ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԽՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա 43, № 6, 1990 Механика

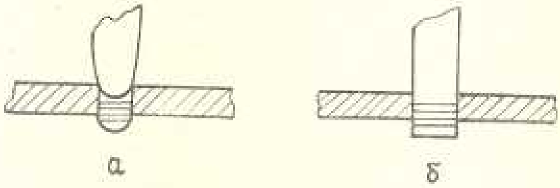
УДК 539.3

РАЗРУШАЮЩИЙ СДВИГ В ЗАДАЧЕ ПРОБИВАНИЯ ПРЕГРАД

САГОМОНЯН А. Я.

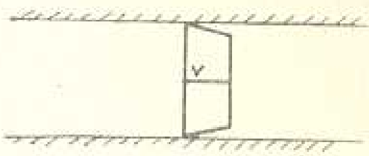
В задачах пробивания преград жесткими и деформируемыми ударниками нередки случаи выбивания части материала преграды, которая называется «отходом» или «пробкой». Например, при нормальном ударном пробивании металлической пластины цилиндрическим бойком с плоским передним срезом отход представляет собой цилиндр с радиусом, примерно равным радиусу расширившегося при ударе переднего среза бойка. Явление откола, которое иногда имеет место при отражении волн нагружения от тыльной свободной поверхности преграды, может привести к отрывному разрушению отхода. Тогда отход будет состоять из нескольких частей. При ударе на месте контакта тел возникают упругопластические волны, которые в дальнейшем распространяются во взаимодействующих телах, вызывая в них упругопластические деформации, и, как следствие этого, упрочнение материалов. Одновременно процесс взаимодействия приводит к тепловыделению и образованию градиентов температур за счет местного выделения тепла. Следствием этого процесса является разупрочнение материалов. Если скорость уменьшения прочности из-за местного роста температуры равна или превосходит скорости увеличения прочности от упрочнения, то деформации в материале остаются локализованными. бойком можно предположить, что основное действие ударника лока-
При выполнении этих условий в задаче пробивания преграды тупым лизовано в объеме части преграды непосредственно под поверхностью контакта. Материал преграды вне этого объема практически не испытывает пластических деформаций и его механические свойства остаются прежними. Тогда можно считать, что пластические деформации на волне, образовавшейся в преграде, происходят только на ее участке непосредственно под поверхностью контакта. На остальных участках волны имеют место упругие возмущения, которыми в первом приближении можно пренебречь. Так, в случае цилиндрического бойка с плоским передним срезом образуется отход в цилиндрическом объеме под поверхностью контакта. Передним торцом отхода будет плоский участок ударной волны. После выхода волны на тыльную поверхность заканчивается формирование объема и массы отхода. В процессе пробивания отход движется под действием сил давления на его торцевых сечениях и сил сдвига, действующих на его боковой поверхности. Последние называются силами «разрушающего сдвига». Сам этот про-

цесс известен как неустойчивый «адиабатический сдвиг». По проблеме определения разрушающего сдвига некоторые выводы сделаны в работе [1]. Однако следует отметить, что эффективные методы определения этой величины в настоящее время отсутствуют. Картина процесса выбивания пробки из преграды (плиты) показана на фиг. 1а. При баллистических скоростях нормального удара бойка образовавшийся отход обычно находится в разупрочненном пластическом состоянии. В этих условиях, в некоторых работах принимают, что разрушающий сдвиг равен пределу прочности τ_b [2]. Дальнейшее увеличение скорости бойка приводит материал отхода в состояние вязкопластического



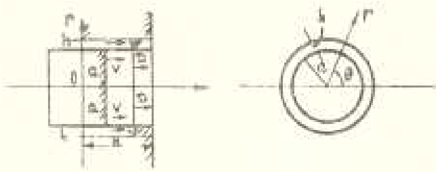
Фиг. 1.

течения. Ниже рассматривается этот случай; определяется сдвиг на боковой поверхности отхода, образованного за ударной волной, в условиях линейного вязкопластического течения несжимаемого материала. Пробивание производится нормальным ударом по плите цилиндрическим жестким бойком кругового сечения с плоским передним срезом (фиг. 1б). Линейную вязкопластическую среду называют еще телом Бингамина [3]. Эта среда представляет собой линейную вязкую жидкость, в которой напряжения превышают некоторое критическое значение—предел текучести. Ниже этого предела тело обычно предполагается твердым. Качественно движение вязкопластического материала отхода перед плоским срезом бойка можно рассматривать как движение в трубе перед поршнем. Эксперименты и теоретические исследования показывают, что при движении в трубах линейно вязкопластических сред (тел Бингама) и вязких жидкостей в начальный период времени движения, почти по всему радиусу трубы, в поперечных сечениях, градиент скорости ничтожно мал, скорость $V(t)$ частиц одинакова, а движение в целом плоское, одномерное [3, 4, 5]. Одномер-



Фиг. 2.

ное движение нарушается лишь в тонком слое, примыкающем к стенке трубы, показанном схематично на фиг. 2. В быстротечном явлении высокоскоростного пробивания преград с образованием вязкопластического отхода принимается приведенная выше модель движения среды в трубе. В центральной части под бойком вязкопластический материал отхода движется как целое с одинаковой скоростью в виде цилиндрического ядра, радиус которого равен радиусу бойка a. В ядре практически сосредоточена вся масса отхода. Внешней границей движущейся части преграды является поверхность образования вязкопластического материала переменного радиуса R (фиг. 3). Предполагается, что за весь процесс взаимодействия эта поверхность расположена весь-



Фиг. 3.

ма близко к поверхности ядра. Градиент скорости в поперечных сечениях тонкого слоя между этими поверхностями отличен от нуля и принимает большие значения. Вязкопластическую среду в слое можно рассматривать как своего рода смазку между поверхностями [5]. Толщина слоя h составляет сотые доли диаметра бойка, но ее роль существенна при определении сдвига на боковой поверхности отхода. Из приведенного выше следует, что

$$h = R - a, \quad \frac{h}{R} < \frac{h}{a} \ll 1 \tag{1}$$

Величина h подлежит определению в ходе решения задачи. В предположении однонаправленности скорости вдоль оси ядра отхода, ставится задача определить движение несжимаемой вязкопластической среды в указанном тонком слое толщины h. Начало эйлеровой цилиндрической системы координат r, θ, z возьмем на плоскости удара по плите толщины H, ось z направим по оси ядра, координаты r, θ помещены на плоскости $z=0$. Из постановки задачи следуют значения компонент скорости $\bar{v}$ по осям координат и ускорения $\dfrac{d\bar{v}}{dt}$

$$v_r = 0, \quad v_\theta = 0, \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad v_z = v(r, t), \quad \frac{dv_z}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} \tag{2}$$

Следовательно, скорость не зависит от продольной координаты z. При этом, нормальные и сдвиговые компоненты тензора напряжений σ_i, τ_{ij} определяются равенствами [4, 5]

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = -p, \quad \tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0, \quad \tau_{rz} = \tau = -k + \mu \frac{\partial v}{\partial r} \tag{3}$$

где p — гидростатическое давление, μ — динамический коэффициент вязкости, k — пластическая постоянная.

Из общих уравнений движения для рассматриваемой задачи получим

$$\frac{\partial p}{\partial r}=0, \quad \frac{\partial p}{\partial \theta}=0, \quad \rho\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\partial\frac{\tau_{rz}}{\partial r}+\frac{\tau_{rz}}{r}$$

или после подстановки значения τ_{rz} из (3)

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial p}{\partial z}=\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}\right)-\frac{k}{r} \tag{4}$$

Приведенные уравнения показывают, что гидростатическое давление есть функция времени и осевой координаты z и одинаково во всех точках поперечных сечений в слое. Из дифференциального уравнения (4) следует, что производная от давления p по координате z есть функция только времени t. Обозначим эту производную через $\omega(t)$ и представим уравнение (4) в виде

$$p=p(z,t), \quad \frac{\partial p}{\partial z}=\omega(t), \quad \rho\frac{\partial v}{\partial t}+\omega(t)=\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}\right)-\frac{k}{r} \tag{5}$$

На внешней границе слоя вязкопластической среды $R=a+h$ скорость движения и скорость скольжения исчезают

$$r=a+h, \quad v=0, \quad \frac{\partial v}{\partial r}=0$$

На внутренней границе слоя—поверхности ядра, скорость частиц среды равна скорости движения ядра

$$r=a, \quad v=v(a,t)=V(t) \tag{7}$$

Нетрудно убедиться в том, что давление p и градиент давления ω в ядре и слое одинаковы. Нормальный удар бойком со скоростью V_0 по поверхности $z=0$ неподвижной плиты производится в момент $t=0$. На этой поверхности при $t>0$ в слое давление равно атмосферному. В другом сечении $z=z_*$ (плоскость волны) давление в слое равно давлению p_* за волной. После выхода ударной волны на тыльную поверхность плиты ($z_*=H$) давление в слое в этом сечении становится равным атмосферному. В проблеме выбивания отхода из преграды очень важно получить приближенные, но простые формулы, определяющие напряжение сдвига на боковой поверхности ядра отхода. Для этой цели произведем оценку сравнительной роли сил инерции в уравнении движения (5). Введем следующие безразмерные переменные величины при условии $h<H<a$ и предложении, что H и a имеют одинаковый порядок

$$v=V_0 v', \quad z=az', \quad r-a=hr', \quad t=\frac{a}{V_0}t' \tag{8}$$

В этих равенствах безразмерные величины, имеющие один и тот же порядок, снабжены штрихами сверху. Составив отношение сил инерции к вязким силам в уравнении (5), используя (8), придем к выражению

$$\frac{\rho\dfrac{\partial v}{\partial t}}{\mu\left(\dfrac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial v}{\partial r}\right)}=\left(\frac{aV_0}{\nu}\right)\left(\frac{h}{a}\right)^2=\mathrm{Re}^*,\quad \nu=\frac{\mu}{\rho} \tag{9}$$

Безразмерная величина Re^* называется приведенным числом Рейнольдса. Пусть выполнено условие (1) и приведенное число Рейнольдса значительно меньше единицы. Тогда на основании полученной оценки (9), пренебрегая инерционным членом в уравнении (5), получим

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}=\frac{\omega(t)}{\mu}+\frac{k}{\mu r} \tag{10}$$

Решение уравнения (10) представляется в виде

$$v=\frac{\omega(t)}{4\mu}r^2+\frac{k}{\mu}r+C_1\ln r+C_0 \tag{11}$$

Постоянные интегрирования (зависящие от времени) определяются из условия $v=0$ на внешней границе в формуле (6) и условия на поверхности ядра в формуле (7). Для малой толщины слоя удовлетворяющей условию (1), эти постоянные имеют значения

$$C_1=-\frac{aV(t)}{h}-\frac{a^2\omega(t)}{2\mu}-\frac{ak}{\mu}$$

$$C_0=V(t)\left(1+\frac{a}{h}\ln a\right)-\frac{a^2\omega(t)}{4\mu}(1-\ln a^2)+\frac{ak}{\mu}(1-\ln a) \tag{12}$$

Градиент скорости определяется формулой

$$\frac{\partial v}{\partial r}=\frac{\omega(t)}{2\mu}r+\frac{k}{\mu}+\frac{C_1}{r} \tag{13}$$

Следует отметить, что при возрастании давления в направлении движения в некоторой части поперечного сечения, в слое возможно возникновение возвратного течения [5].

Из формулы (13) на поверхности ядра имеем

$$r=a,\quad \frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{V(t)}{h} \tag{14}$$

Следовательно, напряжение сдвига на этой поверхности определяется выражением

$$r=a,\quad \tau=\tau_a=-k+\mu\frac{\partial v}{\partial r}=-\left(k+\mu\frac{V(t)}{h}\right) \tag{15}$$

и при малых значениях толщины слоя может достичь очень большой величины.

Теперь обратимся к вопросу определения толщины слоя. На внешней границе слоя второе условие в формуле (6), согласно (13), приводит к уравнению

$$\frac{\omega(t)}{2\mu}(a+h)^2+\frac{k}{\mu}(a+h)=-C_1=\frac{aV(t)}{h}+\frac{a^2\omega(t)}{2\mu}+\frac{ak}{\mu}$$

Отсюда приходим к «неполному» кубическому уравнению, определяющему толщину слоя

$$h^3+2\left(a+\frac{k}{\omega}\right)h^2=2a\frac{\mu}{\omega}V \tag{16}$$

Если учесть условие (1) и пренебречь первым членом в левой части уравнения (16), то получим

$$h=\left(\frac{\mu V}{\omega+\frac{k}{a}}\right)^{1/2} \tag{17}$$

Напряжение сдвига на поверхности ядра определяется по формуле (15)

$$r=a,\ \tau=\tau_a=-\left[\mu\left(\omega+\frac{k}{a}\right)V\right]^{1/2}-k \tag{18}$$

Для ньютоновской жидкости ($k=0$) из (17) и (18) будем иметь

$$h=\left(\frac{\mu}{\omega}V\right)^{1/2},\quad \tau_a=-(\mu\omega V)^{1/2} \tag{19}$$

Формула (18) показывает, что в начальный момент времени при $V(0)$ отличном от нуля, существует область вязкопластического состояния. Точное решение рассматриваемой задачи при отсутствии градиента давления ($\omega=0$) подтверждает этот факт [6].

Уравнение (15) или (18), определяющие напряжение сдвига на боковой поверхности отхода, замыкают систему уравнений движения отхода в условиях вязкопластического течения. В случае жесткого цилиндрического бойка кругового сечения с площадью F и массы m, до выхода ударной волны на тыльную поверхность, эта система записывается так:

$$\begin{gathered}\rho\dot V(t)+\omega(t)=\frac{2\tau}{a},\quad \tau=-\left[\mu\left(\omega+\frac{k}{a}\right)V\right]^{1/2}-k\\ \left(m+\frac{\rho_0F}{1-b}u\right)\dot V(t)=\frac{2Fb\tau u}{a(1-b)}-\frac{\rho_0FV^2}{1-b}-Fp_s\\ \dot V=\frac{dV}{dt},\quad b=\frac{\rho_0}{\rho}\end{gathered} \tag{20}$$

где $u(t)$ — координата переднего торца бойка, ρ и ρ_0 — значения плотности материала преграды за и перед волной. Плотность отхода ρ определяется условиями на волне в момент удара и предполагается постоянной в дальнейшем, p_s — предельное давление перед ударной волной. После выхода этой волны на тыльную поверхность преграды, первое уравнение системы (20) сохраняет свой вид, а второе уравнение заменяется следующим:

$$(m+\rho_0 FH)\dot{V}=\frac{2F\tau}{a}(H-u), \quad u\leqslant H \tag{21}$$

Но теперь, конечно, напряжение так же определяется по формуле (18). В работе [2], как указывалось, принимается, что оно равно пределу прочности материала преграды.

В момент удара $t=0$, ускорение $\dot{V}_0=\dot{V}(0)$ и градиент давления $\omega_0=\omega(0)$ определяются уравнениями (20), которым в этот момент можно придать вид

$$\omega_0^2-2\omega_0\left[\frac{2\mu V_0}{a^2}-\left(\rho\dot{V}_0+\frac{2k}{a}\right)\right]-\left(\rho\dot{V}_0+\frac{2k}{a}\right)^2-\frac{4\mu k V_0}{a^3}=0$$

$$\dot{V}_0=-\frac{F}{m}\left[\frac{\rho_0 V_0^2}{1-b}+p_s\right] \tag{22}$$

Таким образом, система (20) решается при начальных условиях

$$t=0, \quad u=0, \ \dot{u}=V_0, \quad \omega=\omega_0, \quad \dot{V}=\dot{V}_0 \tag{23}$$

Рассмотрим числовой пример в системе единиц килограмм сила, метр, секунда. Пусть $m=2$, $a=0{,}1$, $V_0=2000$, $b=0{,}8$, $\rho_0=780$, $k=4\cdot 10^7$, $p_s=2k$, $\mu=2{,}25\cdot 10^{-4}$. По этим данным, в момент удара ($t=0$) для толщины слоя, приведенного числа Рейнольдса градиента давления и напряжения сдвига получим значения

$$h=1{,}71\cdot 10^{-6}, \quad \mathrm{Re}^*=0{,}08, \quad \omega_0=3{,}05\cdot 10^{11}, \quad \tau=-4{,}04\cdot 10^7 \tag{24}$$

Предполагая, что в процессе пробивания порядок этих величин существенно не изменяется, можно сделать следующие выводы. Приведенное число Рейнольдса показывает, что в уравнении (5) силами инерции можно пренебречь. Толщина слоя в миллиметрах определяется равенством

$$h=0{,}00171\,\text{мм} \tag{25}$$

Это значение толщины, по порядку величин, находится в согласии с экспериментально измеренной толщиной вязкопластического слоя [1]

$$h_{\text{экс}}=0{,}0025\,\text{мм}$$

DESTROYING SHEAR IN THE PROBLEM OF BARRIERS BREACHING

A. Y. SAGOMONIAN

ՔԱՅՔԱՅՈՂ ՍԱՀՔԸ ՊԱՏՆԵՇԻ ԾԱԿՄԱՆ ԽՆԴՐՈՒՄ

Ա. ՅԱ. ՍԱՂՈՄՈՆՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է սալքն գլանային զարկանով մեծ արագությամբ հարվածի դեպքում պատնեշի (թափոն) մի մասի դուրս մղման գործընթացը։

Թափոնի նյութի մածուցապլաստիկական մոդելի դեպքում որոշվում է սահքի լարման բացահայտ արտահայտությունը նրա կողմնային մակերևույթի վրա։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рехт Р.* Разрушающий термопластический сдвиг.—Прикладная механика (русск. перевод), 1964, №2, с. 34—39.
2. *Сагомонян А. Я.* Динамика пробивания преград.—Изд. МГУ, 1988.
3. *Фрейденталь А., Гейрингер X.* Математические теории неупругой сплошной среды.—М.: «Физматгиз», 1962.
4. *Ричардсон Э.* Динамика реальных жидкостей.—М.: Мир, 1965.
5. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя.—М.: Наука, 1969.
6. *Бахшиян Ф. А.* К вязкопластическому течению при ударе цилиндра по пластине.—Изв. АН СССР, ПММ, 1948, т. 12, в. 1, с. 47—52.

Механико-математический факультет МГУ

Поступила в редакцию
11.VII.1990