ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

Մեխանիկա 44, № 1, 1991 Механика

УДК 539.3:534.2

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ ИЗГИБА ТОНКОЙ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНКИ-ПОЛОСЫ

МКРТЧЯН Л.Р.

Рассматривается поперечный изгиб пьезокерамической пластинки-полосы, находящейся в электрическом поле. При решении применяется классическая теория пластин. Проводился численный анализ применимости гипотез Кирхгоффа и уточненной теории в задачах электроупругого изгиба пьезоэлектрических пластин.

Точное решение задачи о поперечном изгибе толстой изотропной плиты, удовлетворяющей граничным условиям типа Навье, было исследовано в [1,2]. Для трансверсально-изотропной плиты в отсутствии пьезоэффекта задача была решена в [3]. В [4] дано общее решение, удовлетворяющее условиям Навье, для пьезокерамической толстой пластины-полосы, которая находится в электрическом поле, так что на верхней лицевой плоскости потенциал равен $\varphi_B(x,y)$, а на нижней—$\varphi_H(x,y)$. На боковых плоскостях $\varphi=0$.

В настоящей работе рассматривается напряженно-деформированное состояние пьезокерамической пластинки-полосы, находящейся в электрическом поле. Пластинка изгибается поперечной нагрузкой $p(x,y)$. При решении применяется классическая теория пластин [5]. На электрическое поле гипотезы не налагаются. Приводится численное сравнение полученных результатов с результатами при наложении гипотез на потенциал φ [7,8,9] и с точным решением.

1. Пусть поперечно-поляризованная пластинка с толщиной h нагружена поперечной нагрузкой $p(x,y)$, приложенной к верхней плоскости пластинки. Пластинка находится в электрическом поле, так что на верхней лицевой плоскости потенциал поля равен $\varphi_0(x,y)$, а на нижней—$\varphi=0$. На торцах пластинки потенциал поля равен нулю.

Выберем систему прямоугольных декартовых координат так, чтобы плоскость (x,y) совпадала со срединной плоскостью пластинки.

На основе кинематической гипотезы Кирхгоффа можно записать:

$$\varepsilon_{11}=\frac{\partial u}{\partial x}-z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2},\ \varepsilon_{22}=\frac{\partial v}{\partial y}-z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\varepsilon_{12} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) - 2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \tag{1.1}$$

где u, v, w—перемещения срединной плоскости.

Примем также, что потенциал поля можно представить в виде

$$\varphi = H(z)V(x, y) \tag{1.2}$$

На торцах пластинки имеем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} x = 0, a \qquad & \omega = 0,\ M_x = 0,\ \varphi = 0 \\ y = 0, b \qquad & \omega = 0,\ M_y = 0,\ \varphi = 0 \end{aligned} \tag{1.3}$$

где a, b—размеры пластинки.

На внешнюю нагрузку и потенциал поля наложим лишь такие ограничения, которые позволили бы представить их в виде двойного ряда Фурье:

$$\begin{aligned} p(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \\ \varphi_0(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{0mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \end{aligned} \tag{1.4}$$

2. Определяющие соотношения будем использовать в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= s_{ijkl}^{E}\sigma_{kl} - g_{kij}D_k \\ E_k &= g_{kij}\sigma_{ij} + \eta_{kl}^{T}D_l \end{aligned} \tag{2.1}$$

где s_{ijkl}^{E}—упругие податливости при нулевом электрическом поле; g_{kij}—пьезоэлектрические постоянные; η_{kl}^{T}—диэлектрические постоянные при постоянном напряженном состоянии.

Предположим, что в выражении E_3 можно принять $\sigma_{33} = 0$. Тогда на основе (2.1) и гипотез Кирхгоффа можно записать:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= A_1\left(\frac{\partial u}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + A_2\left(\frac{\partial v}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) - A_3\frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \sigma_{22} &= A_2\left(\frac{\partial u}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + A_1\left(\frac{\partial v}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) - A_3\frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ D_3 &= A_3\left(\frac{\partial u}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + A_3\left(\frac{\partial v}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + A_5\frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \sigma_{12} &= A_4\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) \end{aligned} \tag{2.2}$$

где

$$A_1 = \frac{1}{\Delta}(g_{31}^2 - s_{11}^{E}\eta_{33}^{T}),\ A_4 = \frac{1}{2(s_{11}^{E} - s_{12}^{E})}$$

$$A_2 = \frac{1}{\Delta}(-g_{31}^2 + s_{12}^{E}\eta_{33}^{T}),\ A_5 = \frac{1}{\Delta}(s_{11}^2 - s_{12}^2)$$

$$A_3 = \frac{g_{31}}{\Delta}(s_{12}^E - s_{11}^E)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} & g_{31} \\ s_{12} & s_{11} & g_{31} \\ -g_{31} & -g_{31} & -\eta_{33} \end{vmatrix}$$

Из условий статической эквивалентности, вместо напряжений удобно ввести внутренние силы и моменты, отнесенные к единице длины срединной плоскости [4].

Обратимся к уравнениям равновесия. Интегрируя их по z в пределах от $-h/2$ до $h/2$, умножая первые два уравнения на z и интегрируя по z—опять же в пределах от $-h/2$ до $h/2$ с учетом (2.2) получим известные уравнения равновесия пластинки во внутренних силах и моментах. Здесь уравнения плоской задачи и задачи изгиба разделяются

$$\left[A_1\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (A_2 + A_4)\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + A_4\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right]h - A_3\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} = 0$$

$$\left[A_1\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (A_2 + A_4)\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_4\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right]h - A_3\frac{\partial \varphi_0}{\partial y} = 0$$

$$\frac{h^3}{12}A_1\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) + \frac{h^3}{6}(A_2 + 2A_4)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \tag{2.3}$$

$$+\frac{h}{2}A_3\left(\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2}\right) - A_3\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\int\limits_{-h/2}^{h/2} \varphi dz = p(x,y)$$

$$N_1 = -\left[A_1\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (A_2 + 2A_4)\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}\right]\frac{h^3}{12} -$$

$$-A_3\frac{\partial \varphi_0}{\partial x}\frac{h}{2} + A_3\frac{\partial}{\partial x}\int\limits_{-h/2}^{h/2} \varphi dz$$

$$N_2 = -\left[A_1\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (A_2 + 2A_4)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y}\right]\frac{h^3}{12} -$$

$$-A_3\frac{\partial \varphi_0}{\partial y}\frac{h}{2} + A_3\frac{\partial}{\partial y}\int\limits_{-h/2}^{h/2} \varphi dz$$

Присоединяя уравнение электростатики,

$$\frac{\partial D_1}{\partial x} + \frac{\partial D_2}{\partial y} + \frac{\partial D_3}{\partial z} = 0 \tag{2.4}$$

после некоторых преобразований окончательно получим следующую систему с учетом (1.2), (2.1), (2.2):

$$(A_7 - A_3 A_6)H(z)\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) + A_5 H''(z)V - \tag{2.5}$$

$$-A_6\left(\frac{z^2}{2}-\frac{h^2}{8}\right)\left[A_1\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+2(A_2+A_4)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}\right]-$$

$$-A_3\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)=-A_3A_6\frac{1}{h}\left(\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial y^2}\right)\left(z+\frac{h}{2}\right)$$

$$\frac{h^3}{12}A_1\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+\frac{h^3}{6}(A_2+2A_4)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}-$$

$$-A_3\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)-\int\limits_{-h/2}^{h/2}H(z)dz=p-\frac{h}{2}\left(\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial y^2}\right)$$

Решим систему (2.5) для пластинки-полосы (случай плоской деформации относительно плоскости (x, y)). Функции w и V будем искать в виде

$$w=\sum_{m=1}^{\infty}E_m\sin\frac{m\pi x}{a},\ V=\sum_{m=1}^{\infty}F_m\sin\frac{m\pi x}{a} \tag{2.6}$$

В дальнейшем будем иметь дело только с характерными членами разложений в ряды.

Тогда система (2.5) примет вид:

$$\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4\frac{h^3}{12}A_1E_m+\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2A_3\int\limits_{-h/2}^{h/2}H_m(z)dz=$$

$$=p_m+\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\frac{h}{2}A_3\varphi_{0m}$$

$$(A_3A_6-A_7)\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2H_m(z)+A_5H_m''(z)-\frac{1}{2}A_6A_1E_m\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4\left(z^2-\frac{h^2}{4}\right)+$$

$$+A_3\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2E_m=A_3A_6\frac{1}{h}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\varphi_{0m}\left(z+\frac{h}{2}\right) \tag{2.7}$$

где $H_m(z)=F_mH(z)$, $A_6=g_{15}/\eta_{11}$, $A_7=1/\eta_{11}$.

Решение второго уравнения системы (2.7) следующее:

$$H_m(z)=C_1e^{sz}+C_2e^{-sz}+B_1z^2+B_2z+B_3 \tag{2.8}$$

где введены обозначения:

$$s=\frac{m\pi}{a}\sqrt{\frac{A_7-A_3A_6}{A_5}}>0$$

$$C_1=-\frac{\varphi_{0m}+B_2h}{4\mathrm{sh}(\frac{h}{2}s)}+\frac{\varphi_{0m}-2B_3-B_1\frac{h^2}{2}}{4\mathrm{ch}(\frac{h}{2}s)} \tag{2.9}$$

$$C_2=\frac{\varphi_{0m}+B_2h}{4\mathrm{sh}(\frac{h}{2}s)}+\frac{\varphi_{0m}-2B_3-B_1\frac{h^2}{2}}{4\mathrm{ch}(\frac{h}{2}s)}$$

$$B_1=\frac{A_1A_6E_m(\frac{m\pi}{a})^2}{2(A_3A_6-A_7)},\quad B_2=\frac{A_3A_6\varphi_{0m}}{h(A_3A_6-A_7)}$$

$$B_3=-\frac{A_1A_5A_6E_m}{(A_3A_6-A_7)^2}+\frac{A_1A_6(\frac{m\pi}{a})^2E_mh^2+8A_3E_m-4A_3A_6\varphi_{0m}}{8(A_7-A_3A_6)}$$

Подставляя выражение $H_m(z)$ в первое уравнение системы (2.7), можем найти E_m:

$$E_m=\left[p_m+\frac{h}{2}A_3\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\varphi_{0m}+A_3\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\frac{((4-s)A_3A_6-2A_7)\varphi_{0m}}{2(A_3A_6-A_7)s}\right]\times$$

$$\times\left\{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4\frac{h^3}{12}A_1-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2A_3\left[\frac{A_1A_6(\frac{m\pi}{a})^2}{12(A_3A_6-A_7)}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{A_1A_5A_6h}{(A_3A_6-A_7)^2}+\frac{A_3h}{A_3A_6-A_7}\right]\right\}^{-1}\tag{2.10}$$

Тогда можем найти прогиб w по (2.6), напряжения по (2.2) и потенциал электрического поля.

3. В работе [10] для электрических составляющих сопряженного поля предлагается гипотеза

$$E_z=E_0(x,y)+zE_1(x,y)\tag{3.1}$$

адекватная гипотезам Кирхгоффа-Лява. В [7,8,9] принимается гипотеза относительно потенциала φ, с целью решения задач с использованием уточненных теорий, для пьезокерамических оболочек и пластин (см.3.2).

В нижеследующих табл.1 и 2 для пьезокерамики CdS приведено численное сравнение максимального прогиба и максимального значения потенциала электрического поля φ_{max} при $z=0$ данной задачи (б) с результатами: а) точного решения; в) решения этой задачи, с использованием гипотез Кирхгоффа для деформаций и со следующей гипотезой для потенциала поля:

$$\varphi=\frac{8}{h^3}f(z)\Phi_1(x)+\frac{2z(z+\frac{h}{2})}{h^2}\varphi_0\sin\frac{\pi x}{a}\tag{3.2}$$

где Φ_1—искомая функция, характеризующая электростатический потенциал, а

$$f(z)=\frac{1}{8}(h^2-4z^2)$$

г) решение этой задачи на базе уточненной теории [6], только вместо известного предположения $\varepsilon_{33}=0$, принимается $\varepsilon_{33}=d_{33}E_3$. Для потенциала φ принимается (3.2) [7,8].

Численное сравнение делается при $m=1$ для случаев:

а) $\varphi_{0m}=10^6B$ $\quad p_m=0$

б) $\varphi_{0m}=0$ $\quad p_m=10^7\text{Н}/\text{м}^2$

при относительных толщинах $h/a=0,05;0,1;0,333$ для пьезокерамики CdS (s^E_{ik}—м^2/Н: $s_{11}=2,22\cdot10^{-11}$; $s^E_{12}=-0,87\cdot10^{-11}$; $s^E_{13}=-0,8\cdot10^{-11}$; $s^E_{33}=$ $=-2,19\cdot10^{-11}$; $s^E_{44}=7\cdot10^{-11}$; ε^T_{ik}—Ф/м: $\varepsilon^T_{11}=8,22\cdot10^{-11}$; $\varepsilon^T_{33}=9,11\cdot10^{-11}$;

Таблица 1

$u_{3\,\max}$(м)	а		б		в		г	
h/a	$\varphi_{01} = 0$ $p_1 = 10^7$	$\varphi_{01} = 10^6$ $p_1 = 0$	$\varphi_{01} = 0$ $p_1 = 10^7$	$\varphi_{01} = 10^6$ $p_1 = 0$	$\varphi_{01} = 0$ $p_1 = 10^7$	$\varphi_{01} = 10^6$ $p_1 = 0$	$\varphi_{01} = 0$ $p_1 = 10^7$	$\varphi_{01} = 10^6$ $p_1 = 0$
0,05	6,210908 10^{-3}	1,0642 10^{-4}	5,779814 10^{-3}	1,0151403 10^{-4}	5,55548 10^{-3}	1,0066103 10^{-4}	6,010908 10^{-3}	1,053953 10^{-4}
0,1	7,94575 10^{-4}	4,6982 10^{-5}	6,944324 10^{-4}	3,419477 10^{-5}	6,93485 10^{-4}	3,00732 10^{-5}	7,296349 10^{-4}	3,841553 10^{-5}
0,333	2,504129 10^{-5}	1,67346 10^{-5}	1,621156 10^{-5}	1,371614 10^{-6}	1,241466 10^{-5}	0,627452 10^{-6}	1,774971 10^{-5}	2,538813 10^{-6}

Таблица 2

$u_{3\,\max}(B)$	а		б		в		г	
h/a	$\varphi_{01} = 0$ $p_1 = 10^7$	$\varphi_{01} = 10^6$ $p_1 = 0$	$\varphi_{01} = 0$ $p_1 = 10^7$	$\varphi_{01} = 10^6$ $p_1 = 0$	$\varphi_{01} = 0$ $p_1 = 10^7$	$\varphi_{01} = 10^6$ $p_1 = 0$	$\varphi_{01} = 0$ $p_1 = 10^7$	$\varphi_{01} = 10^6$ $p_1 = 0$
0,05	3,4982	4,89875 10^5	3,027861	5,041772 10^5	2,091029	5,0911 10^5	2,96452	5,0818 10^5
0,1	6,21	4,254588 10^5	4,35457	5,672619 10^5	1,040797	6,0174 10^5	2,43206	5,847 10^5
0,333	32,384524	4,139258 10^5	23,79372	5,034892 10^5	2,90285	5,52831 10^5	19,36622	5,42705 10^5

d_{ik}—Кл/Н: $d_{31} = -0,566 \cdot 10^4$; $d_{33} = -1,133 \cdot 10^4$; $d_{15} = -1,566 \cdot 10^4$; $\rho = = 4,82 \cdot 10^3$кг/м^3).

Анализ численных сравнений может привести к следующим заключениям:

1. Сравнивая результаты точного решения с результатами случая, когда использованы гипотезы Кирхгоффа для деформаций, а на потенциал электрического поля гипотеза не налагается, видно, что в присутствии пьезоэффекта относительно максимального прогиба гипотеза Кирхгоффа дает хорошие результаты при $h/a \leq 0,005$.

Например, при относительной толщине $h/a = 0,1$, когда на пластинку-полосу наложена лишь нагрузка p_1 ($\varphi_{01} = 0$), максимальный прогиб, полученный во втором случае, меньше максимального прогиба на 12,6%, а когда имеем только потенциал φ_{01} ($p_1 = 0$), то разница составляет 27%.

При возрастании относительной толщины разница увеличивается.

2. Сравним случаи б) и в). В случае (б) на электрическое поле гипотезы не налагаются, а в случае (в) принята гипотеза (3.2). Относительно деформаций в обоих случаях принята классическая теория пластин. Из табл.1 и 2 видно, что при принятии гипотез Кирхгоффа, относительно максимального прогиба и относительно максимального значения потенциала поля наиболее близкие результаты к точному решению даст случай (б).

3. Сравним численные результаты случаев (в),(г). В обоих случаях принята гипотеза относительно потенциала электрического поля, но в первом случае задача решена с использованием классической теории пластин, а во втором— с использованием уточненной теории [6,7,8]. Из таблиц видно, что и относительно максимального прогиба, и относительно максимального значения потенциала поля лучшие результаты, близкие к точному решению, дает уточненная теория.

Например, при относительной толщине $h/a = 0,1$, когда действует лишь нагрузка p_1 ($\varphi_{01} = 0$), точный максимальный прогиб равен $7,94575 \cdot 10^{-4}$м. Решая по уточненной теории, получаем, что $u_{3\max} = 7,296349 \cdot 10^{-4}$м, а используя гипотезы Кирхгоффа—$u_{3\max} = 6,92485 \cdot 10^{-4}$м.

4. Из табл.2 можно заметить, что, когда задан только потенциал φ_0, при всех толщинах самые близкие результаты к точному решению относительно максимального значения потенциала поля дает случай, когда приняты гипотезы Кирхгоффа, а на электрическое поле гипотезы не налагаются.

ABOUT SOME CASE OF BENDING OF THIN PIEZOCERAMIC PLATE-STRIP

MKRTCHIAN L.R.

ԲԱՐԱԿ ՊԻԵԶՈԿԵՐԱՄԻԿԱԿԱՆ ՍԱԼ-ՇԵՐՏԻ ԾՌՄԱՆ ՄԻ ԴԵՊՔԻ ՄԱՍԻՆ

Լ.Ռ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

Ամփոփում

Դիտարկված է էլեկտրական դաշտում գտնվող պիեզոկերամիկական սալ-շերտի ընդլայնական ծռումը: Խնդիրը լուծելիս օգտագործված է սալերի դասական տեսությունը: Էլեկտրական դաշտի վրա հիպոթեզներ չեն դրված:

Բերված է սալերի էլեկտրոառաձգական ծռման խնդիրներում Կիրխհոֆի հիպոթեզների եւ ճշգրտված տեսության կիրառելիության թվային անալիզը:

ЛИТЕРАТУРА

1. **Власов Б.Ф.** Об одном случае изгиба прямоугольной толстой плиты.—Вестник Моск.Ун-та,М.:Изд-во МГУ, сер. мат.мех., 1957, но.2, с.25-34.
2. **Levinson M.** The simply supported restangular plate, an exact, three dimentional linear elasticity solution.— Gournal of Elasticity, 1985, v.15, no,3, pp.383-392.
3. **Пискунов В.Г., Сипетов В.С., Туйметов Ш.Ш.** Изгиб толстой трансверсально-изотропной плиты поперечной нагрузкой.—Прикл.механика (Киев), 1987, т.23, но.11, с.21-26.
4. **Мкртчян Л.Р.** Поперечный изгиб толстой пластины-полосы, изготовленной из пьезоэлектрического материала.—Материалы докл. IV симпоз."Теоретические вопросы магнитоупругости". Ереван, ЕГУ, 1989, с.138-143.
5. **Амбарцумян С.А.** Теория анизотропных пластин.—М.:Наука, 1967.
6. **Лехницкий С.Г.** Анизотропные пластинки.—М.:Гостехтеориздат, 1957.
7. **Амбарцумян С.А., Белубекян М.В.** Некоторые задачи изгиба и колебания пьезокерамических пластин.—Механика, межвуз.сб., Ереван, ЕГУ, 1987, но.6, с.5-39.
8. **Ambartsumian S.A., Belubekian M.V.** The bending and vibration of piezoelectric ceramic plates. Electromagnetomechanical interactions in deformable solids and structures.—Proceeding of the IUTAM Symposium held in Tokyo, Japan, 1986, pp.59-68.
9. **Рудницкий С.И., Шульга Н.А.** Об одном варианте прикладной теории пьезокерамических оболочек.—Прикл.механика, 1986, т.22, но.3, с.24-30.
10. **Борисейко В.А., Гринченко В.Т., Улитко А.Ф.** Соотношения электроупругости для пьезокерамических оболочек вращения.—Прикл.механика, 1976, т.12, но.2, с.26-33.

Институт механики АН Армении

Поступила в редакцию
20. VI.1990