ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա 42, № 5, 1989 Механика

УДК 539.3; 534.21

ВОЛНЫ ЛЯВА В МАГНИТОСТРИКЦИОННЫХ СРЕДАХ

БАГДАСАРЯН Г. Е., ДАНОЯН З. Н., САНОЯН Л. А.

1. Рассмотрим диэлектрический изотропный упругий слой постоянной толщины h с модулем сдвига μ_1 и плотностью ρ_1, лежащий на упругом изотропном диэлектрическом магнитострикционном полупространстве с параметрами μ_1 и ρ_2. Направим ось x_1 декартовой системы координат $x_1x_2x_3$ вдоль границы раздела, а ось x_2—в глубь полупространства.
Предполагается, что область $x_2<-h$ является вакуумом, а граница слоя $x_2=-h$ свободна от внешней нагрузки. Рассматриваемая магнитоупругая система находится во внешнем постоянном магнитном поле с вектором напряженности $\vec{H}_0(0, 0, H_0)$.

Используя результаты работ [1—6] и предполагая, что слой и полупространство находятся в условиях антиплоской деформации, в квазистатическом приближении получим следующие уравнения и поверхностные условия, описывающие поведение магнитоупругих возмущений в рассматриваемой слоистой среде.

Уравнения в области полупространства $(x_2>0)$:

$$\mu_2 \Delta u_3^{(2)} + \beta_{15}\Delta\varphi = \rho_2 \frac{\partial^2 u_3^{(2)}}{\partial t^2}, \quad \beta_{15}\Delta_3^{(2)} - \mu_0\mu_r\Delta\varphi = 0 \tag{1.1}$$

Уравнение в области слоя $(-h<x_2<0)$:

$$\mu_1\Delta u_3^{(1)} = \rho_1 \frac{\partial^2 u_3^{(1)}}{\partial t^2} \tag{1.2}$$

Уравнение в области $x_2<0$ (магнитная проницаемость материала слоя считается равной единице):

$$\Delta\varphi^{(e)} = 0 \tag{1.3}$$

Условия на поверхности раздела $(x_2=0)$:

$$\mu_1 \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2} = \mu_2 \frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial x_2} + \beta_{15}\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}, \quad u_3^{(1)} = u_3^{(2)}$$

$$\beta_{15}\frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial x_2} - \mu_0\mu_r\frac{\partial\varphi}{\partial x_2} = -\mu_0\frac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial x_2}, \quad \varphi = \varphi^{(e)} \tag{1.4}$$

Условие на свободной поверхности слоя ($x_2 = -h$):

$$\frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2} = 0. \tag{1.5}$$

В (1.1) — (1.5) $u_3^{(1)}$ и $u_3^{(2)}$ — перемещения частиц по направлению оси x_3 в слое и в полупространстве, соответственно, $\beta_{15} = \frac{e_1 - e_2}{2} H_0^2$, e_1 и e_2 — магнитострикционные постоянные, μ_r — магнитная проницаемость материала полупространства, φ и $\varphi^{(e)}$ — потенциалы магнитного поля в областях $x_2 > 0$ и $x_2 < 0$ соответственно, Δ — двумерный оператор Лапласа в плоскости $x_1 x_2$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/A^2$ — магнитная постоянная.

Если материал слоя является идеальным проводником, то вместо (1.4) получаются следующие поверхностные условия при $x_2 = 0$:

$$\mu_2 \frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial x_2} + \beta_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} = \mu_1 \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2}, \quad \beta_{15} \frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial x_2} - \mu_0 \mu_r \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} = 0, \quad u_3^{(1)} = u_3^{(2)} \tag{1.6}$$

Кроме условий (1.4), (1.5) или (1.6), должны удовлетворяться также условия затухания возмущений на бесконечности.

2. Рассмотрим задачу (1.1) — (1.5), описывающую распространение модифицированной магнитоупругой волны Лява в случае диэлектрического слоя.

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что следующие функции являются решениями уравнений (1.1) — (1.3):

$$u_3^{(2)} = A_1 \exp(-\alpha x_2) \exp(i(kx_1 - \omega t)), \quad \varphi^{(e)} = A_2 \exp(kx_2) \exp(i(kx_1 - \omega t))$$

$$\varphi = \left(\frac{\beta_{15}}{\mu_0 \mu_r} \exp(-\alpha x_2) + \varphi_0 \exp(-kx_2) \right) \exp(i(kx_1 - \omega t)) \tag{2.1}$$

$$u_3^{(1)} = \exp(i(kx_1 - \omega t)) \times \begin{cases} B_1 \exp(\alpha_1 x_2) + B_2 \exp(-\alpha_1 x_2) & \text{при } v < v_c \\ c_1 \cos \alpha_2 x_2 + c_2 \sin \alpha_2 x_2 & \text{при } v > v_c \end{cases}$$

где $A_1, A_2, B_1, B_2, c_1, c_2$ и φ_0 — произволные постоянные,

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad v_c^2 = \frac{\mu_1}{\rho_1}, \quad \alpha = k\left(1 - \frac{v^2}{s^2}\right)^{1/2}$$

$$s = v_n \sqrt{1 + \chi^2}, \quad v_n^2 = \frac{\mu_2}{\rho_2}, \quad \chi^2 = \beta_{15}^2 (\mu_0 \mu_r \mu_2)^{-1} \tag{2.2}$$

$$\alpha_1 = k\left(1 - \frac{v^2}{v_c^2}\right)^{1/2}, \quad \alpha_2 = k\left(\frac{v^2}{v_c^2} - 1\right)^{1/2}$$

В (2.2) v — фазовая скорость рассматриваемой магнитоупругой волны, k — волновое число, ω — частота колебаний, v_c и v_n — соответственно скорости объемных чисто упругих сдвиговых волн в слое и в полупространстве, s — скорость объемных магнитоуругих сдвиговых волн в магнитострикционной среде.

Решение (2.1) соответствует магнитоупругой волне Лява, затухающей внутри полупространства, если $\alpha > 0$, то есть скорость этой волны должна удовлетворять условию

$$v < v_n \sqrt{1+\varkappa^2} \tag{2.3}$$

Удовлетворяя поверхностным условиям (1.4) и (1.5), для определения произвольных постоянных получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений. Из условия совместности этой системы, в зависимости от отношений между v и v_c, получим следующие характеристические уравнения для определения скорости магнитоупругой волны Лява:

при $v > v_c$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 h + \frac{\mu_2}{\mu_1 \alpha_2} \left[\frac{\varkappa^2 k}{\mu_r + 1} - (1 + \varkappa^2) \alpha \right] = 0 \tag{2.4}$$

при $v < v_c$

$$\operatorname{th} \alpha_1 h + \frac{\mu_2}{\mu_1 \alpha_1} \left[(1 + \varkappa^2) \alpha - \frac{k \varkappa^2}{\mu_r + 1} \right] = 0 \tag{2.5}$$

Рассматривая уравнения (2.4) и (2.5), можно сделать следующие выводы: а) возможность возбуждения волн Лява с фазовой скоростью, меньшей скорости объемных сдвиговых волн в слое ($v < v_c$), обусловлена исключительно учетом магнитострикционного эффекта, б) этим же эффектом обусловлена также возможность существования волны Лява со скоростью, большей скорости объемных сдвиговых волн в подложке ($v > v_n$), в) фазовая скорость модифицированной магнитоупругой волны Лява зависит от частоты колебаний и поэтому для этих волн, как и для чисто упругих волн Лява, имеет место дисперсия.

При отсутствии слоя ($h = 0$) рассматриваемая задача, если она имеет нетривиальное решение, описывает распространение сдвиговой поверхностной магнитоупругой волны в магнитострикционном полупространстве со свободной границей. Эта задача в иной постановке решена в работах [7, 8], где показано, что благодаря магнитострикции в полупространстве существует сдвиговая поверхностная магнитоупругая волна. Этот результат непосредственно следует также из (2.4) при $h = 0$, причем в силу (2.2), для определения фазовой скорости поверхностной волны получается следующая формула:

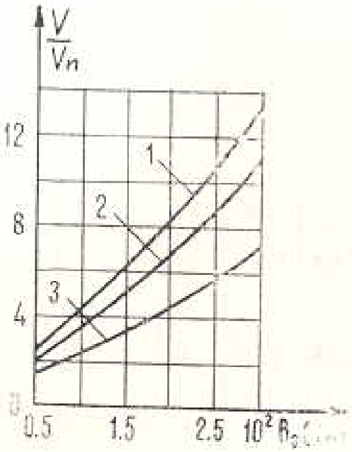
$$v = v_n \sqrt{1+\varkappa^2} \left[1 - \frac{\varkappa^4}{(\mu_r + 1)^2 (1 + \varkappa^2)^2} \right]^{1/2} \tag{2.6}$$

показывающая, что условие (2.3) существования поверхностной волны выполняется. Из (2.6) видно, что волна распространяется без дисперсии.

Из (2.4) при $h = 0$ легко получить формулу, определяющую глубину проникания $\gamma = \alpha^{-1}$ поверхностной волны в полупространство

$$\gamma = \frac{(\mu_r + 1)(1 + \varkappa^2)}{k \varkappa^2} \tag{2.7}$$

Формула (2.7) показывает, что глубина проникания пропорциональна длине волны $\lambda = 2\pi/k$ и уменьшается с увеличением напряженности внешнего (поляризующего) магнитного поля. Следовательно, ощутимая локализация волны у поверхности среды происходит в случае коротких волн, и это явление усиливается с увеличением интенсивности магнитного поля.



Фиг. 1.

Зависимость фазовой скорости поверхностной волны от величины магнитной индукции $B_0 = \mu_0 H_0$ для различных магнитострикционных материалов, у которых $e_2 \approx -0{,}5\, e_1$, показана на фиг. 1 (построенном на основе (2.6)). Кривая 1 на этой фигуре соответствует материалу феррит Ф–107, у которого $\mu_2 = 0{,}66 \cdot 10^{11}$ Н/м^2, $\mu_r = 30$, $e_1 = 1{,}18$ Н/А^2, кривая 2 — материалу ферроскуб 7А2 ($\mu_2 = 0{,}63 \cdot 10^{11}$ Н/м^2, $\mu_r = 20$, $e_1 = 0{,}68$ Н/А^2), кривая 3 — материалу Никель НП2Т ($\mu_2 = 0{,}84 \cdot 10^{11}$ Н/м^2, $\mu_r = 35$, $e_1 = 0{,}69$ Н/А^2). Приведенные кривые показывают что при магнитной индукции порядка 0,03 Тл в полупространстве, можно возбудить поверхностную волну, скорость которой на порядок выше скорости чисто упругих объемных сдвиговых волн для соответствующих материалов.

3. Рассмотрим задачу (1.1), (1.2), (1.5) и (1.6), описывающую распространение магнитоупругой волны Лява в случае идеально проводящего слоя. Эту задачу, путем исключения функции φ, можно свести к решению уравнения

$$\mu_2 (1 + \varkappa^2) \Delta u_3^{(2)} = \rho_2 \frac{\partial^2 u_3^{(2)}}{\partial t^2} \tag{3.1}$$

в области полупространства $(x_2 > 0)$ и уравнения

$$\mu_1 \Delta u_3^{(1)} = \rho_1 \frac{\partial^2 u_3^{(1)}}{\partial t^2} \tag{3.2}$$

в области слоя $(-h < x_2 < 0)$ при следующих поверхностных условиях:

$$\frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2}=0 \quad \text{при} \quad x_2=-h \tag{3.3}$$

$$\mu_2(1+\varkappa^2)\frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial x_2}=\mu_1\frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2}, \quad u_3^{(1)}=u_3^{(2)} \text{ при } \quad x_2=0$$

Рассматривая (3.1)—(3.3), легко заметить, что задача о магнитоупругих волнах Лява в случае идеально проводящего слоя сведена к чисто упругой классической задаче волн Лява лишь с той разницей, что модуль сдвига μ_2 материала полупространства нужно заменить величиной $\mu_2(1+\varkappa^2)$. Следовательно, используя известные результаты о чисто упругих волнах Лява [9], заключаем, что магнитоупругие волны Лява в рассматриваемом случае существуют при

$$v_c<v<v_n\sqrt{1+\varkappa^2} \tag{3.4}$$

а их скорость распространения v определяется из решения следующего характеристического уравнения:

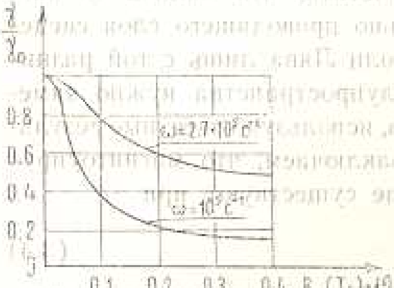
$$\operatorname{tg}\left(kh\sqrt{\frac{v^2}{v_c^2}-1}\right)=\frac{\mu_2(1+\varkappa^2)}{\mu_1}\left[1-\frac{v^2}{v_n^2(1+\varkappa^2)}\right]^{1/2}\left(\frac{v^2}{v_c^2}-1\right)^{-1/2} \tag{3.5}$$

Обсудим предельный случай, когда $h\to 0$, то есть рассмотрим случай, когда поверхность магнитострикционного полупространства покрыта тонким идеально проводящим слоем (металлизированная поверхность) такой малой толщины, что вносимой слоем поправкой изменения упругих свойств системы можно пренебречь. Тогда, как видно из (3.1) и (3.3), рассматриваемая задача сводится к решению уравнения (3.1) с граничным условием $\partial u_2^{(3)}/\partial x_2=0$ при $x_2=0$. А эта задача имеет только нулевое решение ($u_3^{(2)}=0$), означающее невозможность возбуждения сдвиговой поверхностной волны.

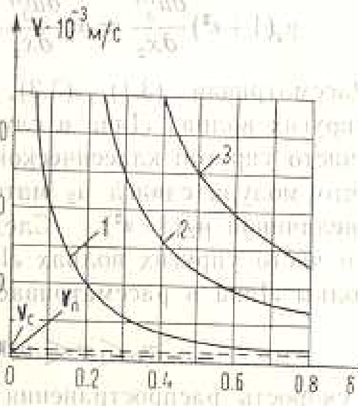
Таким образом: 1) если поверхность магнитострикционного полупространства свободна, то в ней можно возбудить сдвиговую поверхностную волну (обусловленную магнитострикционным эффектом) с достаточно высокой скоростью распространения (за счет внешнего магнитного поля); 2) если же поверхность полупространства металлизирована, то в ней, независимо от величины напряженности магнитного поля, не могут существовать сдвиговые поверхностные волны.

Вернемся к случаю $h\neq 0$ и произведем вычисления по уравнению (3.5) для слоя из дюралюминия и полупространства из феррита Ф-107 при $h=0{,}1$ м. Результаты подсчета приведены на фиг. 2, который иллюстрирует зависимость глубины проникания $\gamma=\alpha^{-1}$ волны Лява в полупространство от напряженности магнитного поля при различных частотах колебаний. Здесь γ_0—глубина проникания в отсутствие магнитного поля. Фиг. 2 показывает, что присутствие магнитного поля существенно уменьшает глубину проникания, и это влияние магнитного поля усиливается с уменьшением частоты колебаний.

На фиг. 3 показана зависимость фазовой скорости магнитоупругой волны Лява от безразмерной толщины слоя $\delta = h/\lambda$ (λ — длина волны) для первых трех форм колебаний. Расчеты произведены на основе уравнения (3.5) в случае слоя из дюралюминия и полупростран-



Фиг. 2



Фиг. 3.

ства из никеля НП2Т при $B_0 = 10^{-2}$ Тл. Отметим, что для выбранного сочетания материалов слоя и полупространства чисто упругие ($H_0 = 0$) волны Лява не могут распространяться ($v_c > v_n$). Из фиг. 3 видно, что с уменьшением длины волны ее скорость уменьшается, оставаясь больше, чем скорости чисто упругих сдвиговых объемных волн в материалах слоя и полупространства.

LOVE WAVES IN MAGNETOSTRICTION MEDIA

G. E. BAGDASARIAN, Z. N. DANOYAN, L. A. SANOYAN

ԼՅԱՎԻ ԱԼԻՔՆԵՐԸ ՄԱԳՆԻՍԱՍՏՐԻԿՑԻՈՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ

Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Զ. Ն. ԴԱՆՈՅԱՆ, Լ. Ա. ՍԱՆՈՅԱՆ

Ամփոփում

Դիտարկված է շերտավոր համակարգ, բաղկացած մագնիսաստրիկցիոն կիսատարածությունից և առաձգական դիէլեկտրիկ շերտից։ Ցույց է տրված, որ մագնիսաստրիկցիոն էֆեկտի հաշվառմամբ հնարավոր է առաջացնել մակերևութային ալիքներ։ Այն դեպքում, երբ շերտը իդեալական հաղորդիչ է, դիտարկվող խնդիրը բերվում է Լյավի ալիքային դասական առաձգական խնդրին։ Կիսատարածության մետաղացված մակերևույթի դեպքում մակերևութային ալիքների գրգռումը անհնար է։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред.—М.: Наука, 1982, 624 с.

2. *Власов К. Б.* Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред.—Изв. АН СССР, сер. физическая, 1957, т. *21*, № 8, с. 1140—1148.

3. *Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В.* Спиновые волны.—М.: Наука, 1967. 368 с.

4. Brown W. F. Theory of magnetoelastic effects in ferromagnetism. Journ. of Appl. Phys., vol. 36, 1965.

5. *Новожилов В. В.* Основы нелинейной теории упругости.—М.: Гостехиздат, 1948. 212 с.

6. *Bagdasarian G. E., Danoyan Z. N., Sanoyan L. A.* Magnetoelastic waves in piezomagnetic media. — Electromagnetomechanical interactions in deformable solids and structures. Proceedings of the IUTAM Symposium, 1986, Tokyo, Japan, North-Holland, 1987, p.p. 323—328.

7. *Parekh J. P.* Magnetoelastic surface wave in ferrites. — Electron. Lett., vol. 5, № 14 1969, pp. 322—323.

8. *Parekh J. P.* Propagation characteristics of magnetoelastic surface wave. Electronics Letters, vol. 5, № 21, 1969, pp. 540—541.

9. *Новацкий В.* Теория упругости.—М.: Мир, 1975. 872 с.

Ереванский государственный университет
Институт механики АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
9.III.1989