрополярной жидкости вследствие вязкой диссипации энергии в каналах. Ч. II. Течение Куэтта.—Инженерно-физический ж., 1984, т. XLVI, № 3, с. 393—398.
14. *Eringen A. C.* Theory of micropolal fluids.—J. Math. Mech. 1966, vol. 16, № 1 p. 1—18.
15. *Петросян Л. Г.* Об одной задаче пограничного слоя с моментными напряжениями.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1973, т. 26, № 3, с. 47—57.
16. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Гидродинамика.—М.: Наука, 1986. 736 с.
17. *Де Гроот С., Мазур П.* Неравновесная термодинамика.—М.: Мир, 1964. 456 с.
18. *Гребер Г., Эрк С., Григуль У.* Основы учения о теплообмене.— М.: Изд. иностр. лит., 1958. 566 с.

Ереванский государственный
университет

Поступила в редакцию
4.X.1990

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ

Сдано в набор 15.VI.93 г. Подписано к печати 24.IX.93 г.
Формат 70×108 1/16. Бумага №1, сыктывкарская. Высокая печать. Печ. лист 3,75.
Усл. печ. л. 5,25. Усл. кр. отт. 5,2. Тираж 450. Заказ 97.

Издательство НАН Армении, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24 г.
Типография Издательства НАН Армении, 378410, г. Аштарак, 2

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. Статьи, представляемые в «Известия Академии наук Армении, Механика», должны сопровождаться разрешением на опубликование от учреждения, в котором выполнена работа.

2. Статьи представляются на армянском или русском языках в двух экземплярах в возможно сжатой и ясно изложенной форме, чисто напечатанными на пишущей машинке в два интервала на одной стороне листа. К статье должно быть приложено резюме на армянском языке, если она написана на русском языке, и наоборот, а также аннотация в 2-х экземплярах с указанием УДК.

3. Объем статьи не должен превышать 14 стр. машинописи, включая список литературы и таблицы.

4. Формулы и все обозначения вписываются от руки чернилами, при этом должно быть отчетливое различие между заглавными и строчными буквами.

В тех случаях, когда заглавные и строчные буквы одинаковы по начертанию необходимо заглавные буквы подчеркнуть снизу двумя черточками, а строчные отметить двумя черточками сверху, например: $\underline{\underline{V}}$ и $\overline{\overline{v}}$, $\underline{\underline{S}}$ и $\overline{\overline{s}}$, $\underline{\underline{O}}$ и $\overline{\overline{o}}$, $\underline{\underline{K}}$ и $\overline{\overline{k}}$, $\underline{\underline{U}}$ и $\overline{\overline{u}}$ и т. д. Следует также делать различие между O, o и 0 (нулем), для чего 0 (нуль) следует подчеркнуть снизу квадратной скобкой (карандашом).

Необходимо тщательно выписывать похожие друг на друга буквы, например, g и q, l и e, I, J и Y, u и n и др. Греческие буквы подчеркивать красным карандашом.

Индексы и показатели следует отметить черным карандашом соответственно дугой ⌒ или ⌣, например: N_{i}^{4}. Черточки и другие знаки над буквами в математических обозначениях применять лишь в случае особой надобности.

Математические обозначения, например: sin, arcsin, ln, lg, lim, const и т. д. надо подчеркивать горизонтальной прямой скобкой.

5. Рекомендуется двойная нумерация формул: первая цифра обозначает номер параграфа, вторая после точки—номер формулы.

6. Литература приводится общим списком в конце статьи, при этом в нижеследующей последовательности указываются: для книги—фамилия и инициалы автора, полное название книги, номер тома, место издания, издательство, год издания, страницы; для журнала—фамилия и инициалы автора, наименование работы, название журнала, год издания, том (подчеркнуть) и выпуск. Ссылка на литературу в тексте дается цифрой в квадратных скобках.

7. Чертежи прилагаются на отдельных листах. Места иллюстрации указываются на левом поле страницы отметкой «фиг...» Подписи к иллюстрациям даются на отдельном листе в конце статьи. Каждая иллюстрация (чертеж, фото и др.) подписывается автором. На обороте иллюстрации указывается название журнала, фамилия автора, заглавие статьи и номер иллюстрации. Иллюстрации представляются в двух экземплярах; *один экземпляр должен быть выполнен тушью на белой плотной бумаге* или кальке, а второй—можно представить в виде светокопии или фотокопии. Фотоснимки должны быть контрастными.

8. В конце статьи должно быть указано полное название учреждения, где выполнена работа.

9. При представлении двух или более статей указывается желательный порядок их опубликования.

10. При возвращении статьи автору для доработки, датой поступления считается день получения редакцией окончательного текста.

11. В случае отказа в публикации редколлегия оставляет за собой право не возвращать автору один экземпляр статьи.

12. Рукопись подписывается автором с указанием его адреса, фамилии, имени отчества, а также номера телефона.

Адрес редакции: 375019, Ереван-19, пр. Маршала Баграмяна, 24-б. Редакция журнала «Известия АН Армении, Механика».

65 կ
К

ինդեքս
Индекс 77708

ԿԱՆՈՆՆԵՐ ՀԵՂԻՆԱԿՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

1. Հայաստանի գիտությունների ակադեմիայի տեղեկագրի «Մեխանիկա» սերիային ներկայացվող հոդվածներին կցվում է տպագրության թույլտվություն այն հիմնարկից, որտեղ կատարված է աշխատանքը։

2. Հոդվածները ներկայացվում են հայերեն կամ ռուսերեն, երկու օրինակից, հնարավորին չափ սեղմ, պարզ շարադրված, թղթի մի կողմի վրա երկու միջակով (ինտերվալով) մեքենագրված։ Ռուսերեն հոդվածին կցվում է հայերեն ամփոփում և հակառակը, ինչպես նաև անգլերեն՝ 2 օրինակից, նշելով УДК-ն։

3. Հոդվածի ծավալը, ներառյալ գրականության ցանկը և աղյուսակները, 14 մեքենագիր էջից ավելին չպետք է լինի։

4. Բանաձևերն ու նշանակումները գրվում են ձեռքով, պարզ ու որոշակի, ընդ որում մեծատառերը ցայտուն կերպով պետք է տարբերվեն փոքրատառերից։

Եթե մեծատառերը և փոքրատառերը նման են իրենց գծագրությամբ, մեծատառերն ընդգծվում են երկու գծիկով, իսկ փոքրատառերը՝ երկու գծիկով նշվում են վերևից։ Օրինակ՝ $\underline{\underline{V}}$ և $\overline{\overline{v}}$, $\underline{\underline{O}}$ և $\overline{\overline{o}}$, $\underline{\underline{K}}$ և $\overline{\overline{k}}$, $\underline{\underline{U}}$ և $\overline{\overline{u}}$, $\underline{\underline{S}}$ և $\overline{\overline{s}}$ և այլն։ Պետք է նաև հստակ տարբերակել $\underline{\underline{O}}$-ն, $\overline{\overline{o}}$-ն և 0-ն (զրո), որի համար 0-ն (զրո) պետք է ընդգծել ներքևից քառակուսի փակագծով (մատիտով)։

Անհրաժեշտ է խնամքով գրել իրար նման տառերը՝ g և q, l և e, I, J և Y, u և n և այլն։ Հունարեն տառերն ընդգծել կարմիր մատիտով։

Ինդեքսներն ու աստիճանացույցները պետք է սև մատիտով նշել աղեղով՝ համապատասխանաբար ⌒ կամ ⌣ օրինակ՝ N_i^1= ։ Մաթեմատիկական նշանակումներում տառերի վրա գծիկներ և այլ նշաններ դնել միայն խիստ անհրաժեշտության դեպքում։

Մաթեմատիկական նշանակումները (sin, arcsin, ln, lg, lim, const և այլն) ընդգծել հորիզոնական ուղիղ փակագծով։

5. Խորհուրդ է տրվում կիրառել բանաձևերի կրկնակի համարակալում, որի առաջին թվանշանը ցույց կտա պարագրաֆի համարը, իսկ կետից հետո երկրորդը՝ բանաձևի համարը։

6. Գրականությունը, ընդհանուր ցուցակով, կցվում է հոդվածի վերջում։ Ընդ որում, աղբյուրները նշվում են հետևյալ հաջորդականությամբ, եթե գիրք է՝ հեղինակի ազգանունը, անվան, հայրանվան սկզբնատառերը, գրքի լրիվ անունը, հատորը, հրատարակչությունը, հրատարակման տեղն ու տարեթիվը, էջերի քանակը, եթե ամսագիր է՝ հեղինակի ազգանունը, անվան, հայրանվան սկզբնատառերը, աշխատության վերնագիրը, ամսագրի անունը, հրատարակման տարեթիվը, հատորը, պրակը, էջերը։

Տեքստում հղումները նշվում են քառակուսի փակագծերի մեջ առնված թվերով։

7. Գծագրերը կցվում են առանձին թերթերով։ Նկարների տեղերը նշվում են ձախ լուսանցքում մեկ .... նշումով։ Նկարների մակագրությունները տրվում են առանձին թերթի վրա, որը նույնպես կցվում է հոդվածի վերջում։ Յուրաքանչյուր նկար (գծագիր, լուսանկար և այլն) ստորագրվում է հեղինակի կողմից։ Նկարի հակառակ կողմում նշվում են ամսագրի անունը, հեղինակի ազգանունը, հոդվածի վերնագիրը, նկարի համարը։ Նկարները ներկայացվում են երկու օրինակից՝ մեկը սպիտակ ամուր թղթի կամ պատճենահան թղթի (կալկա) վրա տուշով գծված, իսկ մյուսը կարող է լինել նրա լուսապատճենը։ Լուսանկարները պետք է լինեն ցայտուներանգ։

8. Հոդվածի վերջում պետք է գրել այն հիմնարկի լրիվ անունը, որտեղ կատարվել է աշխատանքը, և հեղինակի ստորագրությունը։

9. Երկու և ավելի հոդված ներկայացնելու դեպքում պետք է նշել նրանց հրատարակման ցանկալի հաջորդականությունը։

10. Եթե հոդվածը վերամշակելու համար վերադարձվել է հեղինակին, ապա ստացման օրն է համարվում հոդվածի վերջնական տեքստը խմբագրություն ներկայացնելու օրը։

11. Աշխատության հրատարակումը մերժելու դեպքում խմբագրությունն իրավունք է վերապահում չվերադարձնել հեղինակին աշխատության մեկ օրինակը։

12. Հեղինակը պետք է ստորագրի հոդվածը և նշի իր հասցեն, ազգանունը, անունը և հայրանունը, ինչպես նաև հեռախոսի համարը։

Խմբագրության հասցեն՝ 375019, Երևան—19, Մարշալ Բաղրամյանի պող., 24 բ, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ տեղեկագիր, «Մեխանիկա»։