

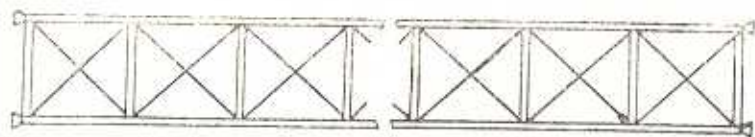
УДК 629.7.02:678.5—419.8

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ КРУПНОГАБАРИТНОЙ ФЕРМЕННО-ВАНТОВОЙ КОНСТРУКЦИИ ИЗ КОМПОЗИТОВ

ВОРОБЕЙ В. В., ВОЙТКОВ Н. И.

Среди многообразия проектных решений сверхлегких конструкций получили широкое использование ферменно-вантовые крупногабаритные конструкции из композиционных материалов.

На фиг. 1 представлена схема ферменно-вантовой балки, которая может найти самые разнообразные применения, при этом в большинстве известных проектных решений балка имеет большое удлинение  $L/H \geq 10^2 + 10^3$ .



Фиг. 1

Анализ нагрузок, воспринимаемых такими конструкциями, показывает, что определяющими являются статические и динамические нагрузки, возникающие в процессе их разворачивания или сборки с помощью автоматических фермопостроителей, манипуляторов или операторов-сборщиков.

Поэтому, требование достаточно высокой жесткости при минимальном весе в сочетании с максимальной демпфирующей способностью неизбежно приводит проектировщиков к выбору в качестве конструкционных материалов композитов.

Расчет и проектирование крупногабаритных ферменно-вантовых конструкций с помощью традиционных методов строительной механики непригодны к системам, состоящим из большого числа элементов, так как количество уравнений метода сил или деформации становится настолько большим, что современные ЭВМ не обеспечивают их решения ввиду ограниченного объема памяти.

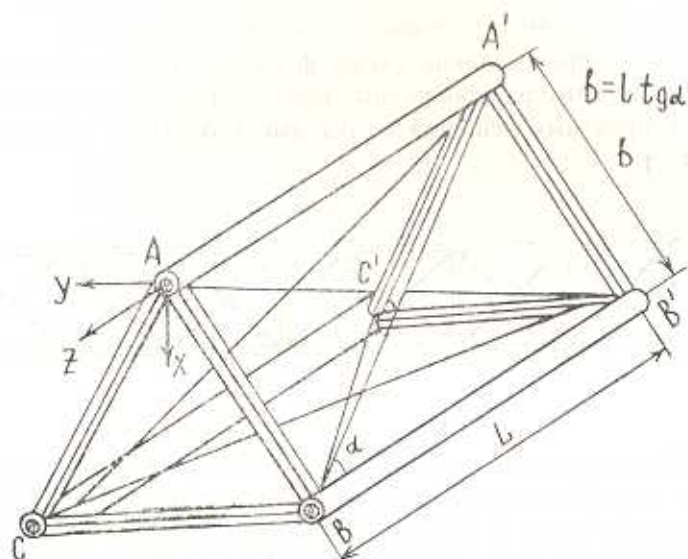
В связи с этим представляет интерес суперэлементарная идеализация крупногабаритных конструкций и построение их эффективных континуальных моделей.

Для крупногабаритной ферменно-вантовой конструкции, представленной на фиг. 1, континуальная модель может быть построена

на основе решения задач растяжения изгиба и кручения периодически повторяющихся элементарных пространственных ячеек. При этом учитываются эффективные характеристики композитных элементов конструкции этой ячейки в зависимости от типа армирования и характеристик упругости наполнителя и связующего.

Рассмотрим ячейку фиг. 2, состоящую из несущих трубчатых композитных стержней  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ ,  $A'B'$ ,  $B'C'$ ,  $A'C'$  и вант  $AB'$ ,  $BA'$  и т. д. Пусть ванты имеют предварительное натяжение  $H_0$  и рассматриваются как стержни, работающие только на растяжение.

Стержневые элементы «жестко» закреплены в узлах  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , что делает конструкцию статически неопределимой.



Фиг. 2

Будем находить с помощью метода деформаций перемещения узлов ячейки в 3-х случаях:

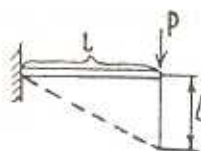
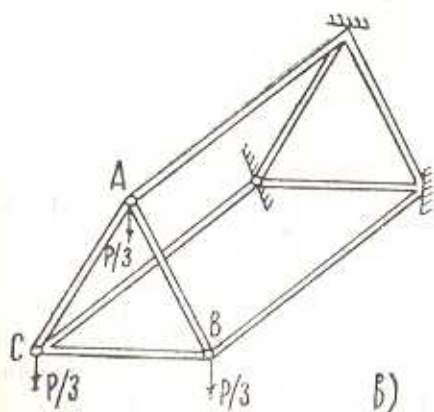
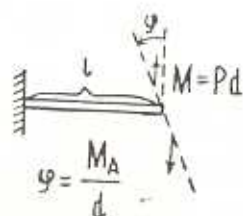
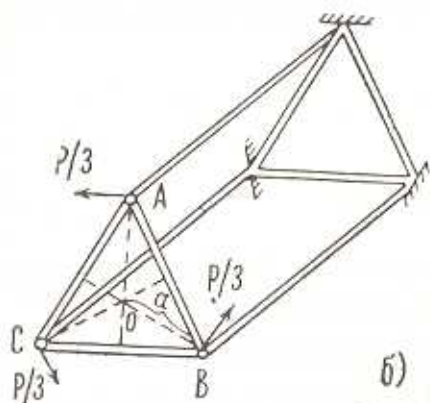
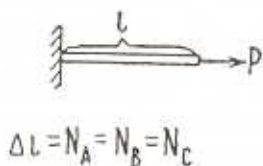
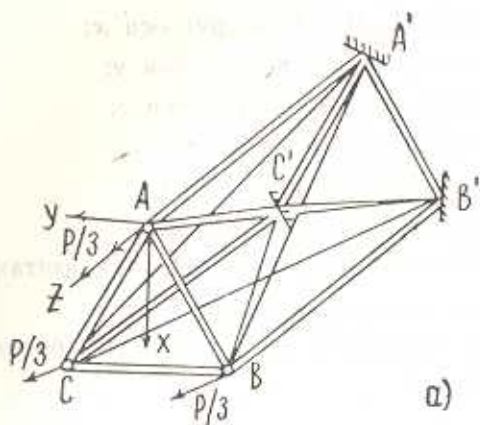
1. Растяжение вдоль оси фермы.
2. Кручение.
3. Поперечный изгиб под действием сил, приложенных в узлах ячейки (фиг. 3).

За неизвестные принимаются перемещения узлов  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , которые состоят из трех углов поворота  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и трех линейных перемещений  $L$ ,  $M$ ,  $N$ .

Используя подход, предложенный в работе [1], удастся свести решение данной задачи к системе 24-х линейных уравнений относительно 24 неизвестных.

$$A \cdot x = B \quad (1)$$

Элементы матрицы  $A$  определяются согласно [1].



Фиг. 3

Вектор неизвестных  $x$  состоит из следующих компонентов:

$$x = \{x_A, y_A, z_A, L_A, M_A, N_A, x_B, y_B, z_B, L_B, M_B, N_B, x_C, y_C, z_C,$$

$$L_C, M_C, N_C, R_{AC}, R_{BC}, R_{AB}, R_{BC}, R_{CA}, R_{CB}, R_{CA}\}$$

где

$x_A, x_B, x_C$  — углы поворотов узлов  $A, B$  и  $C$  вокруг оси  $x$ ;  
 $y_A, y_B, y_C$  — углы поворота узлов  $A, B$  и  $C$  вокруг оси  $y$ ;  
 $z_A, z_B, z_C$  — углы поворотов узлов  $A, B, C$  вокруг оси  $z$ ;  
 $L_A, L_B, L_C$  — смещения узлов  $A, B$  и  $C$  вдоль оси  $x$ ;  
 $M_A, M_B, M_C$  — смещения узлов  $A, B$  и  $C$  вдоль оси  $y$ ;  
 $N_A, N_B, N_C$  — смещения узлов  $A, B$  и  $C$  вдоль оси  $z$ ;  
 $R_{AC}, \dots, R_{CA}$  — дополнительные усилия в соответствующих вантах.

Вектор  $B$  зависит от приложенных нагрузок.

Решение системы (1) для единичной нагрузки  $P=1$  обозначим  $x^*$ , тогда для нагрузки  $P$  (фиг. 3а)

$$x = Px^* \quad (2)$$

Из решения задачи простого растяжения ячейки для стержневого суперэлемента получим:

$$P = \frac{E_s F_s}{l} \Delta l \quad (3)$$

так как  $\Delta l = N_A \quad E_s F_s = \frac{l}{N_A^*}$  (4)

Смещение  $N_A^*$  находится из решения  $Ax=C$ . Соответствующий вектор  $C$  будет иметь следующие компоненты:

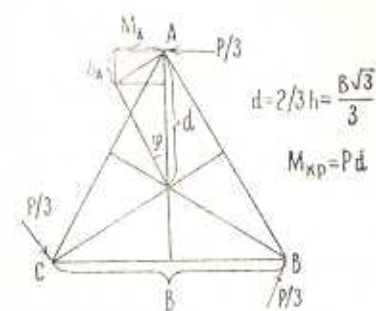
$$C = \{0, 0, 1/3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1/3, 0, 0, 0, 0, 0, 1/3, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}^T$$

Аналогично определяется эффективная жесткость суперэлемента на кручение (фиг. 3б):

$$G_s J_{ps} = \frac{ld^3}{M_A^*} \quad (5)$$

где  $M_A^*$  находится из решения задачи  $Ax=C$ , при этом

$$C = \{0, 1/3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -\sqrt{3}/6, -1/6, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{3}/6, -1/6, 0, 0, 0, 0, 0\}^T$$



Фиг. 4

В задаче изгиба пространственной ячейки отклонение от нейтральной оси (т. 0) под действием приложенной нагрузки (фиг. 3в, фиг. 5) равно

$$L = \frac{1}{3} (L_A + L_B + L_C)$$

Используя описанный выше подход, имеем

$$E_s J_s = \frac{l^3}{L_A^* + L_B^* + L_C^*} \quad (6)$$





Формулировка обратной задачи для ферменно-вантовой балки длиной  $L_0$  по отношению к задаче (1) имеет вид

$$\bar{X}^* \cdot A = \bar{B} \quad (9)$$

где  $\bar{X}$ —вектор ограничений на перемещения узлов балки длиной  $L_0$ , приведенных к одной ячейке;

$\bar{B}$ —приведенная нагрузка на балку длиной  $L_0$ .

Соотношение (9) представляет собой систему ограничений задачи оптимального проектирования, формулировка которой может быть представлена в виде:

«Найти минимум погонной массы ячейки ферменно-вантовой конструкции

$$M = (3m_l + 3m_b + 6m_k)/l$$

при ограничениях (9)»

где

$$m_l = \gamma_l \cdot F_l \cdot l; \quad m_b = \gamma_b \cdot F_b \cdot l \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad m_k = F_k l / \cos^2 \alpha \cdot \gamma_k \quad (10)$$

Сформулированную задачу (10) будем считать задачей первого уровня, то есть проектирования с точностью до жесткостных характеристик.

Задачей второго уровня будет определение параметров армирования композиционного материала конструкции ферменно-вантовой балки, имеющей оптимальные жесткостные характеристики. Сформулируем эту задачу после предварительных замечаний и выводов.

Для тонкостенных трубчатых элементов ферменно-вантовой конструкции уравнения безмоментной теории оболочек имеют вид

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{R \partial \varphi} = -x, \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{R \partial \varphi} = -y, \quad T_2 = Rz \quad (11)$$

где  $T_1, T_2, S$ —интегральные осевые окружные и сдвигающие усилия;  $x, y, z$ —компоненты внешних сил;  $x$ —продольная координата;  $\varphi$ —центральный угол;  $R$ —радиус срединной поверхности трубчатых оболочек из КМ.

Деформации элемента определяются через перемещения с помощью известных соотношений [2]

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{R \partial \varphi} + \frac{w}{R}; \quad \omega = \frac{\partial u}{R \partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (12)$$

Соотношения упругости анизотропной оболочки имеют вид  $T = B \Sigma$ , где

$$T = \{T_1, T_2, S\}, \quad B = \{B_{ij}\}_{3 \times 3}, \quad \Sigma = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega\} \quad (13)$$

Зависимость  $B_{ij}$  от углов армирования  $\varphi_i$  приведенных характеристик монослоев  $E_1^{(i)}, E_2^{(i)}, \sigma_{12}^{(i)}, \nu_{12}^{(i)}$ , относительных толщин  $h_i$  определяется известными соотношениями [2].

Моделируя трубчатый элемент фермы консольной цилиндричес-

Формулировка обратной задачи для ферменно-вантовой балки длиной  $L_0$  по отношению к задаче (1) имеет вид

$$\bar{X}^* \cdot A = \bar{B} \quad (9)$$

где  $\bar{X}$ —вектор ограничений на перемещения узлов балки длиной  $L_0$ , приведенных к одной ячейке;

$\bar{B}$ —приведенная нагрузка на балку длиной  $L_0$ .

Соотношение (9) представляет собой систему ограничений задачи оптимального проектирования, формулировка которой может быть представлена в виде:

«Найти минимум погонной массы ячейки ферменно-вантовой конструкции

$$M = (3m_l + 3m_b + 6m_k)/l$$

при ограничениях (9)»

где

$$m_l = \gamma_l \cdot F_l \cdot l; \quad m_b = \gamma_b \cdot F_b \cdot l \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad m_k = F_k l / \cos \alpha \cdot \gamma_k \quad (10)$$

Сформулированную задачу (10) будем считать задачей первого уровня, то есть проектирования с точностью до жесткостных характеристик.

Задачей второго уровня будет определение параметров армирования композиционного материала конструкции ферменно-вантовой балки, имеющей оптимальные жесткостные характеристики. Сформулируем эту задачу после предварительных замечаний и выводов.

Для тонкостенных трубчатых элементов ферменно-вантовой конструкции уравнения безмоментной теории оболочек имеют вид

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{R \partial \varphi} = -x, \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{R \partial \varphi} = -y, \quad T_2 = Rz \quad (11)$$

где  $T_1, T_2, S$ —интегральные осевые окружные и сдвигающие усилия;  $x, y, z$ —компоненты внешних сил;  $x$ —продольная координата;  $\varphi$ —центральный угол;  $R$ —радиус срединной поверхности трубчатых оболочек из КМ.

Деформации элемента определяются через перемещения с помощью известных соотношений [2]

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{R \partial \varphi} + \frac{w}{R}; \quad \omega = \frac{\partial u}{R \partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (12)$$

Соотношения упругости анизотропной оболочки имеют вид  $T = B \Sigma$ , где

$$T = \{T_1, T_2, S\}, \quad B = \{B_{ij}\}_{3 \times 3}, \quad \Sigma = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega\} \quad (13)$$

Зависимость  $B_{ij}$  от углов армирования  $\varphi_i$  приведенных характеристик монослоев  $E_1^{(i)}, E_2^{(i)}, \nu_{12}^{(i)}, \nu_{21}^{(i)}$ , относительных толщины  $h_i$  определяется известными соотношениями [2].

Моделируя трубчатый элемент фермы консольной цилиндричес-



кой оболочкой, подвергнутой действию осевого усилия  $T_{30}$  с граничными условиями

$$u(0) = v(0) = 0; \quad S(l) = 0; \quad T_3(l) = T_{30} \quad (14)$$

и интегрируя уравнения (11) с учетом  $T_1 = T_{30}$ ;  $T_2 = S = 0$ , получим  $u(l) = A_{11}T_{30}l$ , где  $A_{11}$ —элемент обратной матрицы

$$\{A_{ij}\}_{3 \times 3} = \{B_{ij}\}_{3 \times 3}^{-1}$$

Заменяв оболочку эквивалентным стержнем, получим следующее значение его приведенной жесткости:

$$E_l F_l = \frac{\det\{B_{ij}\}}{B_{22}B_{33} - B_{23}^2} \quad (15)$$

Решая по аналогичной схеме задачи кручения и изгиба трубчатой армированной оболочки, получим

$$G_l J_{pl} = \frac{2\pi R^3 \det\{B_{ij}\}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2} \quad (16)$$

$$E_l J_l = \frac{\pi R l^2}{3} \left\{ \frac{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}{\det\{B_{ij}\}} + \frac{l^2}{3R^2(B_{12}B_{22} - B_{12}^2)} \left[ \frac{(B_{12}B_{23} - B_{33}B_{22})^2}{\det\{B_{ij}\}} + B_{23} \right]^{-1} \right\} \quad (17)$$

Аналогично определяются значения

$$E_b J_b, E_b F_b \text{ и } G_b J_{pb}$$

Таким образом, может быть установлена связь между оптимальными значениями жесткостных и геометрических характеристик задачи проектирования первого уровня и параметрами армирования слоев  $i$  композита  $\varphi_i$ ,  $h_i$  и их приведенными характеристиками упругости  $E_i^{(0)}$ ,  $E_i^{(1)}$ ,  $G_i^{(0)}$ ,  $\nu_i^{(0)}$ .

Задача оптимального проектирования второго уровня может быть сформулирована в следующем виде:

«Найти минимум функции невязки»

$$\delta = |E_l F_l - (E_l F_l)^*|^2 + |E_b F_b - (E_b F_b)^*|^2 + |E_l J_l - (E_l J_l)^*|^2 + |E_b J_b - (E_b J_b)^*|^2 + |G_l J_{pl} - (G_l J_{pl})^*|^2 + |G_b J_{pb} - (G_b J_{pb})^*|^2$$

при ограничениях типа (15), (16), (17) и условиях

$$\sum \bar{h}_i = 1 \quad i=1, \dots, N, \quad \sin \varphi_i + \cos \varphi_i = 1$$

где  $h_i$ —относительные толщины слоев;  $N$ —число слоев пакета материала трубчатой оболочки.

Сформулированные задачи (10) и (17) оптимального проектирования могут быть решены различными современными методами математического программирования. Использование современных персональных ЭВМ способствует наиболее эффективному решению этих задач в режиме «диалога» с ЭВМ. В качестве базового метода оптимизации для решения данных задач может быть рекомендован метод случайного поиска с коррекцией в диалоговом режиме.



Использование предложенного подхода при проектировании ферменной балки длиной 120 м поперечным сечением 1 м при действии статических нагрузок (растяжение, изгиб, кручение) с ограничениями на перемещения узлов фермы позволило снизить массу конструкции на 32 % по сравнению с проектом, основанном на упрощенном классическом представлении ферменно-вантовой конструкции статически определимой моделью с шарнирным соединением трубчатых элементов.

## LARGE TRUSS STAY COMPOSITE CONSTRUCTION DESIGNING

V. V. VOROBAY, N. I. VOYTKOV

ԿՈՄՊՈԶԻՏԻՆԵՐԻՑ ՊԱՏՐԱՅՏՎԱԾ ԿԱՌՈՑՎԱԾՔՆԵՐԻ ԵՌՇՈՐԱԾԱՎԱԿ  
ՉՈՂԱՊԱՐԱՆԱՅԻՆ ՆԱԽԱԳՑՈՒՄԸ

Վ. Վ. ՎՈՐՈԲԵՅ, Ն. Ի. ՎՈՅՏԿՈՎ

### Ա Վ Փ Ո Փ Ո Վ

Ստացրելով է նախագծման պարամետրերի ընտրության տարրերակ, որը հիմնված է խոշորածախ կառուցվածքների վերլուծման առաջին իդեալականացման օգտագործման վրա: Յերված են կառուցվածքների արդյունավետ մոդելներ և պատահական սրունման ալգորիթմի օգտագործման տարրերակ՝ օպտիմալ լուծման ընտրության դեպքում, երբ հաշվի են առնվում կառուցվածքի հանգուցային էլեմենտների տեղադրությունների սահմանափակումները: Այսպիսի մոտեցումը թույլ է տալիս յուրաքանչյուր դեպքում գտնել ամենաարդյունավետ կառուցվածքն ապահովող օպտիմալ պարամետրերի արժեքները: Գրառելով է բնագրին օրինակ:

### ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов С. В., Войтков Н. И. Об определении собственных частот продольных и крутильных колебаний ферменных конструкций с присоединенными твердыми телами.—Прокл. механика, 1987, № 5, с. 95—102.
2. Елизатовский А. И., Васильев В. В. Прочность цилиндрических оболочек из армированных материалов.—М.: Машиностроение, 1972, 168 с.

Поступила в редакцию:  
29.VI.1988