

УДК 624.04

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ
 ПАНЕЛИ ИЗ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА,
 РАБОТАЮЩЕЙ В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО
 РЕЗОНАНСА

ИШХАНОВ С. И.

Рассматривается вопрос проектирования прямоугольной в плане ($a \times b$) цилиндрической панели, изготовленной из композиционного материала.

В качестве критериев оптимальности рассматриваются: максимальное удаление центра области первого (главного) параметрического резонанса, минимум амплитуд установившихся резонансных колебаний в области главного параметрического резонанса.

Пусть шарнирно-опертая по краям цилиндрическая панель толщины h , изготовленная из монослоев ортотропного композиционного материала, уложенных поочередно под углами $\pm\varphi$ к образующей, подвержена действию параметрических усилий $T^0 = P_0 + P_1 \cos 6t$.

Предполагается, что для ортотропного пакета оболочки в целом справедлива гипотеза недеформируемых нормалей [1].

Оболочка отнесена к криволинейной системе координат (x, y, z) так, что поверхность $z=0$ совпадает со срединной поверхностью оболочки, причем ось Ox направлена по образующей, а Oy — по дуге поперечного сечения.

В работе [2] получены следующие формулы для амплитуд установившихся резонансных колебаний и границы главной области параметрического резонанса, шарнирно-опертой по краям ортотропной цилиндрической панели.

$$f_{0(mn)} = \frac{e_{mn} f_{1(mn)}^2}{2\Omega_{mn}^2 + 3d_{mn} f_{1(mn)}^2}$$

$$f_{1(mn)} = \frac{1}{\sqrt{6d_{mn}}} \left\{ b^2 - b_{*,(mn)}^2 + A_{mn} \pm \sqrt{(b^2 - b_{*,(mn)}^2 + A_{mn})^2 + 8\Omega_{mn}^2 (b^2 - b_{*,(mn)}^2)} \right\}^{1/2}$$

$$b_{*,(mn)} = 2\Omega_{mn} [1 + (-1)^{j(mn)}]^{1/2} \quad (1)$$

где

$$A_{mn} = \frac{8e_{mn}^2}{3d_{mn}} - 2\Omega_{mn}^2$$

соответственно для нижней и верхней границ области ($i=1,2$).

Формулы (1) являются обобщением известных результатов [3], полученных для однородной изотропной пластинки.

Здесь введены обозначения:

$$\Omega_{mn} = \omega_{mn} \left(1 - \frac{P_0}{P_{*mn}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

— частота собственных колебаний цилиндрической панели, нагруженной по краям постоянными по времени усилиями P_0

$$\mu_{mn} = \frac{1}{2} \frac{P_1}{P_{*mn} - P_0} \quad (3)$$

— коэффициент возбуждения,

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{K_{mn}}{\rho h}}, \quad P_{*mn} = \frac{K_{mn}}{i^2 m} \quad (4)$$

— соответственно частота свободных собственных колебаний, P_{*mn} — критические значения усилий T^0 при его статическом действии

$$K_{mn} = D_{11} \lambda_m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \lambda_m^2 \mu_n^2 + D_{22} \mu_n^4 + \\ + \frac{1}{R^2} \frac{\lambda_m^4}{a_{11} \lambda_m^4 + (a_{66} - 2a_{12}) \lambda_m^2 \mu_n^2 + a_{22} \mu_n^4}$$

$$\lambda_m = m\pi/a, \quad \mu_n = n\pi/b$$

m, n — число полуволн по направлениям Ox и Oy ,

$$e_{mn} = \frac{16}{\rho h a b R} \frac{\lambda_m^3 \mu_n}{a_{11} \lambda_m^4 + (a_{66} - 2a_{12}) \lambda_m^2 \mu_n^2 + a_{22} \mu_n^4} \quad (5)$$

$$d_{mn} = \frac{512}{9 \rho h a^2 b^2} \frac{i^2 \lambda_m^2 \mu_n^2}{a_{11} \lambda_m^4 + (a_{66} - 2a_{12}) \lambda_m^2 \mu_n^2 + a_{22} \mu_n^4}$$

Для коэффициентов a_{ik} имеются формулы

$$a_{11} = \frac{C_{21}}{\Omega}, \quad a_{22} = \frac{C_{32}}{\Omega}, \quad a_{12} = \frac{C_{12}}{\Omega}, \quad a_{66} = \frac{1}{C_{66}}, \quad \Omega = C_{11} C_{22} - C_{12}^2$$

$C_{ik} = B_{ik} h$ — жёсткости на растяжение (сжатие) и сдвиг.

$D_{ik} = B_{ik} h^3/12$ — жёсткости на изгиб и кручение, ρ — плотность материала оболочки.

$$B_{11}^s = B_{11}^0 \cos^4 \varphi_s + 2(B_{12}^0 + 2B_{66}^0) \cos^2 \varphi_s \sin^2 \varphi_s + B_{22}^0 \sin^4 \varphi_s$$

$$B_{22}^s = B_{11}^0 \sin^4 \varphi_s + 2(B_{12}^0 + 2B_{66}^0) \cos^2 \varphi_s \sin^2 \varphi_s + B_{22}^0 \cos^4 \varphi_s$$

$$B_{12}^s = B_{12}^0 + [B_{11}^0 + B_{22}^0 - 2(B_{12}^0 + 2B_{66}^0)] \sin^2 \varphi_s \cos^2 \varphi_s$$

$$B_{66}^s = B_{66}^0 + [B_{11}^0 + B_{22}^0 - 2(B_{12}^0 + 2B_{66}^0)] \sin^2 \varphi_s \cos^2 \varphi_s$$

где B_{ik}^0 — упругие характеристики монослоя, которые выражаются через технические постоянные следующим образом:

$$B_{11}^0 = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad B_{22}^0 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad B_{66}^0 = G_{12}$$

$$B_{12}^0 = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

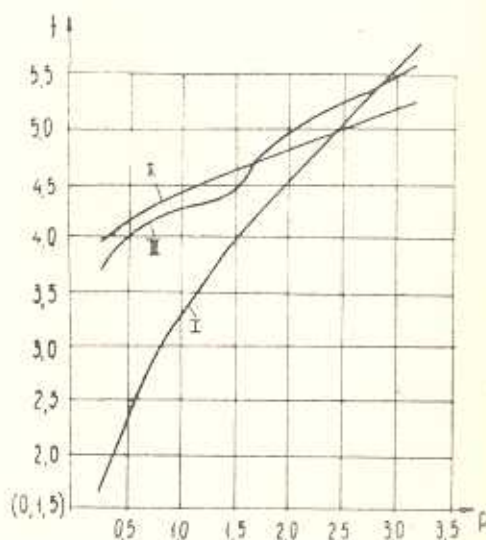
Следует отметить, что через f_{0imn} и f_{1imn} прогибы $W_i(x, y, t)$ оболочки определяются следующим образом:

$$W_1(x, y, t) = \left(f_{0imn} + f_{1imn} \cos \frac{\theta t}{2} \right) \sin \nu_{im} x \sin \nu_{in} y \quad (6)$$

$$W_2(x, y, t) = \left(f_{0imn} + f_{1imn} \sin \frac{\theta t}{2} \right) \sin \nu_{im} x \sin \nu_{in} y$$

Ставятся следующие две задачи проектирования оптимальной цилиндрической панели из композиционного материала:

1. Найти угол укладки монослоев φ так, что:



Фиг. 1

$$\min_{(m,n)} \Omega_{m,n}(\varphi) \xrightarrow{\varphi} \max, \quad \text{где } 0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ \quad (7)$$

2. Для m_* и n_* , при которых достигается низшая частота собственных колебаний, найти φ так, что

$$\max_{x,y,\theta,t} W_{m_*n_*}(x, y, \theta, t) \xrightarrow{\varphi} \min \quad (8)$$

где $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq t < \infty, b_{*mn}^{(1)} \leq b \leq b_{*mn}^{(2)}$

ω — частота возбуждающего усилия.

Очевидно, что решение первой задачи обеспечивает возможно наибольшее удаление центра области главного параметрического резонанса.

В качестве примера рассматривается прямоугольная в плане панель при $P_0=0, P_1=P$. Рассматриваются три варианта композиционного материала со следующими характеристиками:

$$I \quad B_{22}^0 = 0,1 B_{11}^0, \quad B_{12}^0 = 0,03 B_{11}^0, \quad B_{66}^0 = 0,033 B_{11}^0$$

$$II \quad B_{22}^0 = 0,025 B_{11}^0, \quad B_{12}^0 = 0,0056 B_{11}^0, \quad B_{66}^0 = 0,012 B_{11}^0$$

$$III \quad B_{22}^0 = 0,62 B_{11}^0, \quad B_{12}^0 = 0,12 B_{11}^0, \quad B_{66}^0 = 0,16 B_{11}^0$$

Для квадратной в плане панели в табл. 1 приведены наименьшие по m, n значения приведенной частоты собственных колебаний

$$\bar{\omega}_n = \left\{ \frac{h^3}{a^3} 10^4 |A_n + \chi B_n| \right\}^{0,5}$$

для различных значений угла φ и соответствующие n_* , причем $m_* = 1$. Как видно из табл. 1, отношение

$$r = \max_{\varphi} \min_{m,n} \omega_{mn}(\varphi) / \min_{\varphi} \min_{m,n} \omega_{mn}(\varphi) \quad (9)$$

Таблица 1

φ	М а т е р и а л					
	I		II		III	
	$\min_{m,n} \bar{\omega}_{mn}$	n_*	$\min_{m,n} \bar{\omega}_{mn}$	n_*	$\min_{m,n} \bar{\omega}_{mn}$	n_*
0°	2,343753	2,0	2,39	3,0	5,23	2,0
5°	2,450756	2,0	2,42	3,0	5,21	2,0
10°	2,718010	2,0	2,34	2,0	5,16	2,0
15°	3,050055	2,0	2,20	2,0	5,09	2,0
20°	3,378249	2,0	2,36	2,0	5,01	2,0
25°	3,647292	2,0	2,22	1,0	4,93	2,0
30°	3,802189	2,0	2,11	1,0	4,87	2,0
35°	3,829591	2,0	2,04	1,0	4,83	2,0
40°	3,810605	2,0	1,99	1,0	4,83	2,0
45°	3,826617	2,0	1,95	1,0	4,85	2,0
50°	3,888099	2,0	1,99	1,0	4,90	2,0
55°	3,972312	2,0	2,04	1,0	4,97	2,0
60°	4,057177	2,0	2,11	1,0	5,06	2,0
65°	4,131452	2,0	2,22	1,0	5,15	2,0
70°	4,188385	2,0	2,37	1,0	5,23	2,0
75°	4,041702	1,0	2,53	1,0	5,31	2,0
80°	3,585971	1,0	2,69	1,0	5,37	2,0
85°	3,164353	1,0	2,81	1,0	5,41	2,0
90°	2,975698	1,0	2,86	1,0	5,42	2,0

которое показывает возможное удаление центра области главного параметрического резонанса, принимает следующие значения:

$$r_1 = 1,787, \quad r_2 = 1,444, \quad r_3 = 1,122$$

Таким образом, оптимальным выбором угла укладки монослоев φ , можно существенно отдалить возможность появления параметрического резонанса.

Таблица 2

P	М а т е р и а л					
	I		II		III	
	\bar{f}_{0nm}	γ_{0nm}	\bar{f}_{0nm}	γ_{0nm}	\bar{f}_{0nm}	γ_{0nm}
0.25	1.6349	70°	4.0192	5°	3.7272	50°
0.5	2.3178	70°	4.1664	5°	3.9835	50°
1.0	3.2684	70°	4.4231	5°	4.3813	50°
1.5	3.9798	70°	4.6451	5°	4.6960	50°
2.0	4.5656	70°	4.8433	5°	4.9622	50°
2.5	5.0712	70°	5.0236	5°	5.1958	50°
3.0	5.5199	70°	5.1902	5°	5.4057	50°

В табл. 2 для различных $\bar{P}=12\rho a^2/\pi^2 B^0 h^3$ приведены значения

$$\bar{f}_{0nm} = \min_{\varphi} \max_{b, t} \bar{f}_{1m, n^*}(\varphi, t, \varphi)$$

где $\bar{f} = f/h$, $\bar{f}_{1m, n^*} = f_{0, m, n^*} + f_{11, m, n^*} \cos \frac{bt}{2}$

m^* , n^* — те значения чисел полуволи, при которых достигается первая частота собственных колебаний.

В табл. 3 приводятся значения отношения

$$\gamma = \max_{\varphi} \max_{b, t} f_{1m^*, n^*} / \min_{\varphi} \max_{b, t} f_{1m^*, n^*}$$

для рассмотренных выше материалов и различных P

Таблица 3

P	М а т е р и а л		
	I	II	III
	γ_1	γ_2	γ_3
0.25	9.7470	3.9262	1.8467
0.5	6.8827	3.8017	1.7340
1.0	4.8914	3.6077	1.5875
1.5	4.0257	3.4601	1.4911
2.0	3.5166	3.3419	1.4204
2.5	3.1728	3.2651	1.3652
3.0	2.9233	3.2414	1.3204

Как показывают результаты расчета оптимальным выбором φ можно существенно улучшить проект панели в смысле уменьшения амплитуд установившихся резонансных колебаний в зоне главного параметрического резонанса.

THE PROJECT OF OPTIMAL CYLINDRICAL PANEL FROM
COMPOSITE MATERIAL, WORKING IN CONDITIONS
OF PARAMETRICAL RESONANCE

S. I. ISHHANOV

ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՌԵԶՈՆԱՆՍԻ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ԱՇԽԱՏՈՂ
ԿՈՄՊՈԶԻՑԻՈՆ ՆՅՈՒԹԻՅ ՊԱՏՐԱՍՏՎԱԾ ՕՊՏԻՄԱԼ
ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹՎԱԿԱՆԹԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ

Ս. Ի. ԻՇԽԱՆՈՎ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Դիտարկվող պարամետրական սեղանաձևի աիրույթի կենտրոնի մաքսիմալ հեռացման և հաստաաված սեղանաձևային տատանումների ամպլիտուդաների միևնույնի հայտանիշներով բերված են կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված օպտիմալ դրանային թաղանթի նախադժման խնդիրների դրվածքը:

Թաղանթի կողմերի տարբեր հարաբերությունների համար որոշված են Երթուտուրայ կոմպոզիցիոն նյութի տարրական շարտերի դասավորման օպտիմալ անկյունները և ցույց է տրված թաղանթի շահագործման բնութագրիչների էական մեծագման հնարավորությունը:

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек.—М.: Физматгиз, 1961.—384 с.
2. Гмуци В. Ц. К нелинейной теории устойчивости ортотропных неоднородных полых оболочек.—Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 1965, т. 18, № 1, с. 34—42.
3. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем.—М.-Л.: ГИИТЛ, 1956.—600 с.

Институт механики
АН Армении

Поступила в редакцию
11.X.1989

УДК 539.3

ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАМКНУТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ
ОБОЛОЧКИ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ

ГАЛОЯН В. Ц.

Исследуется задача нелинейных колебаний замкнутой конечной цилиндрической оболочки и цилиндрической панели с целью получения критерия перехода от детерминистического к хаотическому движению. Уравнения движения этих механических систем с помощью метода Бабнана-Галеркина приводятся к нелинейным уравнениям вида

$$\frac{d^2 A}{dt^2} + \alpha \frac{dA}{dt} - A + \beta A^2 + A^3 + \gamma A^5 = \delta A \cos(\Omega t)$$

где $A(t)$ — безразмерный прогиб, α — коэффициент демпфирования, Ω — частота внешних периодических возбуждений, β , γ — коэффициенты, зависящие от параметров систем, δ характеризует внешнее воздействие. При небольших α , δ уравнение (1) рассматривается как возмущенная гамильтонова система. Применяя метод Мельникова, получены критерии, которые определяют область изменения параметров систем, для которых уравнение (1) допускает решение в виде хаотического движения (странного аттрактора). Приведены численные примеры, которые указывают на возможность экспериментальной проверки полученных результатов.

Полный текст статьи депонирован в ВИНТИ
за № 5029—В90 от 12.09.1990