

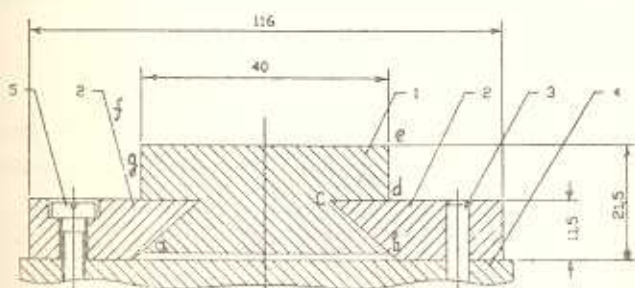
УДК 539.3

К РАСЧЕТУ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
 СОСТОЯНИЯ НАПРАВЛЯЮЩЕЙ

АКОПЯН А. С.

Рассматривается направляющая типа «ласточкин хвост». Для расчета напряженно-деформированного состояния применяется метод граничных интегральных уравнений. Приводятся общая формулировка граничной задачи и интегральные уравнения метода потенциала. Построена асимптотика решения интегральных уравнений в окрестности углов. Приводятся результаты счета.

1. Направляющие типа «ласточкин хвост» это наиболее распространенные во всех отраслях машиностроения направляющие скольжения поступательного движения. Их используют для обеспечения точных линейных перемещений рабочих органов металлорежущих станков, тубусов микроскопов, столов измерительных приборов и др. Такие направляющие относительно технологичны, обеспечивают регулировку зазоров и характеризуются высокой точностью работы. На фиг. 1 показана направляющая типа «ласточкин хвост» в сборе.



Фиг. 1.

Здесь обозначено: 1—ползун, 2—основная направляющая, 3—штифт, 4—основание, 5—регулирующий винт. На ползуне монтируется перемещаемый узел, например, металлорежущий инструмент, линзы оптических приборов и др., поэтому внешние усилия приложены обычно к ползуну. Это могут быть довольно значительные усилия, возникающие, например, при обработке твердых материалов резанием. Поэтому анализ напряженно-деформированного состояния ползуна очень важен для получения общих характеристик направляющей, да и всей системы, например, системы станок—приспособление—инструмент—деталь.

Цель настоящей статьи—применение методов, развитых в работах [1, 2] к упругому статическому расчету ползуна направляющей типа «ласточкин хвост», находящейся под действием внешних сил. В зоне контакта ползуна и основной направляющей предполагается отсутствие сцепления и зазора. Это условие можно обеспечить регулировкой и смазкой.

Задача в общем виде формулируется как смешанная краевая задача теории упругости в ограниченной многосвязной области Ω с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$, когда на части границы задается полный вектор напряжений, а на другой части—касательная компонента напряжений и нормальная компонента смещений

$$\Delta u \equiv \mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla \operatorname{div} u = 0 \quad (1.1)$$

$$\left. Tu \right|_{S_1} = F_1, \quad \left. Hu \right|_{S_2} = F_2 \quad (1.2)$$

где u —искомый вектор смещений, λ, μ —коэффициент Ламе, T —оператор напряжений, H —оператор третьей задачи [3]

$$Hu \equiv (-s \cdot Tu, nu),$$

s, n —соответственно, касательная и нормаль к $\partial\Omega$, S_1 —объединение отрезков границы, где заданы напряжения, а S_2 —отрезков, на которых заданы условия третьей задачи, так что $S_1 \cup S_2 \cup K = \partial\Omega$, K —множество угловых точек границы и точек смены граничных условий, F_1, F_2 —заданные соответственно на S_1, S_2 вектор-функции.

Решение задачи (1.1)—(1.2) будем искать в виде потенциала простого слоя

$$V(\varphi)(x) \equiv \int_{\partial\Omega} \Gamma(x, y) \varphi(y) ds_y \quad (1.3)$$

где Γ —матрица Кельвина-Соммильяна—фундаментальное решение уравнения (1.1), φ —плотность потенциала. Удовлетворяя граничным условиям (1.2), приходим к интегральным уравнениям

$$\begin{aligned} \varphi(x) + TV(\varphi)(x) &= F_1(x), \quad x \in S_1 \\ (-s\varphi(x), 0) + HV(\varphi)(x) &= F_2(x), \quad x \in S_2 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Из свойства потенциала простого слоя (1.3) следует [1]

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} \{ Tu(x) - Tv(x) \} \quad (1.5)$$

где $v(x)$ —решение задачи

$$\Delta v(x) = 0, \quad x \in R^2 \setminus \bar{\Omega}, \quad \left. v(x) \right|_{\partial\Omega} = u(x) \Big|_{\partial\Omega} \quad (1.6)$$

Разрешимость интегрального уравнения (1.4) можно вывести из усло-

вий разрешимости краевых задач (1.2) и (1.6) [5], и равенства (1.5). На основании (1.5) выводятся также асимптотические представления решения φ в окрестности точек множества K из известных асимптотик задач (1.2) и (1.6). Асимптотические представления решения кроме гладких функций будут включать слагаемые вида $C\rho^{\lambda-1}$, где ρ —расстояние до K , а λ определяется уравнениями [4]

$$\sin 2\lambda(\pi-\alpha) = \pm \frac{\lambda}{\alpha} \sin 2(\pi-\alpha), \quad \sin 4\lambda\alpha = -\lambda \sin 4\alpha \quad (1.7)$$

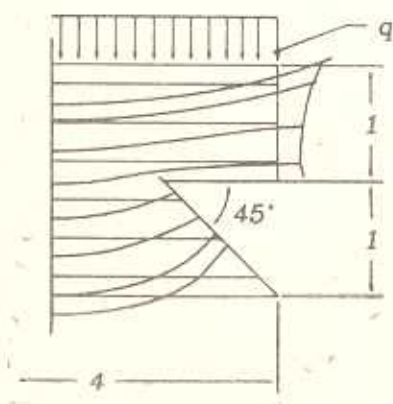
здесь 2α —раствор угла между полукасательными к $\partial\Omega$ в точке из K со стороны Ω . Уравнения (1.7) определяют показатели сингулярных членов асимптотики в точках смены граничного условия. Но множество K включает также и угловые точки, где не происходит такой смены. В этих случаях, если на сторонах угла заданы напряжения, то второе уравнение в (1.7) необходимо заменить на

$$\sin 2\lambda\alpha = \pm \lambda \sin 2\alpha,$$

а если заданы условия третьей задачи, то заменить на

$$\sin 2\lambda\alpha = \pm \sin 2\alpha$$

2. Численное решение смешанных задач затруднено тем, что даже в случае гладкой границы плотность потенциала может иметь степенную особенность в точках смены граничных условий. Поэтому, при аппроксимации плотности φ , а также при интегрировании функций, содержащих φ , необходимо учитывать эту особенность. Расчетная схема рассматриваемой задачи представлена на фиг. 2.



Фиг. 2.

Граничные условия ставятся так, что $S_1 = ab \cup de \cup ef \cup ig$ и $S_2 = bc \cup cd \cup gh \cup ha$.

Каждый отрезок границы между соседними угловыми точками разобьем на $NX+2$ равных интервала и расположим в серединах интер-

валов NX опорных точек, в которых будем искать решение. На крайних интервалах решение будем представлять в виде отрезка асимптотического разложения

$$C_0 + C_1 \rho^{\lambda-1} + C_2 \rho \quad (2.1)$$

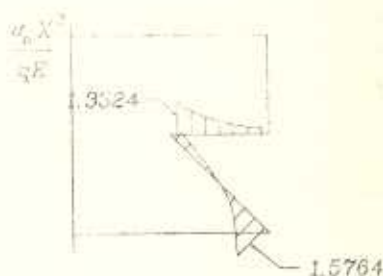
где ρ —расстояние до ближайшего конца дуги, а λ —решение уравнений (1.7) с наименьшей положительной действительной частью. На среднем участке решение аппроксимируется кубическим сплайном по NX узлам. При интегрировании на крайних отрезках будем пользоваться квадратурами Якоби для степенной функции с показателем $\lambda-1$, а на среднем участке—квadrатурами Гаусса с четным числом узлов.

Коэффициент Пуассона примем равным 0,3. Граничные функции из (1.2) будем задавать нулевыми всюду, кроме стороны ef

$$\begin{aligned} F_1(x) &= 0, & x \in ab \cup de \cup fg; & & F_4(x) &= (0, -q), & x \in ef \\ F_2(x) &= 0, & x \in bc \cup cd \cup gh \cup ha \end{aligned} \quad (2.2)$$

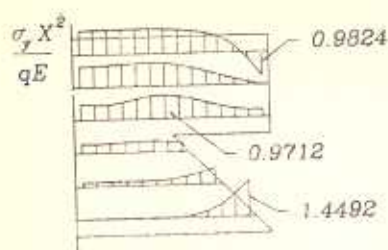
Первое условие означает, что стороны ab , de и fg свободны от напряжений, а на стороне ef заданы нормальные напряжения, равные q . Второе же условие означает, что в зонах контакта узлов направляющей по сторонам bc и cd , а также gh и ha отсутствуют сцепление и зазор. Основная направляющая заменяется жёстким штампом.

Вычисления производились пакетом Фортран—программ, реализующими описанный алгоритм на компьютере IBM/PC AT. При задающей частоте процессора 10 МГц решение интегрального уравнения в 32 опорных точках было получено за 20 секунд. После решения интегрального уравнения проверялось выполнение граничных условий в нерасчетных точках. Погрешность относительно величины q/X (X —единица напряжений) не превысила 1,25%.

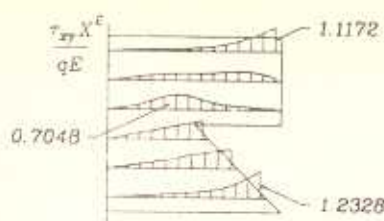


Фиг. 3.

На фиг. 3 приводятся эпюры нормальных напряжений относительно по величине $q \cdot E/X^2$ (E —модуль Юнга) в масштабе $1/4$ относительно линейных размеров. На эпюрах положительные величины откладываются в направлении внешней нормали.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

На фиг. 2 пунктирной линией показано деформированное состояние контура и шести характерных сечений, проведенных параллельно оси x на уровнях $5/6, 1/2, 1/6, -1/6, -1/2, -5/6$. Смещения приводятся по отношению к величине q/X в масштабе $1/4$ относительно линейных размеров. Фиг. 4,5 представляют компоненты напряжений σ_y и τ_{xy} на сечениях относительно qE/X^2 в масштабе $1/4$ относительно линейных размеров.

FOR THE CALCULATION OF STRAINED-DEFORMED STATE
OF A GUIDE
A. S. HAKOBYAN

ՌԵԿՎԻԶԻՏԻ ԼՍՐՎԱԾԱ-ԴԵՖՈՐՄԱՑՎԱԾ ՎԻՃԱԿԻ
ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՎԵՐԱՔԵՐՅԱԼ

Ա. Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո ռ մ

Դիտարկված է «Նիժնանակի պոչ» տիպի ուղղորդիչ: Լաբվածա-դեֆորմացված վիճակի հաշվարկի համար կիրառված է եզրային ինտեգրալ հավասարումների մեթոդը: Բերված են եզրային խնդրի ընդհանուր ձևակերպումը և պրոսեկցիայի մեթոդի ինտեգրալ հավասարումները: Կատարված է ինտեգրալ հավասարումների լուծման արհմպատարկան անկյունների շրջակայքում: Էներված են թվային արդյունքներ:

ЛИТЕРАТУРА

1. Заргарян С. С. Об особенностях решений системы сингулярных интегральных уравнений плоской теории упругости при заданных на границе напряжениях.— Докл. АН Арм. ССР, 1983, т. 77, №4, с. 167—172.
2. Асоян А. С. Контактные задачи для прямоугольной области с отверстием.— В кн.: Смешанные задачи механики деформируемого тела. IV. Всесоюзная конференция, 26—29 сентября. Тезисы докладов, Одесса, 1989.
3. Купрадзе В. Д., Гегелия Т. Г., Башелайшвили М. О., Бурчуладзе Т. В. Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости.— М.: Наука, 1975, 663 с.
4. Паргон В. З., Перлик П. И. Методы математической теории упругости.— М.: Наука, 1981, 688 с.
5. Мазя В. Г. К теории потенциала для системы Ламе в области с кусочно-гладкой границей.— В кн.: Дифференциальные уравнения в частных производных и их приложения.— Тбилиси, Изд-во Тбил. ун-та, 1986.

Институт механики АН Армении

Поступила в редакцию
14.XI.1983

49