ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա 42 № 4, 1989 Механика

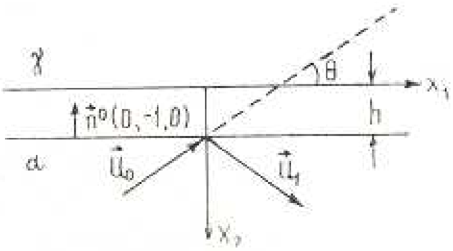
УДК 539.3; 534.21

ТОННЕЛИРОВАНИЕ СДВИГОВЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ЗАЗОР МЕЖДУ ДВУМЯ МАГНИТОСТРИКЦИОННЫМИ ПОЛУПРОСТРАНСТВАМИ

БАГДАСАРЯН Г. Е., ДАНОЯН З. Н., САНОЯН Л. А.

С использованием уравнений и граничных условий магнитоупругости ферромагнитных сред установлена возможность просачивания сдвиговой магнитоупругой волны через зазор между двумя магнитострикционными полупространствами, обусловленная магнитострикционным эффектом. В частности, рассмотрен вопрос отражения сдвиговой волны от свободной поверхности полупространства. Показано, что благодаря магнитострикционным свойствам среды в ней возникают поверхностные колебания.

1. Пусть магнитострикционная среда, занимающая полупространство $x_2 > h$, граничит с вакуумным полупространством $x_2 < h$. Величины, отнесенные к области $x_2 > h$, будем отмечать индексом α, отнесенные к области $x_2 < h$ —индексом γ.



Фиг. 1.

Допустим также, что напряженность начального магнитного поля направлена по оси $ox_3: \vec{H_0} = \vec{H_0}(0, 0, H_0)$. Учитывая это, а также однородность магнитного поля и его непрерывность на границе, заключаем, что магнитные объемные и поверхностные силы невозмущенного состояния равны нулю. Следовательно, упругие напряжения невозмущенного состояния также равны нулю.

Принимая во внимание изложенное и результаты работ [1—4], исследования магнитоупругих возмущений в случае антиплоской задачи приводим к решению уравнений

$$\mu\Delta u^{(\alpha)} + \beta_{15}\Delta\varphi^{(\alpha)} = \rho\frac{\partial^2 u^{(\alpha)}}{\partial t^2}$$
$$\beta_{15}\Delta u^{(\alpha)} - \mu_0\mu_r\Delta\varphi^{(\alpha)} = 0 \qquad \text{при} \quad x_2 > h \tag{1.1}$$
и
$$\Delta\varphi^{(\gamma)} = 0 \quad \text{при } x_2 < h \tag{1.2}$$
с условиями на поверхности $x_2 = h$
$$\mu\frac{\partial u^{(\alpha)}}{\partial x_2} + \beta_{15}\frac{\partial\varphi^{(\alpha)}}{\partial x_2} = 0$$
$$\beta_{15}\frac{\partial u^{(\alpha)}}{\partial x_2} - \mu_0\mu_r\frac{\partial\varphi^{(\alpha)}}{\partial x_2} = -\mu_0\frac{\partial\varphi^{(\gamma)}}{\partial x_2}, \quad \varphi^{(\alpha)} = \varphi^{(\gamma)} \tag{1.3}$$

Здесь $u^{(\alpha)}$ — упругое смещение в направлении оси ox_3; $\varphi^{(\alpha)}$, $\varphi^{(\gamma)}$ — магнитные потенциалы в среде и вакууме; μ — постоянная Ляме; β_{15} — магнитострикционный коэффициент; ρ — плотность; μ_r — магнитная проницаемость материала; $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}H/A^2$.

Решение задачи (1.1)—(1.3) будем искать в виде сдвиговой волны в среде
$$u = U\exp(i(px_2 + qx_1 - \omega t))$$
$$\varphi = \Phi\exp(i(px_2 + qx_1 - \omega t)) \quad \text{при } x_2 > h \tag{1.4}$$
и магнитных колебаний в вакууме
$$\varphi = \Phi\exp(i(px_2 + qx_1 - \omega t)) \quad \text{при} \quad x_2 < h \tag{1.5}$$
уде p — неизвестный параметр, q — действительная величина, ω — частота колебаний.

Подставляя (1.4) в (1.1), приходим к дисперсионному уравнению
$$(q^2 + p^2)(q^2 + p^2 - \omega^2/s^2) = 0 \tag{1.6}$$
с корнями
$$p_{1,2} = \pm(\omega^2/s^2 - q^2)^{1/2} = \pm p_0, (p_0 > 0), \quad p_{3,4} = \pm iq \tag{1.7}$$
($s = [\mu(1 + r^2)/\rho]^{1/2}$ — скорость поперечной объемной магнитоупругой волны; $r^2 = \beta_{15}^2/\mu_0\mu_r\mu$), причем $p_1 = -p_0$ соответствует падающей волне, $p_2 = p_0$ — отраженной волне, $p_3 = iq$ — колебаниям, локализованным у поверхности среды и называемым сопутствующими поверхностными магнитоупругими колебаниями (СПМК). Корень $p_4 = -iq$ соответствует решению, растущему в глубь среды, и он поэтому отбрасывается.

Подставляя (1.5) в (1.2), получим значения параметра p для вакуума
$$p_{1,2} = \pm iq \tag{1.8}$$
$p_2 = -iq$ отбрасывается, так как соответствующее решение растет при $x_2 \to -\infty$.

Полное решение (1.1) и (1.2) получим в следующем виде:

$$u^{(a)}=U_0\exp(i(-p_0x_2+qx_1-\omega t))+U_1\exp(i(p_0x_2+qx_1-\omega t))$$

$$\varphi^{(a)}=\frac{\beta_{15}}{\mu_0\mu_r}u^{(a)}+\Phi^{(a)}\exp(-qx_2+i(qx_1-\omega t)) \tag{1.9}$$

$$\varphi^{(i)}=\Phi^{(i)}\exp(qx_2+i(qx_1-\omega t))$$

где U_0, U_1 — амплитуды смещений падающей и отраженной волн соответственно, $\Phi^{(a)}$, $\Phi^{(i)}$ — амплитуды потенциалов СПМК и магнитного поля в вакууме.

Отметим, что СПМК не являются собственными колебаниями системы, а могут возникать только в присутствии падающей волны и при наличии магнитострикционного эффекта. Как видно из (1.9), в рассматриваемом случае СПМК являются чисто магнитными.

Неизвестные амплитуды U_1, $\Phi^{(a)}$, $\Phi^{(i)}$ определяются удовлетворением граничных условий (1.3) решением (1.9). В результате, приходим к системе из трех неоднородных уравнений, решая которую, находим

$$U_1=\frac{(1+\mu_r)\mathrm{tg}\Theta+i\bar{r}^2}{(1+\mu_r)\mathrm{tg}\Theta-i\bar{r}^2}U_0\exp(-2ip_0h);\qquad \bar{r}^2=\frac{r^2}{1+r^2}$$

$$\Phi^{(a)}=-\frac{2\beta_{15}\mathrm{tg}\Theta}{\mu_0\mu_r[(1+\mu_r)\mathrm{tg}\Theta-i\bar{r}^2]}U_0\exp(-ip_0h)\exp(qh)=$$

$$=\Phi'^{(a)}\exp(-ip_0h)\exp(qh) \tag{1.10}$$

$$\Phi^{(i)}=\frac{2\beta_{15}\mathrm{tg}\Theta}{\mu_0[(1+\mu_r)\mathrm{tg}\Theta-i\bar{r}^2]}U_0\exp(-ip_0h)\exp(-qh)=-\mu_r\Phi^{(a)}$$

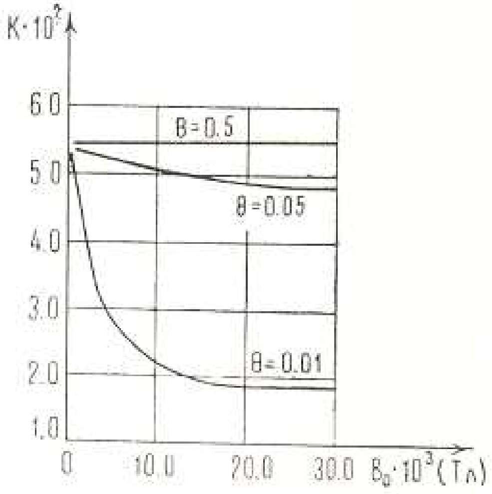
Здесь Θ — угол падения, введенный посредством $q=k\sin\Theta$, $p_0=k\cos\Theta$, где k — волновое число.

Из (1.10) следует, что СПМК существуют при любом угле падения, за исключением $\Theta=0$ (при скольжении волны параллельно границе коэффициент отражения $R=U_1/U_0=-1$). Отметим также, что при любом Θ выполняется $\left|\frac{\varphi_{\text{СПМК}}}{\varphi_{\text{ПВ}}}\right|_{x_2=h}=\left|\frac{\Phi'^{(a)}}{\frac{\beta_{15}}{\mu_0\mu_r}U_0}\right|\leqslant 1$

($\varphi_{\text{СПМК}}$, $\varphi_{\text{ПВ}}$ — потенциалы СПМК и падающей волны), то есть для рассматриваемого случая в магнитострикционных средах усиления магнитного поля вблизи поверхности, вследствие возникновения СПМК, не происходит. Сказанное проиллюстрировано на фиг. 2, где приведена зависимость показателя усиления $K=\left|\frac{\varphi_{\text{СПМК}}}{\varphi_{\text{ПВ}}}\right|_{x_2=h}$ от напряженности магнитного поля для различных значений угла падения Θ. Для расчетов приняты: $\mu=0{,}84\cdot10^{11}\text{Н}/\text{м}^2$, $\mu_r=35$, $e_1=0{,}69\text{Н}/\text{А}^2$, $e_2=-0{,}5e_1$, $\rho=8{,}9\cdot10^3\,\text{кг}/\text{м}^3$ (никель НП2Т)

Из фигуре видно также, что, начиная с некоторого Θ, коэффициент усиления не зависит от величины напряженности магнитного поля.

Как известно, сопутствующие поверхностные колебания наблюдаются также у пьезоэлектрических и пьезомагнитных материалов [5, 6]. Но в отличие от рассматриваемого случая, у некоторых кристаллов определенной магнитной структуры ($6, \bar{6}, 6/m$) поле вблизи поверхности может существенно превосходить поле в объеме [5, 6].



Фиг. 2.

2. Используя полученные в пункте 1 результаты, рассмотрим задачу просачивания чисто сдвиговой магнитоупругой объемной волны через вакуумный зазор между двумя одинаковыми магнитострикционными полупространствами.

Сохраняя условия предыдущей задачи, на расстоянии $2h$ от поверхности среды $x_2 = h$ поместим такую же среду, занимающую полупространство $x_2 < -h$. Величины, отнесенные к области $x_2 > h$, будем отмечать индексом α, отнесенные к щели $-h < x_2 < h$ —индексом γ, отнесенные к области $x_2 < -h$ —индексом β.

Как выяснилось выше, в результате распространения в среде $x_2 > h$ магнитоупругой волны, в вакууме, граничащей со средой, образуется возмущенное магнитное поле. При наличии второй среды в ней также возникает переменное магнитное поле, а вследствие магнитострикционных свойств этой среды, и упругие деформации. Таким образом, может происходить просачивание магнитоупругой волны через вакуумную щель из одной среды в другую.

Магнитоупругие волновые процессы во второй среде $(x_2 < -h)$ описываются уравнениями (2.1) и граничными условиями (2.3) лишь заменой индекса α индексом β. Возмущения этой среды, возникающие при просачивании, будем искать в виде сдвиговой преломленной объемной волны

$$u^{(3)} = U_2 \exp(i(-p_0 x_2 + q x_1 - \omega t))$$

$$\varphi^{(3)} = \frac{\beta_{15}}{\mu_0 \mu_r} u^{(3)} + \Phi^{(3)} \exp(q x_2 + i(q x_1 - \omega t)) \tag{2.1}$$

где U_2 — амплитуда смещения преломленной волны, $\Phi^{(3)}$ — амплитуда потенциала чисто магнитных СПМК. Преломленная волна распространяется под тем же углом Θ, что и падающая.

Используя решения (1.4) для $x_2 > h$, решение (2.1) для $x_2 < -h$ и решение (1.5) для вакуума ($-h < x_2 < h$) и удовлетворяя уравнениям (1.1), (1.2) и граничным условиям (1.3) с соответствующими индексами, определяем все искомые величины, выраженные через U_0, ρ_0, ω. В результате получаем

$$u^{(1)} = U_0[\exp(-ip_0 x_2) + R\exp(ip_0(x_2 - 2h))]\exp(i(qx_1 - \omega t))$$

$$\varphi^{(1)} = U_0 \frac{\beta_{15}}{\mu_0 \mu_r} \Big[\exp(-ip_0 x_2) + R\exp(ip_0(x_2 - 2h)) + \frac{i(R-1)\operatorname{tg}\Theta}{\bar{r}^2} \exp(-ip_0 h)\exp(q(h - x_2)) \Big] \exp(i(qx_1 - \omega t))$$

$$\varphi^{(2)} = U_0 \frac{\beta_{15}\exp(-ip_0 h)\operatorname{tg}\Theta}{2\mu_0 \bar{r}^2} \Big[\frac{1-R-T}{\operatorname{sh}\varkappa} \operatorname{ch}(qx_2) + \frac{1-R+T}{\operatorname{ch}\varkappa} \times \operatorname{sh}(qx_2) \Big] \exp(i(qx_1 - \omega t)) \tag{2.2}$$

$$u^{(3)} = U_0 T \exp(-ip_0(2h + x_2))\exp(i(qx_1 - \omega t))$$

$$\varphi^{(3)} = U_0 \frac{\beta_{15} T}{\mu_0 \mu_r} \Big[\exp(-ip_0(2h + x_2)) + \frac{i\operatorname{tg}\Theta}{\bar{r}^2} \exp(-ip_0 h)\exp(q(h + x_2)) \Big] \times \exp(i(qx_1 - \omega t))$$

где

$$\varkappa = qh, \quad R = \frac{U_1}{U_0} \exp(2ip_0 h) = -\frac{\operatorname{tg}^2\Theta + \lambda_1\lambda_2}{(\operatorname{tg}\Theta - i\lambda_1)(\operatorname{tg}\Theta - i\lambda_2)} \tag{2.3}$$

— коэффициент отражения,

$$T = \frac{U_2}{U_0} e^{2ip_0 h} = -\frac{[(\operatorname{tg}\Theta + i\bar{r}^2) - (\operatorname{tg}\Theta - i\bar{r}^2)R](1 - \operatorname{th}^2\varkappa)}{\operatorname{tg}\Theta[2\mu_r \operatorname{th}\varkappa + (1 + \operatorname{th}^2\varkappa)] - i\bar{r}^2(1 + \operatorname{th}^2\varkappa)} \tag{2.4}$$

— коэффциент преломления магнитоупругой волны;

$$\lambda_1 = \frac{\bar{r}^2}{1 + \mu_r \operatorname{tg}\varkappa}, \quad \lambda_2 = \frac{\bar{r}^2 \operatorname{th}\varkappa}{\mu_r + \operatorname{th}\varkappa} \tag{2.5}$$

Из (2.3) и (2.4) для модулей R и T получаются выражения:

$$|R| = \frac{\operatorname{tg}^2\Theta + \lambda_1\lambda_2}{[(\operatorname{tg}^2\Theta + \lambda_1^2)(\operatorname{tg}^2\Theta + \lambda_2^2)]^{1/2}} \tag{2.6}$$

$$|T| = \left[\frac{|R|^2(\operatorname{tg}^2\Theta + \bar{r}^4) + 2\operatorname{Re}(R)(\bar{r}^4 - \operatorname{tg}^2\Theta) - 4\operatorname{Im}(R)\bar{r}^2\operatorname{tg}\Theta}{\operatorname{tg}^2\Theta[2\mu_r \operatorname{th}\varkappa + (1 + \operatorname{th}^2\varkappa)]^2 + \bar{r}^4(1 + \operatorname{th}^2\varkappa)^2} \right]^{1/2} (1 - \operatorname{th}^2\varkappa)$$

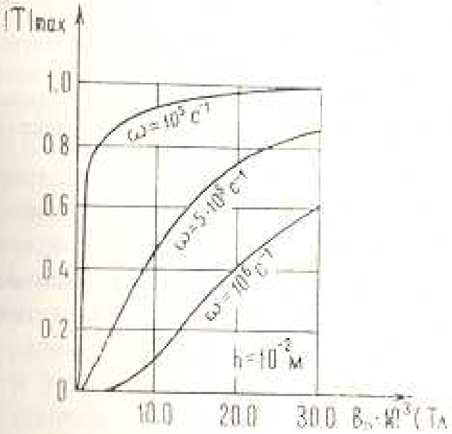
Исследуя (2.6), приходим к выводу, что при фиксированной ширине зазора $2h$ минимальное значение $|R|$ и максимальное значение $|T|$ на $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ достигаются при одном и том же значении $\Theta=\Theta_0=$ $=\operatorname{arctg}|\lambda_1\lambda_2|^{1/2}$ и равны

$$|R|_{\min}=\frac{2\sqrt{\lambda_1\cdot\lambda_2}}{\lambda_1+\lambda_2}, \quad |T|_{\max}=\frac{\lambda_1-\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2} \tag{2.7}$$

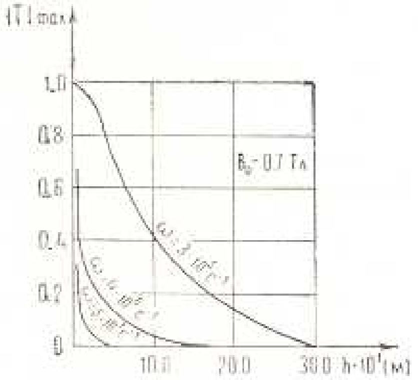
Из (2.5) легко видно, что $\Theta_0<\frac{\pi}{4}$, поэтому хорошее прохождение волны происходит при малых углах падения. Хотя при нормальном падении волны, согласно (2.2), в обеих средах существуют СПМК, тем не менее преломленная волна перпендикулярно поверхности распространяться не может ($T=0$, $R=1$). Также видно, что в рассматриваемом случае объемная волна, распространяющаяся параллельно границе ($\Theta=0$), не может просачиваться через зазор во вторую среду ($T=0$).

Как следует из (2.7), ни при каком конечном h максимальное значение модуля коэффициента преломления не равно единице ($|T|_{\max}\neq 1$), но при $h\to 0$, как видно из (2.5), $\Theta_0\to 0+$ и $|T|_{\max}\to 1$. Следовательно, для магнитострикционных материалов полное просачивание волны невозможно, хотя уменьшая толщину щели $2h$, можно получить достаточно хорошее прохождение волны.

На основе (2.7) проведен численный анализ зависимостей $|T|_{\max}$ от напряженности начального магнитного поля H_0, толщины щели $2h$ и частоты колебания ω. Для расчетов приняты те же исходные числовые данные, что и в задаче отражения (пункт 1). Результаты приведены графически (фиг. 3, 4). Из этих фигур видно, что хорошее прохождение волны происходит при малых частотах и малой толщине щели, причем этот эффект существенно усиливается с увеличением напряженности магнитного поля.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

В заключение отметим, что аналогичные результаты могут наблюдаться и в случае пьезомагнитных кристаллов. Заметим также, что у некоторых таких материалов, имеющих определенные магнитные структуры, возможно полное прохождение магнитоупругой волны через вакуумный зазор между двумя пьезомагнетиками.

FRANSITION OF SHEAR WAVES THROUGH THE GAP BETWEEN TWO MAGNETOSTRICTION HALF-SPACES

G. E. BAGDASARIAN, Z. N. DANOYAN, L. A. SANOYAN

ՄԱԳՆԻՍԱԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՍԱՀՔԻ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԹՈՒՆԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ ԵՐԿՈՒ ՄԱԳՆԻՍԱՍՏՐԻԿՑԻՈՆ ԿԻՍԱՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ

Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Զ. Ն. ԴԱՆՈՅԱՆ, Լ. Ա. ՍԱՆՈՅԱՆ

Ամփոփում

Աշխատանքում, ելնելով ֆերոմագնիսական միջավայրերի շարժման հավասարումներից և մակերևութային պայմաններից, ցույց է տրված, որ շնորհիվ նյութի մագնիսաստրիկցիոն հատկությունների, սահքի ալիքները հնարավոր է փոխանցել մի միջավայրից մյուսը: Դիտարկված է նաև անդրադարձման խնդիրը: Միջավայրում առաջանում են մակերևութային տատանումներ՝ պայմանավորված մագնիսաստրիկցիոն էֆեկտի հաշվառմամբ:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред.—М.: Наука, 1982. 624 с.
2. *Власов К. Б.* Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред.—Изв. АН СССР, сер. физическая, 1957, т. 21, № 8, с. 1140–1148.
3. Brown W. F. Theory of magnetoelastic effects in ferromagnetism. —Journ. of App. Phys., 1965, vol. 36.
4. *Новожилов В. В.* Основы нелинейной теории упругости.—М.: Гостехиздат, 1948. 212 с.
5. *Балакирев М. К., Гилинский И. А.* Волны в пьезокристаллах.—Новосибирск: Наука, 1982. 236 с.
6. *Багдасарян Г. Е., Даноян З. Н., Саноян Л. А.* Отражение сдвиговых магнитоупругих волн от свободной границы пьезомагнитного полупространства.—Межвузовский сб. науч. тр. 1986, вып. 5.

Ереванский государственный университет
Институт механики АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
9. III. 1989