

УДК 539.3

КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ
 ПРЯМОУГОЛЬНИКА С ВЕРТИКАЛЬНЫМИ РАЗРЕЗАМИ,
 ВЫХОДЯЩИМИ НА ГРАНИЦУ

ГАЛФАЯН П. О., ПЕРСНЯН Г. Г.

Плоские контактные задачи для прямоугольника рассмотрены в работах [1—5]. В работе [5] приведена плоская контактная задача теории упругости для прямоугольника с внутренним вертикальным разрезом.

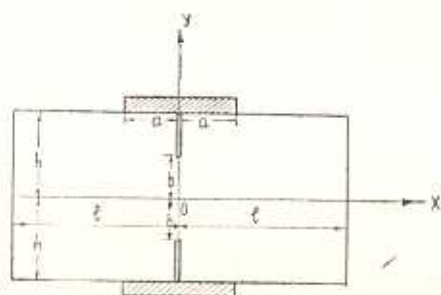
В настоящей статье рассматривается плоская контактная задача теории упругости для прямоугольника с вертикальными разрезами, выходящими на горизонтальную границу прямоугольника, когда на части горизонтальной стороны прямоугольника ($-a \leq x \leq a$) приложены симметрично расположенные жесткие гладкие штампы так, что линия разреза находится под штампами, а на остальной части тех же сторон ($-l \leq x \leq -a$, $a \leq x \leq l$) задана внешняя нагрузка. На вертикальных кромках прямоугольника $x = \pm l$ имеем касательные напряжения и нормальные перемещения. На части оси $x = 0$ ($-h \leq y \leq -b$, $b \leq y \leq h$) заданы нормальные и касательные напряжения, а на остальной части тех же сторон ($-b \leq y \leq b$) — условия симметрии.

Поставленная задача, как известно, сводится к определению бигармонической функции для прямоугольника, которая удовлетворяет граничным условиям, заданным на кромках прямоугольника и в разрезе, а также условиям симметрии вне разреза. Задача решается методом Фурье. Бигармоническая функция представлена в виде суммы двух рядов Фурье. Используя обычные формулы для напряжений и перемещений, выраженные через бигармоническую функцию и удовлетворяя граничным условиям, условиям симметрии и полного контакта, для определения неизвестных коэффициентов получается система парных рядов уравнений с ядром в виде тригонометрических функций. Эта система затем сводится к решению регулярных бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. Получены формулы для определения нормальных напряжений под штампом и вне разреза с выделенной особенностью и для перемещений вне штампа и в разрезе. Приводится численный пример.

1. Рассмотрим плоскую задачу теории упругости для прямоугольника (фиг. 1) при симметричных граничных условиях, когда на части продольных сторон прямоугольника ($-l \leq x \leq -a$, $a \leq x \leq l$) заданы внешние нагрузки, а на остальной части тех же сторон (то есть под

штампом) — нормальные перемещения и касательные напряжения. На сторонах же $x = \pm l$ заданы касательные напряжения и нормальные перемещения. На линии разреза ($-h \leq y \leq -b$, $b \leq y \leq h$) заданы нормальные и касательные напряжения, а вне разреза — условия симметрии. В частном случае, когда на поперечных сторонах $x = \pm l$ касательные напряжения и нормальные перемещения равны нулю, имеем периодическую контактную задачу для полосы с вертикальными разрезами, выходящими на границу полосы.

Решение рассматриваемой задачи ищем при помощи функции напряжений Эри, которая в случае отсутствия массовых сил удовлетворяет бигармоническому уравнению внутри прямоугольника $-l < x < l$, $-h \leq y \leq h$.



Фиг. 1

На основании симметрии контурных условий относительно осей симметрии рассматриваемого прямоугольника функцию $\Phi(x, y)$ достаточно определить только для первой четверти прямоугольника.

Граничные условия и условия симметрии поставленной задачи имеют вид:

$$\tau_{xy}(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = 0 \quad (0 < x < l) \quad (1.1)$$

$$\tau_{xy}(0, y) = 0, \quad u(0, y) = 0 \quad (0 < y < b) \quad (1.2)$$

$$\sigma_x(0, y) = f_1(y), \quad \tau_{xy}(0, y) = 0 \quad (b < y < h) \quad (1.3)$$

$$\tau_{xy}(x, h) = 0 \quad (0 < x < l) \quad (1.4)$$

$$v(x, h) = f_2(x) \quad (0 < x < a) \quad (1.5)$$

$$\sigma_y(x, h) = f_3(x) \quad (a < x < l) \quad (1.6)$$

$$\tau_{xy}(l, y) = 0 \quad (0 < y < h) \quad (1.7)$$

$$u(l, y) = f_4(y) \quad (0 < y < h) \quad (1.8)$$

Бигармоническую функцию $\Phi(x, y)$ ищем в виде

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) = & \frac{1}{2} (Ax^2 + By^2) + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \operatorname{ch} \alpha_k y + B_k \alpha_k y \operatorname{sh} \alpha_k y) \cos \alpha_k x + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} [C_k \operatorname{ch} \beta_k x + D_k \operatorname{sh} \beta_k x + \beta_k x (E_k \operatorname{ch} \beta_k x + F_k \operatorname{sh} \beta_k x)] \cos \beta_k y \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$(0 < x < l, 0 < y < h)$$

$$\alpha_k = \frac{k\pi}{l}; \quad \beta_k = \frac{k\pi}{h} \quad (1.10)$$

Удовлетворяя условиям (1.1)–(1.8) и используя формулу обращения Фурье для определения коэффициентов A_k , B_k , C_k , D_k , E_k и F_k , получим следующие соотношения:

$$A_k = -(1 + \alpha_k h \operatorname{cth} \alpha_k h) B_k; \quad E_k = -D_k \quad (1.11)$$

$$C_k = - \left(\operatorname{cth} \beta_k l + \frac{\beta_k l}{\operatorname{sh}^2 \beta_k l} \right) D_k - \frac{E a_k}{2 \beta_k} \frac{1 + \beta_k l \operatorname{cth} \beta_k l}{\operatorname{sh} \beta_k l} \quad (1.12)$$

$$F_k = \operatorname{cth} \beta_k l D_k + \frac{E a_k}{2 \beta_k} \frac{1}{\operatorname{sh} \beta_k l}; \quad a_k = \frac{2}{h} \int_0^h f_4(y) \cos \beta_k y dy \quad (1.13)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{X}_k}{k} \sin kt = \psi(t) \quad (0 < t < t_1) \quad (1.14)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \bar{X}_k \sin kt = 0 \quad (t_1 < t < \pi)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{Y}_k}{k} \sin kz = \chi(z) \quad (0 < z < z_1) \quad (1.15)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \bar{Y}_k \sin kz = 0 \quad (z_1 < z < \pi)$$

где

$$\psi(t) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{i_p X_p^* - b_p}{p} \sin pt + \frac{E}{2} \int_0^{\frac{l}{\pi} t} f_2 \left(\frac{l}{\pi} \eta \right) d\eta - \frac{h}{2} (A - B)t \quad (1.16)$$

$$\chi(z) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{v_p Y_p^* - c_p}{p} \sin pz + \frac{z}{2} \left[\frac{E a_0}{2} + l(A - B) \right] \quad (1.17)$$

$$i_p = \frac{2\alpha_p h + 1 - \exp(-2\alpha_p h)}{\operatorname{sh} 2\alpha_p h + 2\alpha_p h}; \quad v_p = \frac{2\beta_p l + 1 - \exp(-2\beta_p l)}{\operatorname{sh} 2\beta_p l + 2\beta_p l} \quad (1.18)$$

$$B_k \alpha_k \left(\operatorname{ch} \alpha_k h + \frac{\alpha_k h}{\operatorname{sh} \alpha_k h} \right) = X_k^* = \bar{X}_k + b_k \quad (1.19)$$

$$D_k \beta_k \left(\operatorname{cth} \beta_k l + \frac{\beta_k l}{\operatorname{sh}^2 \beta_k l} \right) = Y_k^* = \bar{Y}_k + c_k \quad (1.20)$$

$$t = \frac{\pi x}{l}; \quad t_1 = \frac{\pi a}{l}; \quad z = \frac{\pi y}{h}; \quad z_1 = \frac{\pi b}{h} \quad (1.21)$$

$$b_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \varphi_s(t) \sin kt dt; \quad c_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} g_s(z) \sin kz dz \quad (1.22)$$

Для решения систем парных рядов уравнений (1.14) и (1.15) используем результаты работы [9]:

$$X_k = \frac{4\sqrt{\varepsilon_1}}{\pi} \int_0^1 \left[F(k, -k; 1; \varepsilon_1 s^2) \frac{d}{dz} \int_0^z \frac{\mu \psi(z) d\mu}{\sqrt{(s^2 - \mu^2)(1 - \varepsilon_1 \mu^2)}} \right] ds + \frac{b_k}{k} \quad (1.23)$$

$$Y_k = \frac{4\sqrt{\varepsilon_2}}{\pi} \int_0^1 \left[F(k, -k; 1; \varepsilon_2 s^2) \frac{d}{ds} \int_0^s \frac{\mu \chi(\beta) d\mu}{\sqrt{(s^2 - \mu^2)(1 - \varepsilon_2 \mu^2)}} \right] ds + \frac{c_k}{k} \quad (1.24)$$

где $F(x, \beta; \gamma; z)$ — гиперболический ряд,

$$\bar{X}_k + b_k = k X_k; \quad \bar{Y}_k + c_k = k Y_k \quad (1.25)$$

$$\varepsilon_1 = \sin^2 \frac{\pi a}{2l}; \quad \varepsilon_2 = \sin^2 \frac{\pi b}{2h} \quad (1.26)$$

$$\alpha = 2 \arcsin(\sqrt{\varepsilon_1} \mu); \quad \beta = 2 \arcsin(\sqrt{\varepsilon_2} \mu) \quad (1.27)$$

Подставляя (1.16), (1.17) в выражения (1.23), (1.24), после некоторых преобразований, получаем совокупность двух бесконечных систем линейных алгебраических уравнений:

$$X_k = \sum_{p=1}^{\infty} a_{kp} X_p + \sum_{p=1}^{\infty} b_{kp} Y_p + m_k \quad (k=1, 2, \dots) \quad (1.28)$$

$$Y_k = \sum_{p=1}^{\infty} c_{kp} Y_p + \sum_{p=1}^{\infty} d_{kp} X_p + n_k$$

Здесь

$$a_{kp} = i_{\rho} R_{kp}; \quad b_{kp} = \frac{l}{h} (1 - \nu_{\rho}) \left[e_{\rho} R_{kp} - \frac{4\gamma_k}{\pi} \frac{(-1)^{\rho} p^2}{(p^2 + \gamma_k^2)^2} \right] \quad (1.29)$$

$$c_{kp} = \nu_{\rho} L_{kp}; \quad d_{kp} = \frac{h}{l} (1 - \nu_{\rho}) \left[r_{\rho} L_{kp} - \frac{4\delta_k}{\pi} \frac{(-1)^{\rho} p^2}{(p^2 + \delta_k^2)^2} \right] \quad (1.30)$$

$$m_k = \sum_{p=1}^{\infty} \varepsilon_p R_{kp} - \xi_k + M_k - \frac{q_1}{2k} z_k(\cos t_1) \quad (1.31)$$

$$n_k = \sum_{p=1}^{\infty} \eta_p L_{kp} - \eta_k + \frac{q_2}{2k} z_k(\cos z_1) \quad (1.32)$$

$$R_{kp} = \frac{4\sqrt{\varepsilon_1}}{\pi} \int_0^1 \left[F(k, -k; 1; \varepsilon_1 s^2) \frac{d}{ds} \int_0^s \frac{\mu \sin(pz) d\mu}{\sqrt{(s^2 - \mu^2)(1 - \varepsilon_1 \mu^2)}} \right] ds \quad (1.33)$$

$$L_{kp} = \frac{4\sqrt{\varepsilon_2}}{\pi} \int_0^1 \left[F(k, -k; 1; \varepsilon_2 s^2) \frac{d}{ds} \int_0^s \frac{\mu \sin(\rho^2) d\mu}{\sqrt{(s^2 - \mu^2)(1 - \varepsilon_2 \mu^2)}} \right] ds \quad (1.34)$$

$$M_k = \frac{2E\sqrt{\varepsilon_1}}{\pi} \int_0^1 \left[F(k, -k; 1; \varepsilon_1 s^2) \frac{d}{ds} \int_0^s \frac{\mu d_2(z) d\mu}{\sqrt{(s^2 - \mu^2)(1 - \varepsilon_1 \mu^2)}} \right] ds \quad (1.35)$$

$$\xi_k = \frac{2l}{\pi k} \left(\frac{Ek}{h} \gamma_{k-k} - \frac{A}{k} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\gamma} d_1(\gamma) \sin k\gamma d\gamma \right) \quad (1.36)$$

$$\gamma_{ik} = \frac{2h}{\pi k} \left(\frac{\pi E}{4h} a_k s_k - \frac{B}{k} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\gamma} d_1(\gamma) \sin k\gamma d\gamma \right) \quad (1.37)$$

$$\gamma_k = \frac{kl}{h}; \quad \delta_k = \frac{kh}{l}; \quad \tau_k = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{pa_p}{(p^2 + \gamma_k^2)^2}, \quad q_1 = h(A - \gamma B) \quad (1.38)$$

$$e_p = \frac{1 - \beta_p l \operatorname{ctch} \beta_p l}{\operatorname{sh}^2 \beta_p l}; \quad r_p = \frac{1 - \alpha_p h \operatorname{ctch} \alpha_p h}{\operatorname{sh}^2 \alpha_p h}; \quad s_p = \frac{1 + \beta_p l \operatorname{ctch} \beta_p l}{\operatorname{sh}^2 \beta_p l} \quad (1.39)$$

$$q_2 = \frac{Ea_0}{2} + l(\gamma A - B); \quad z_k(\cos t_1) = P_{k-1}(\cos t_1) - P_k(\cos t_1) \quad (1.40)$$

$$d_1(\gamma) = \int_{\frac{h}{\pi}}^{\frac{h}{\pi} \gamma} f_1\left(\frac{h}{\pi} t\right) dt; \quad d_2(\gamma) = \int_0^{\frac{l}{\pi} \gamma} f_2\left(\frac{l}{\pi} t\right) dt; \quad d_3(\gamma) = \int_l^{\frac{l}{\pi} \gamma} f_3\left(\frac{l}{\pi} t\right) dt \quad (1.41)$$

где $P_n(x)$ — полином Лежандра.

Используя обычные формулы для напряжений и перемещений, выраженные через бигармоническую функцию, получаем выражения для перемещений в разрезе и вне штампа, и нормальных напряжений — вне разреза и под штампом:

$$Eu(0, y) = -\frac{2h}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} Y_k \beta_k (1 - \mu_k) (\cos \beta_k y - \cos \beta_k b) \quad (b < y \leq h) \quad (1.42)$$

$$Ev(x, h) = \frac{2l}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} X_k \alpha_k (1 - \lambda_k) (\cos \alpha_k x - \cos \alpha_k a) + Ef_2(x) \quad (a < x \leq l) \quad (1.43)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x(0, y) = & -\frac{Q_1 \cos \frac{\pi y}{2h}}{\sqrt{\cos \frac{\pi y}{h} - \cos \frac{\pi b}{h}}} + \frac{Q_1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2h} \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k \sum_{p=1}^{\infty} G_{kp}(\varepsilon_2) \cos \frac{p\pi y}{h} + \\ & + \frac{\pi}{2h} \sum_{k=1}^{\infty} k [Ea_k s_k - 2k\bar{n}_k (1 - \mu_k) N_k] \cos \frac{k\pi y}{h} + \\ & + \frac{\pi}{l} \sum_{k=1}^{\infty} X_k k^2 (1 - \lambda_k) \left[U_k(y) - (1 - \mu_k) N_k \Theta_k \left(\frac{\pi y}{h} \right) \right] + B, \quad (0 \leq y \leq b) \end{aligned} \quad (1.44)$$

$$z_v(x, h) = - \frac{Q_2 \cos \frac{\pi x}{2l}}{\sqrt{\cos \frac{\pi x}{l} - \cos \frac{\pi a}{l}}} + \frac{Q_2}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2l} \sum_{k=1}^{\infty} \bar{\rho}_k \sum_{\mu=1}^{\infty} G_{k\mu}(\varepsilon_1) \cos \frac{\mu \pi x}{l} +$$

$$+ \frac{\pi}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \bar{m}_k k^2 (1 - \nu_k) \bar{N}_k \cos \frac{k \pi x}{l} + \frac{\pi E}{2h} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k a_k W_k(x) - \quad (1.45)$$

$$- \frac{\pi}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k k^2 (1 - \nu_k) \left[(1 - \nu_k) \bar{N}_k \Theta_k \left(\frac{\pi x}{l} \right) - (-1)^k V_k(x) \right] + A \quad (0 \leq x \leq a)$$

где

$$Q_1 = \frac{\pi \ln(1 - \varepsilon_2)}{\sqrt{2} h} \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k \bar{y}_{k1} \cos z_1; \quad Q_2 = \frac{\pi \ln(1 - \varepsilon_1)}{\sqrt{2} l} \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k \bar{y}_k (\cos t_1) \quad (1.46)$$

$$\rho_k = k^3 (1 - \nu_k) N_k \left[\nu_k Y_k + \frac{h}{l} (1 - \nu_k) r_k X_k + \gamma_k \right] \quad (1.47)$$

$$\bar{\rho}_k = k^3 (1 - \nu_k) \bar{N}_k \left[\nu_k X_k + \frac{l}{h} (1 - \nu_k) r_k Y_k + \xi_k \right] \quad (1.48)$$

$$G_{k\mu}(\varepsilon_1) = \frac{2}{p} R_{k\mu} + \bar{y}_k(\cos t_1) \bar{y}_\mu(\cos t_1) \ln(1 - \varepsilon_1) \quad (1.49)$$

$$G_{k\mu}(\varepsilon_2) = \frac{2}{p} L_{k\mu} + \bar{y}_k(\cos z_1) \bar{y}_\mu(\cos z_1) \ln(1 - \varepsilon_2) \quad (1.50)$$

$$\bar{m}_k = M_k - \xi_k + \frac{q_1}{2k} z_k(\cos t_1); \quad \bar{n}_k = \nu_k + \frac{q_2}{2k} z_k(\cos z_1) \quad (1.51)$$

$$N_k = \operatorname{ch} \beta_k l + \frac{\beta_k l}{\operatorname{sh}^2 \beta_k l}; \quad \bar{N}_k = \operatorname{cth} x_k h + \frac{a_k h}{\operatorname{sh}^2 x_k h} \quad (1.52)$$

$$U_k(y) = \frac{\operatorname{ch} x_k y}{\operatorname{sh} x_k h} - x_k h \frac{\operatorname{ch} x_k (h - y)}{\operatorname{sh}^2 x_k h} - x_k (h - y) \frac{\operatorname{sh} x_k y}{\operatorname{sh} x_k h} \quad (1.53)$$

$$V_k(x) = \frac{\operatorname{ch} \beta_k (l - x)}{\operatorname{sh} \beta_k l} - \beta_k l \frac{\operatorname{ch} \beta_k x}{\operatorname{sh}^2 \beta_k l} - \beta_k x \frac{\operatorname{sh} \beta_k (l - x)}{\operatorname{sh} \beta_k l} \quad (1.54)$$

$$W_k(x) = \frac{\operatorname{ch} \beta_k x}{\operatorname{sh} \beta_k l} - \beta_k l \frac{\operatorname{ch} \beta_k (l - x)}{\operatorname{sh}^2 \beta_k l} - \beta_k (l - x) \frac{\operatorname{sh} \beta_k x}{\operatorname{sh} \beta_k l} \quad (1.55)$$

$$\Theta_k \left(\frac{\pi y}{h} \right) = \frac{(1 - a_k h \operatorname{cth} x_k h) \operatorname{ch} x_k y + a_k y \operatorname{sh} x_k y}{\operatorname{sh} x_k h} \quad (1.56)$$

$$\Theta_k \left(\frac{\pi x}{l} \right) = \frac{(1 - \beta_k l \operatorname{cth} \beta_k l) \operatorname{ch} \beta_k x + \beta_k x \operatorname{sh} \beta_k x}{\operatorname{sh} \beta_k l} \quad (1.57)$$

$$\bar{y}_k(\cos t_1) = P_{k-1}(\cos t_1) + P_k(\cos t_1) \quad (1.58)$$

2. Рассмотрим численный пример, когда

$$f_2(x) = -\delta, \quad f_1(y) = f_3(x) = f_4(y) = 0$$

В этом случае по формулам (1.44), (1.45), (1.42), (1.43) вычислены нормальные напряжения над штампом и вне разреза, а также перемещения вне штампа и в разрезе в зависимости от $\lambda = \frac{a}{l}$, $\mu = \frac{b}{h}$, $\nu = 0,3$, $h = a$.

Результаты вычислений приведены в табл. (1—2).

Таблица 1

$$\frac{1}{\delta} u(0, y)$$

λ	$\frac{y/b}{\mu}$	1	$1 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)$	$1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)$	$1 + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)$	$\frac{1}{\mu}$
0,25	0,25	0,0000	-0,0003	-0,0319	-0,0126	-0,0155
	0,50	0,0000	-0,0196	-0,0321	-0,0440	-0,0411
	0,90	0,0000	-1,1485	-0,6981	-0,1398	-1,3657
0,50	0,25	0,0000	-0,0668	-0,0094	0,0201	0,0311
	0,50	0,0000	-0,0030	0,1130	0,1968	0,2139
	0,90	0,0000	0,6666	0,2763	-0,0529	0,6502
0,90	0,25	0,0000	-0,4565	-0,4078	-0,4525	-0,4846
	0,50	0,0000	-0,2269	-0,2097	-0,2227	-0,2195
	0,90	0,0000	0,9594	0,3803	-0,0994	0,8840

Таблица 2

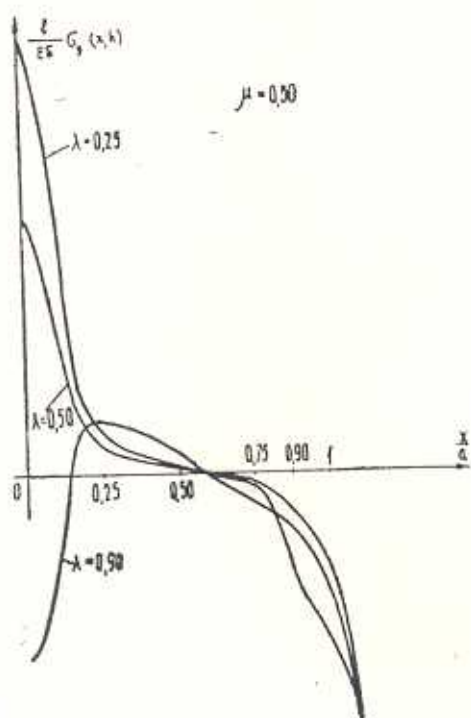
$$\frac{1}{\delta} v(x, h)$$

μ	$\frac{x/a}{\lambda}$	1	$1 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right)$	$1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right)$	$1 + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right)$	$\frac{1}{\lambda}$
0,25	0,25	-1,0000	-1,4634	-0,2712	0,7034	1,0724
	0,50	-1,0000	-0,6486	1,6024	3,1777	3,7376
	0,90	-1,0000	22,1014	9,0928	-2,2787	22,1025
0,50	0,25	-1,0000	-1,4633	-0,2712	0,7057	1,0718
	0,50	-1,0000	-0,6564	1,5850	3,1535	3,7092
	0,90	-1,0000	21,1043	8,4511	-2,4356	20,8882
0,90	0,25	-1,0000	-1,4516	-0,2303	0,7134	1,0771
	0,50	-1,0000	-0,6679	1,5605	3,1212	3,6775
	0,90	-1,0000	20,9949	8,4405	-2,3771	20,8064

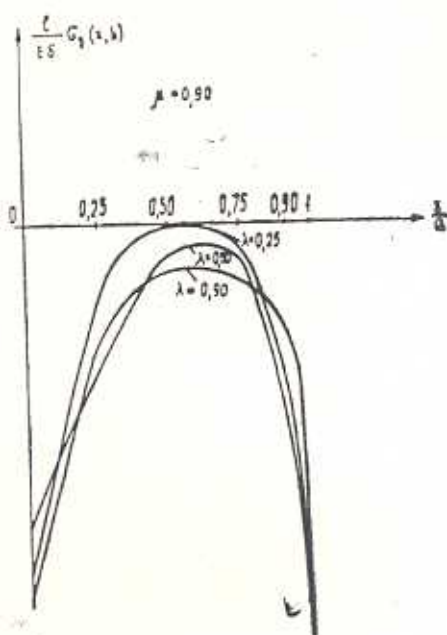
Для наглядного представления закона распределения напряжения и перемещения построены графики, которые приведены на фиг. (2—5).

Как показывают вычисления (табл. 1—2) и построенные графики

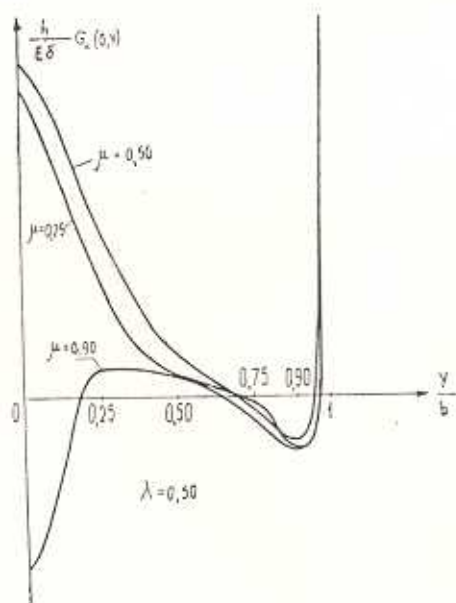
(Фиг. 2–5), закон распределения $\sigma_y(x, h)$ качественно совпадает с законом распределения соответствующего напряжения для полосы



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

без разрывов, когда $\mu > 0.5$, а при $\mu \leq 0.5$ — качественно отличается. Перемещения $u(0, y)$ в случае $\lambda < 0.5$ при любом μ отрицательные, то