ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԽՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ
Մեխանիկա 44 № 3, 1991 Механика

УДК 539.3

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА КОЭФФИЦИЕНТ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ ТРЕЩИНЫ

БАГДОЕВ А. Г., МОВСИСЯН Л. А.

Изучаются две антиплоские задачи полубесконечной трещины, движущейся с постоянной скоростью по направлению ее залегания в идеально-проводящей упругой среде. Начальное постоянное магнитное поле имеет по отношению к трещине произвольное направление. Для изотропной среды подобные задачи в отсутствии магнитного поля рассматривались [1, 2 и др.]. Роль магнитного поля приводит к явлениям типа анизотропии [3].

1. В плоскости xy трещина до момента $t=0$ занимает отрицательную полуось ($x\leqslant 0$) и, начиная с этого момента, движется с постоянной скоростью c по направлению оси x. На берегах трещины задано постоянное напряжение

$$\tau_{yz}/_{y=0}=TH(ct-x)H(t) \tag{1.1}$$

где $H(z)$—единичная функция.

Так как для антиплоской задачи нормальная к плоскости движения компонента начального магнитного поля не вызывает индукционных полей, будем считать, что магнитное поле имеет вид (H_1, H_2, O), который приводит к индуцированному полю

$$H_x=H_1,\ H_y=H_2,\ H_z=H_1\frac{\partial w}{\partial x}+H_2\frac{\partial w}{\partial y} \tag{1.2}$$

где w—перемещние по оси z.

Для силы Лоренца получится ненулевая компонента по оси z, равная

$$\left[\left(H_1\frac{\partial}{\partial x}+H_2\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 w\ \right]^2 \tag{1.3}$$

тогда уравнение движения примет вид

$$G\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)=\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\frac{1}{4\pi}\left[H_1^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+2H_1H_2\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial x}+H_2^2\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right] \tag{1.4}$$

Учитывая выражение тензора Максвелла, для напряжения τ_{yz} имеем:

$$\tau_{yz}=G\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{H_2}{4\pi}\left(H_1\frac{\partial w}{\partial x}+H_2\frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{1.5}$$

Таким образом, условия на оси x будут

$$G\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{H_2}{4\pi}\left(H_1\frac{\partial w}{\partial x}+H_2\frac{\partial w}{\partial y}\right)=TH(ct-x)H(t), \quad x<ct \tag{1.6}$$

$$w=0, \quad x>ct$$

Вводя переменное $\xi=x-ct$ и производя преобразования Лапласа и Фурье

$$\bar{w}(\lambda,y,s)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} w\exp(-s(t+\lambda\xi))d\xi dt \tag{1.7}$$

полученное из (1.4) уравнение относительно $\bar{w}$ допускает решение

$$\bar{w}=c_1\exp(\alpha sy)+c_2\exp(-\alpha sy), \quad \mathrm{Re}\,\alpha\geqslant 0 \tag{1.8}$$

$$\alpha=\frac{1}{a_2^2}\left[-a_{12}^2\lambda+\sqrt{a_2^2(1-\lambda c)^2-a^2\lambda^2}\,\right]$$

$$a_1^2=b^2+\frac{H_1^2}{4\rho\pi}, \quad a_2^2=b^2+\frac{H_2^2}{4\rho\pi}, \quad a_{12}^2=\frac{H_1H_2}{4\rho\pi}$$

$$b^2=\frac{G}{\rho}, \quad a^2=a_1^2a_2^2-a_{12}^4$$

Введя функции $\bar{T}_+$ и $\bar{w}_-$, аналитические соответственно в правой и левой полуплоскости λ, и удовлетворяя условиям (1.6), получим

$$(a_2^2\alpha+a_{12}^2\lambda)\bar{w}=-\frac{T}{\lambda\rho s^3}+\frac{\bar{T}_+}{\rho s^3} \tag{1.9}$$

$$\bar{w}=\bar{w}_-$$

Представив $\bar{\alpha}=\alpha a_2^2+\lambda a_1^2$ в виде

$$\bar{\alpha}=\bar{\alpha}_+\bar{\alpha}_-=\sqrt{[a_2+\lambda(a-a_2c)][a_2-\lambda(a-a_2c)]} \tag{1.10}$$

и решая уравнение Винера-Хопфа, получим

$$\bar{T}_+=\frac{T}{\lambda}\left[1-\frac{\bar{\alpha}_+(\lambda)}{\bar{\alpha}_+(o)}\right], \quad \bar{w}_-=\frac{T}{\rho hs^3}\frac{1}{\bar{\alpha}_-(\lambda)\bar{\alpha}_+(o)} \tag{1.11}$$

В плоскости λ, проводя разрез от $-\infty$ до $-a_2/(a-a_2c)$, после обратных преобразований получим

$$\frac{\partial\tau_{yz}(\xi,o,t)}{\partial t}=-2\mathrm{Re}\frac{T}{2\pi i}\int_{-\infty}^{-a_2/(a-a_2c)}\frac{\delta(t-\lambda\xi)}{\lambda}\frac{\bar{\alpha}_+(\lambda)}{\bar{\alpha}_+(o)}d\lambda=\frac{T}{\pi t}\left[\frac{t}{\xi}\left(\frac{a}{a_2}-c\right)-1\right]^{1/2},$$

$$\xi < t\left(\frac{a}{a_2} - c\right) \tag{1.12}$$

Для τ_{yz} при $y=0$ будем иметь

$$\tau_{yz/y=0} = \frac{2T}{\pi}\left(Y - \operatorname{arctg} Y\right) \tag{1.13}$$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{X} - 1}, \quad X = \frac{\xi}{t}\left(\frac{a}{a_2} - c\right)^{-1}$$

откуда для коэффициента интенсивности имеем

$$K = \frac{2T}{\pi}\sqrt{t}\left(\frac{a}{a_2} - c\right)^{1/2} \tag{1.14}$$

Из приведенной формулы видно, что магнитное поле увеличивает коэффициент интенсивности и наибольшее влияние оказывает, когда оно направлено по линии трещины, а в случае, когда оно перпендикулярно к трещине, его влияние сводится на нет. Следует отметить, что для металлов учет магнитного поля существенен для полей порядка 10^5 эрстед.

2. Теперь рассмотрим случай, когда на границе трещины задана сосредоточенная сила Q. Тогда вместо (1.6) будем иметь условия:

$$\tau_{yz}|_{y=0} = Q\delta(x)H(t), \quad x \leqslant ct \tag{2.1}$$

$$w|_{y=0}, \qquad x > ct$$

которые после преобразований дадут

$$(a_2^2\alpha + a_2^2\lambda)\overline{w} = \frac{Q}{\rho s^2(1-\lambda c)} + \frac{1}{\rho s^2}\overline{T}_+ \tag{2.2}$$

$$\overline{w} = \overline{w}_-$$

Факторизация здесь приводит к

$$\overline{T}_+ = \frac{Q}{\lambda c - 1}\left[1 - \frac{\overline{\alpha}_+(\lambda)}{\overline{\alpha}_+(1/c)}\right] \tag{2.3}$$

что в свою очередь, дает выражение для τ_{yz}

$$\left.\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial t}\right|_{y=0} = -\frac{Q}{\pi t}\left\{\frac{a_2 c}{a}\left[\frac{t}{\xi}\left(\frac{a}{a_2} - c\right) - 1\right]\right\}^{1/2}\frac{1}{\xi + ct} \tag{2.4}$$

Коэффициент интенсивности теперь будет

$$K = \frac{2Q}{\pi\sqrt{t}}\left[\frac{1}{c} - \frac{a_2}{a}\right]^{1/2} \tag{2.5}$$

Роль магнитного поля на коэффициент интенсивности такая же, что и в предыдущем примере.

В частности, при отсутствии магнитного поля получаем известные результаты.

INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD ON STRESS INTENSIVITY COEFFICIENT FOR MOVING CRACK

A. G. BAGDOEV, L. A. MOVSISIAN

ՇԱՐԺՎՈՂ ՃԱՔԻ ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՎՐԱ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ, Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Ամփոփում

Ուսումնասիրված են հաստատուն արագությամբ շարժվող կիսաանվերջ ճաքի երկու հակահարթ խնդիրներ (հավասարաչափ բաշխված լարումներ և ճաքի ափերում կենտրոնացված ուժեր)։ Հաստատուն մագնիսական դաշտը ճաքի նկատմամբ ունի կամայական ուղղություն։ Ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտը բերում է անիզոտրոպային հատուկ երևույթների։ Նա մեծացնում է ինտենսիվության գործակիցը և ամենամեծ ազդեցությունն ունի ճաքի ուղղությամբ ազդելու դեպքում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Костров Б. В.* Неустановившееся распространение трещины продольного сдвига.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 6, с. 1042—1050.

Freund L. B. Crack propagation in on Elastic Solid Subjected to General Loiading.—III Stress Wave Loading. I. mech. and Phys. Solids, 1975, vol. 21, pp. 47—6.

3. *Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А.* Приближенное решение антиплоской анизотропной задачи о распространении трещины.—Механика (межвуз. сб. н. тр.), Ереван, 1989, вып. 7, с. 48—55.

Институт механики АН Армении

Поступила в редакцию
25.X.1990