

УДК. 532.516

О НЕСИММЕТРИЧНОЙ МОДЕЛИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ  
ТЕОРИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА (ЗАДАЧА  
ЗОММЕРФЕЛЬДА)

ПЕТРОСЯН Л. Г.

Использована модель структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений к решению задачи о смазке цилиндрического подшипника. Получено аналитическое выражение для условия отрыва смазочного слоя от подшипника. Установлено, что при заданной нагрузке условие полной смазки (отсутствие отрыва жидкости) будет выполняться при угловых скоростях меньших (в зависимости от микроструктуры жидкости) по сравнению с результатами классической теории ньютоновской жидкости.

Работа машин, как и их долговечность, экономичность и надежность в значительной степени зависят от конструкции и качества подшипниковых узлов. В новых машинах и механизмах, как правило, проектируются значительный рост скоростей вращающихся деталей, увеличение точности работы вращающихся узлов. В связи с этим, создание подшипников скольжения, удовлетворяющих высоким требованиям, невозможно без дальнейшего развития гидродинамической теории смазки. Поэтому гидродинамическая теория смазки имеет важное и большое значение для народного хозяйства, так как она является основой рационального проектирования подшипников вязкого трения.

Накоплено большое количество результатов, свидетельствующих о том, что на базе классической теории континуума невозможно точно рассчитать характеристики течения некоторого класса жидкостей, в особенности при рассмотрении течения смазки в подшипниках, где величина зазора может быть сравнима с характерной материальной длиной вещества, значение которой обусловлено средним размером молекул или зерен, содержащихся в смазке [1].

Все более очевидно, что разработанные в последнее время положения теории структурных жидкостей могут успешно описывать не ньютоновские поведения реальных жидкостей\*. В этой теории введены два независимых кинематических векторных поля, одно из которых представляет поступательные движения частиц жидкости, а дру-

\* К настоящему времени опубликовано большое количество работ, посвященных этой тематике, о чем достаточно полно изложено в работе [1].

ное—угловые или вращательные движения частиц. Характерным отличием теории структурных сред с несимметричным тензором напряжений является присутствие масштабных параметров.

В настоящей статье применена теория континуума с несимметричным тензором напряжений к решению задачи о смазке цилиндрического подшипника.

### 1. Приближенные уравнения плоскопараллельного течения смазочного слоя

Общая система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости с несимметричным тензором напряжений имеет вид [1, 2]

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + 2\nu \nabla \cdot (\nabla \vec{v})^s + \nu_r \nabla \times [2\vec{\omega} - \nabla \times \vec{v}] + \vec{f} \quad (1.2)$$

$$I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = 2\nu_r (\nabla \times \vec{v} - 2\vec{\omega}) + c_0 \nabla (\nabla \cdot \vec{\omega}) + 2c_d \nabla \cdot (\nabla \vec{\omega})^s + 2c_a \nabla \cdot (\nabla \vec{\omega})^a + \vec{c} \quad (1.3)$$

Здесь  $\rho$ —массовая плотность жидкости,  $p$ —давление,  $I$ —скалярная константа с размерностью момента инерции единицы массы,  $\vec{v}$ —вектор скорости точки,  $\vec{\omega}$ —вектор, характеризующий среднюю угловую скорость вращения частиц, из которых состоит точка континуума,  $\nu$ —кинематическая ньютоновская вязкость,  $\nu_r$ —кинематическая вращательная вязкость,  $c_0$ ,  $c_d$ ,  $c_a$ —коэффициенты моментной вязкости,  $\frac{d(\dots)}{dt}$ —полная производная по времени,  $\nabla$ —пространственный градиент,  $(\nabla \vec{v})^s$  и  $(\nabla \vec{\omega})^s$ —симметричные части соответствующих диад,  $(\nabla \vec{v})^a$  и  $(\nabla \vec{\omega})^a$ —антисимметричные диады,  $\vec{f}$ —вектор массовой силы,  $\vec{c}$ —вектор массового момента.

Ограничиваясь анализом двумерного (плоского) установившегося течения жидкости, считая массовые силы и моменты пренебрежимо малыми, сохраняя слагаемые, имеющие наибольший порядок величины, получим дифференциальные уравнения смазочного слоя в случае плоско-параллельного течения в виде [1, 3, 4].

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = (\nu + \nu_r) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2\nu_r \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.5)$$

$$(c_a + c_d) \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - 2\nu_r \left( 2\omega + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.7)$$

Здесь  $u$  и  $v$ —проекции вектора скорости точки, соответственно на оси  $x$  и  $y$ ;  $\omega$ —проекция вектора угловой скорости вращения частицы на ось  $z$ .

## 2. Гидродинамическая теория цилиндрического подшипника

Рассмотрим задачу о смазке цилиндрического подшипника при эксцентричном расположении шипа (шейки), полагая, что смазочное вещество заполняет все пространство между шипом (или цапфой) и подшипником. При этом движение смазки в смазочном слое будем считать плоским. Практически это означает, что мы при расчете не принимаем во внимание то, что длина шипа, охваченного подшипником, конечна.

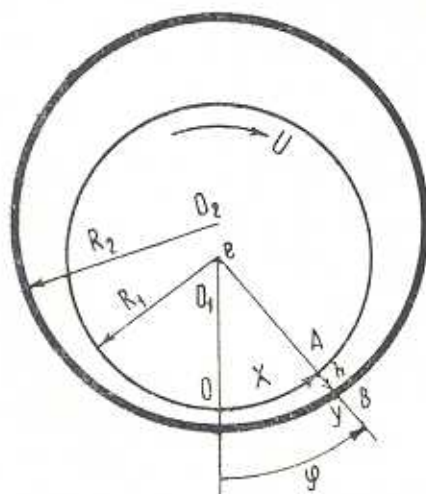
Обозначим радиус шипа  $R_1$ , радиус подшипника  $R_2$ , а переменную толщину слоя смазки между ними  $h$  (фиг. 1). Пусть шип (шейка) вращается равномерно по часовой стрелке и пусть линейная скорость на поверхности шипа равна  $U$ , причем эксцентриситет  $e = O_1O_2$  принимается очень малым по сравнению с радиусами окружностей  $R_1$  и  $R_2 > R_1$

$$e \ll R_1, R_2$$

Будем положение любой жидкой частицы в смазочном слое определять криволинейными координатами  $x$  и  $y$ , где  $x = OA$  измеряется вдоль дуги окружности радиуса  $R_1$ , а  $y$  отсчитывается от точки  $A$  по направлению нормали к окружности. При этом точка  $O$ —неподвижная точка, взятая в том месте, где расстояние между шипом и подшипником является наименьшим. Введем центральный угол  $\varphi$ , отсчитываемый от  $OO_1$  в направлении против вращения шипа, тогда  $x = R_1\varphi$ .

Примем, что толщина слоя смазки  $h$  столь мала по сравнению с радиусом шипа  $R_1$ , что криволинейной координатных линий можно пренебречь и считать для течения в смазочном слое справедливыми приближенные уравнения (1.4)—(1.5). Решение задачи в этом приближении для классических ньютоновских жидкостей было дано Зоммерфельдом [5].

Под  $h = h(\varphi) = AB$  (фиг. 1) по-



Фиг. 1

имается местная толщина зазора между подшипником и шипом. Ее нелегко разыскать из треугольника  $O_1O_2B$ . При малом  $e$  угол  $O_1BO_2$  близок к нулю и из треугольника  $O_1O_2B$  приближенно имеем  $R_2 = R_1 + h + e \cos \varphi$ .

Вводя в дальнейшем обозначение  $R_2 - R_1 = c$ , будем с принятой точностью иметь

$$h(\varphi) = c - e \cos \varphi = e(\alpha - \cos \varphi) \quad (2.1)$$

где  $\alpha = c/e = 1/\varepsilon$  — обратная величина относительного эксцентриситета. Величина  $\alpha$  всегда больше единицы ( $1 \ll \alpha \ll \infty$ ).

При выбранном начале отсчетов углов  $\varphi$  будет

$$h_{\min} = c - e \quad \text{при } \varphi = 0$$

$$h_{\max} = c + e \quad \text{при } \varphi = \pi$$

Соприкасанию окружностей будет соответствовать значение эксцентриситета  $e = c = R_2 - R_1$ .

Здесь и далее введем  $l$  и  $R$  — смещения.

Уравнения (1.4) и (1.7) могут быть переписаны так:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = (\gamma_i + \gamma_r) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2\gamma_r \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$\gamma_i = \rho \nu, \quad \gamma_r = \rho \nu_r$$

Граничные условия будут иметь вид

$$u = -U, \quad v = 0, \quad \omega = 0 \quad \text{при } y = 0$$

$$u = 0, \quad v = 0, \quad \omega = 0 \quad \text{при } y = h \quad (2.4)$$

Выражения для скорости  $u$  и угловой скорости вращения частиц  $\omega$  получим из решения уравнений (1.6) и (2.3) при граничных условиях (2.4)

$$u = \frac{1}{\gamma_r R} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \left( \frac{y^2}{2} \frac{N^2 h}{k} \frac{\operatorname{ch} k y - 1}{\operatorname{sh} k h} \right) - U - C \left\{ y - \frac{N^2}{k} \left[ \operatorname{sh} k y - \frac{(\operatorname{ch} k y - 1)(\operatorname{ch} k h - 1)}{\operatorname{sh} k h} \right] \right\} \quad (2.5)$$

$$\omega = \frac{1}{2\gamma_r R} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \left( \frac{\operatorname{sh} k y}{\operatorname{sh} k h} h - y \right) - \frac{1}{2} C \left( \operatorname{ch} k y - \frac{\operatorname{ch} k h - 1}{\operatorname{sh} k h} \operatorname{sh} k y - 1 \right) \quad (2.6)$$

Здесь

$$k = \frac{N}{l}, \quad N = \left( \frac{\gamma_r}{\gamma_i + \gamma_r} \right)^{1/2}, \quad l = \left( \frac{c'_a + c'_d}{4\gamma_i} \right)^{1/2}, \quad c'_a = \rho c_a, \quad c'_d = \rho c_d$$

а постоянная интегрирования  $C$  дается соотношением

$$C = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{\gamma_r R} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{U}{\frac{h}{2} - \frac{N^2}{k} \frac{\operatorname{ch} k h - 1}{\operatorname{sh} k h}} \right)$$

Для определения давления  $p$  обратимся к уравнению неразрывности (2.2). Беря от обеих частей этого уравнения интегралы по  $y$  в пределах от 0 до  $h$  и принимая во внимание условие (2.4), получим

$$-\int_0^h \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \varphi} dy = -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_0^h u dy = 0$$

Второе равенство следует из того, что при  $y=h$   $u=0$ . Подставляя значение  $u$  из (2.5) и интегрируя, получим

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} f(N, l, h) \right] = -\frac{1}{2} UR \frac{\partial h}{\partial \varphi} \quad (2.7)$$

где

$$f(N, l, h) = \frac{1}{12} + \frac{l^2}{h^2} - \frac{Nl}{2h} \operatorname{cth} \frac{kh}{2} \quad (2.8)$$

Интегрируя вновь, получим

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi} = -\frac{1}{2} \frac{UR\eta}{h^3 f(N, l, h)} (h - h_1) \quad (2.9)$$

где  $h_1$  — постоянная интегрирования.

Из (2.9), интегрируя по  $\varphi$ , будем иметь

$$p(\varphi) = -\frac{1}{2} UR\eta \left[ \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{h^3 f(N, l, h)} - h_1 \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{h^3 f(N, l, h)} \right] \quad (2.10)$$

Постоянную  $h_1$ , наперед неизвестную, можно исключить из условия периодичности распределения давления

$$p(\varphi + 2\pi) = p(\varphi)$$

или, в частности, соотношением

$$p(2\pi) = p(0) = 0$$

Это дает

$$h_1 = \frac{f_1(2\pi)}{f_2(2\pi)} \quad (2.11)$$

$$f_1(2\pi) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{h^3 f(N, l, h)}, \quad f_2(2\pi) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{h^3 f(N, l, h)} \quad (2.12)$$

Таким образом, распределение давлений в зазоре подшипника полностью определено. Уровень давления в точке минимального зазора или какой-нибудь другой точке может быть задан произвольно и в выражение поддерживающей силы не войдет.

Тогда для давления будем иметь

$$p(\varphi) = -\frac{1}{2} UR\gamma \left[ f_3(\varphi) - \frac{f_1(2\pi)}{f_2(2\pi)} f_4(\varphi) \right] \quad (2.13)$$

где

$$f_3(\varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{h^2 f(N, l, h)}, \quad f_4(\varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{h^3 f(N, l, h)} \quad (2.14)$$

Безразмерное распределение давлений в зазоре подшипника определяется выражением

$$P(\varphi) = -\frac{1}{2} F_1(\varphi) + QF_2(\varphi) \quad (2.15)$$

где

$$P(\varphi) = \frac{P(\varphi)e^2}{UR\gamma}, \quad Q = \frac{F_1(2\pi)}{2F_2(2\pi)}, \quad F_1(2\pi) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{H^2 f(N, L, H)}$$

$$F_2(2\pi) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{H^3 f(N, L, H)}, \quad f(N, L, H) = \left| \frac{1}{12} + \frac{1}{(LH)^2} - \frac{N}{2LH} \operatorname{cth} \frac{NLH}{2} \right|$$

$$H = \frac{h}{e}, \quad L = \frac{e}{l} \quad (2.16)$$

Найдем результирующую всех сил давления и трения (главный вектор реакции жидкости), действующих на шип. Так как величина  $s$  так же, как и  $h$ , считается очень малой по сравнению с  $R$ , то при вычислении результирующей силами трения можно пренебречь [5].

Относя главный вектор  $\vec{W}$  к единице длины вдоль оси подшипника, будем иметь

$$W_{\pi/2} = W \sin \psi = R \int_0^{2\pi} p \sin \varphi d\varphi \quad (2.17)$$

для нормальной к линии центров нагрузки  $W_{\pi/2}$  (в расчете на единицу длины шипа) и

$$W_0 = W \cos \psi = -R \int_0^{2\pi} p \cos \varphi d\varphi \quad (2.18)$$

для компонента нагрузки  $W_0$ , действующей вдоль линии центров (в расчете на единицу длины шипа). Здесь  $\psi$  — фазовый угол между линией действия нагрузки и линией центров.

Заметим, что в силу периодичности и нечетности давления  $p$  второй интеграл тождественно равен нулю.

Интеграл (2.17) проще всего вычислить по частям, найдем

$$W_{\tau/2} = -R \int_0^{2\pi} p d(\cos\varphi) = -Rp \cos\varphi \Big|_0^{2\pi} + R \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\varphi} \cos\varphi d\varphi$$

Из условия периодичности давления неинтегральное выражение обращается в нуль; подставляя вместо  $dp/d\varphi$  его выражение из (2.13), получим

$$W_{\tau/2} = -\frac{1}{2} UR^2 \gamma \left[ f_3(2\pi) - \frac{f_1(2\pi)}{f_2(2\pi)} f_6(2\pi) \right] \quad (2.19)$$

или в безразмерной форме

$$W_{\tau/2}^* = -\frac{1}{2} F_3(2\pi) + Q F_4(2\pi) \quad (2.20)$$

где

$$f_3(2\pi) = \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi d\varphi}{h^2 f(N, L, h)}, \quad f_6(2\pi) = \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi d\varphi}{h^3 f(N, L, h)}, \quad W_{\tau/2}^* = \frac{W_{\tau/2} e^2}{\gamma UR^2}$$

$$F_3(2\pi) = \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi d\varphi}{H^2 f(H, L, H)}, \quad F_4(2\pi) = \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)} \quad (2.21)$$

Заметим, что в предельном случае  $L \rightarrow \infty$  или  $N \rightarrow 0$  выражения для давления (2.13) и (2.15) и выражения для нагрузки на шип (2.19) и (2.20) переходят в соответствующие формулы классической гидродинамической теории цилиндрического подшипника.

### 3. Условие отрыва смазочного слоя от подшипника

Вопрос применимости гидродинамической теории цилиндрического подшипника в случае ньютоновской жидкости, в частности условие отрыва смазочного слоя от подшипника, был рассмотрен Я. С. Лейбензоном [5].

Ниже рассматривается условие отрыва смазочного слоя от подшипника в случае структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений.

Как видно из схемы, показанной на фиг. 1, в области, где  $2\pi > \varphi > \pi$  (левая половина смазочного слоя), течение смазочной жидкости происходит в расширяющейся полости, созданной шипом и подшипником, аналогичной плоскому диффузору. Следовательно, можно ожидать, что где-то в этой области может произойти отрыв смазочного слоя от подшипника и возникнуть обратное течение смазочной жидкости. Признаком возникновения отрыва на внешней стенке является обращение в нуль производной  $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h} = 0$ . Подставляя сюда  $u$  из (2.5), получим

$$\frac{1}{\gamma R} \frac{\partial p}{\partial z} h^* = - \frac{U}{\frac{h^*}{2} - \frac{N^2}{k} \frac{\operatorname{ch} k h^* - 1}{\operatorname{sh} k h^*}}$$

откуда с помощью (2.9) будем иметь

$$h_1 = h^* \left[ 1 - \frac{2f(N, L, h^*)}{\frac{1}{2} - \frac{N^2}{k h^*} \frac{\operatorname{ch} k h^* - 1}{\operatorname{sh} k h^*}} \right] \quad (3.1)$$

или в безразмерной форме, с учетом (2.11), будем иметь

$$\frac{F_1(2\pi)}{F_2(2\pi)} = H^* \left[ 1 - \frac{2f(N, L, H^*)}{\frac{1}{2} - \frac{N}{L H^*} \frac{\operatorname{ch} N L H^* - 1}{\operatorname{sh} N L H^*}} \right] \quad (3.2)$$

где

$$H^* = \frac{h^*}{e}$$

Выражение для нагрузки на шип (2.20) сводится к выведенным Зоммерфельдом при  $N \rightarrow 0$  или  $L \rightarrow \infty$  [5]

$$\lim_{\substack{L \rightarrow \infty \\ N \rightarrow 0}} W_{\tau/2} = \frac{12\pi\gamma U R^2 \alpha^2}{c^2(1+2\alpha^2)\sqrt{\alpha^2-1}} \quad (3.3)$$

В третьем предельном случае  $L \rightarrow 0$  классическое решение умножается на  $1/(1-N^2)$

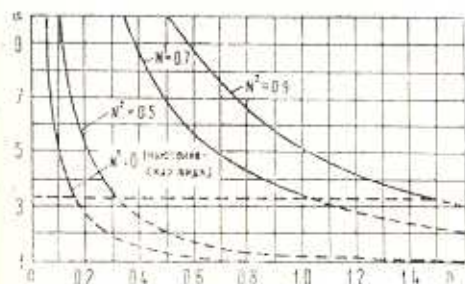
$$\lim_{L \rightarrow 0} W_{\tau/2} = \frac{12\pi\gamma U R^2 \alpha^2}{c^2(1+2\alpha^2)\sqrt{\alpha^2-1}} \frac{1}{(1-N^2)} \quad (3.4)$$

Для дальнейшего удобно ввести в рассмотрение безразмерный параметр [5]

$$\beta = \frac{W_{\tau/2} c^2}{12\pi\gamma U R^2} \quad (3.5)$$

Из формул (3.4) и (3.5) видно, что параметры  $\alpha$  и  $\beta$  при  $L \rightarrow 0$  связаны зависимостью

$$\beta = \frac{\alpha^2}{(1+2\alpha^2)\sqrt{\alpha^2-1}} \frac{1}{(1-N^2)} \quad (3.6)$$



Фиг. 2

На фиг. 2 показаны графики безразмерного параметра  $\beta$  в зависимости от  $\alpha$  при различных значениях параметра  $N$ . Предельные  $L \rightarrow 0$  и  $L \rightarrow \infty$  дают верхнюю и нижнюю границу параметра  $\beta$ .

Выражение для условия отрыва (3.2) сводится к выведенным в [5] условиям при



$N \rightarrow 0$  или  $L \rightarrow \infty$

$$\lim_{\substack{L \rightarrow \infty \\ h, \mu \\ N \rightarrow 0}} h^* = \frac{3}{2} h_1 \quad (3.7)$$

где

$$h_1 = \frac{\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{h^2}}{2\pi - \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{h^2}} \quad (3.8)$$

В третьем предельном случае  $L \rightarrow 0$  выражение для условия отрыва (3.2) также сводится к (3.7)

$$\lim_{L \rightarrow 0} h^* = \frac{3}{2} h_1 \quad (3.9)$$

Для вычисления входящих в (3.8) интегралов введем в рассмотрение следующие интегралы:

$$S_k(\varphi, \alpha) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{(\alpha - \cos\varphi)^k} \quad (k = 1, 2, 3)$$

Кроме того, введем обозначения

$$S_1(2\pi, \alpha) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\alpha - \cos\varphi}, \quad S_2(2\pi, \alpha) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(\alpha - \cos\varphi)^2}, \quad S_3(2\pi, \alpha) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(\alpha - \cos\varphi)^3} \quad (3.10)$$

Выполнив интегрирование при  $\alpha > 1$ , получим

$$S_1(2\pi, \alpha) = \frac{2\pi}{(\alpha^2 - 1)^{1/2}}, \quad S_2(2\pi, \alpha) = \frac{2\pi\alpha}{(\alpha^2 - 1)^{3/2}}, \\ S_3(2\pi, \alpha) = \frac{\pi(1 + 2\alpha^2)}{(\alpha^2 - 1)^{5/2}} \quad (3.11)$$

Заменим в равенстве (3.8)  $h$  его выражением (2.1). Тогда, принимая во внимание обозначения (3.10), с учетом (3.11), получим

$$h_1 = \frac{2e\alpha(\alpha^2 - 1)}{1 + 2\alpha^2} \quad (3.12)$$

Обозначим через  $\varphi_1$  угол, при котором  $h = h_1$ . Тогда из (2.1) и (3.12) найдем

$$\cos \varphi_1 = \frac{3\alpha}{1+2\alpha^2} \quad (3.13)$$

Переходя в (3.7) и (3.9) от  $h$  к углу  $\varphi$  с помощью равенства (2.1), найдем, что угол  $\varphi^*$ , который определяет место отрыва, дается уравнением

$$\cos \varphi^* = \frac{3}{2} \cos \varphi_1 - \frac{\alpha}{2} \quad (3.14)$$

Заменяя в (3.14)  $\cos \varphi_1$  его значением (3.13), получим окончательно [5]

$$\cos \varphi^* = -\frac{\alpha^3 - 4\alpha}{1 + 2\alpha^2} \quad (3.15)$$

Таким образом, вышесказанная теория является справедливой лишь для тех значений  $\alpha$ , при которых отрыв жидкости от неподвижного кольца подшипника вообще невозможен. Так как  $\cos \varphi^* \leq 1$ , то условием отсутствия отрыва течения служит неравенство

$$\alpha^3 - 2\alpha^2 - 4\alpha - 1 > 0$$

Многочлен в левой части имеет только один действительный корень  $\alpha$ , равный 3.303.

Отсюда находим, что все пространство между шипом и подшипником будет полностью заполнено смазкой при условии

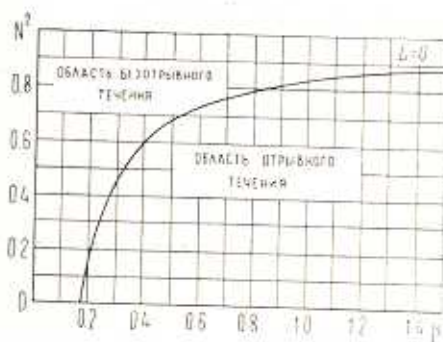
$$\alpha > 3,303 \quad (3.16)$$

что соответствует условию, установленному Л. С. Лейбензоном для классической ньютоновской жидкости.

Для параметра  $\beta$  условие (3.16), в предельном случае  $L \rightarrow 0$ , дает

$$\beta < \frac{0,153}{(1 - N^2)} \quad (3.17)$$

На фиг. 2 часть кривых, соответствующих тем значениям  $\alpha$  и  $\beta$ , для которых изложенная теория по критерию отрыва неприменима, показаны пунктирами.



Фиг. 3

Фиг. 3 отражает изменение параметра  $\beta$  в зависимости от  $N$  для предельного значения  $L \rightarrow 0$ . График показывает, что увеличению  $N$  соответствует возрастание параметра  $\beta$ .

Из условия (3.17) и формул (3.5) и (3.6) следует, что при заданной нагрузке  $W_{\pi/2}$  условие полной смазки (отсутствие отрыва жидкости) будет выполняться, если  $\Omega$  угловая скорость вращения шипа будет достаточно велика, то есть если

$$\Omega > \frac{W_{\pi/2} c^2}{12\pi\eta R^3} (1 - N^2)$$

Заметим, что это неравенство соответствует предельному значению параметра  $L \rightarrow 0$ .

## ON NON-SYMMETRICAL MODEL OF CYLINDRICAL BEARING HIDRODYNAMIC THEORY (SOMMERFELD PROBLEM)

L. G. PETROSIAN

ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԱՌԱՆՅՔԱԿԱԼԻ ՀԻԳՐՈԳԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ  
ՈՉ ՍԻՄԵՏՐԻԿ ՄՈԳԵԼԻ ՄԱՍԻՆ  
(ՉՈՄՄԵՐՖԵԼԴԻ ԵՆԳԻՐԸ)

Լ. Գ. ՊԵՏՐՈՍԻԱՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Գլանային առանցքակալի յուղման խնդրի լուծման համար օգտագործված է ոչ սիմետրիկ լարման թևնդորով կառուցվածքային հեղուկի մեխանիկայի մոդելը: Առանցքակալի յուղման շերտի պոկման պայմանի համար ստացված է անալիտիկ արտահայտություն: Պարզված է, որ տրված ծանրաբեռնվածության դեպքում լրիվ յուղման պայմանը (հեղուկի պոկման բացակայությունը) տեղի կունենա, նյութային հեղուկի դասական տեսության արդյունքների համեմատությամբ, ավելի փոքր անկյունային արագությունների դեպքում (կախված հեղուկի միկրոկառուցվածքից):

## ЛИТЕРАТУРА

1. Петросян Л. Г. Некоторые вопросы механики жидкости с несимметричным тензором напряжений.—Ереван: Изд-во ЕГУ, 1984. 308 с.
2. Нгуен Ван Дьеп, Листров А. Т. О неизотермической модели несимметричных жидкостей.—Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1967, №5, с. 132—136.
3. Петросян Л. Г. Элементарная гидродинамическая аналогия прокатки (Моментная теория).—Проблемы машиностроения, 1981, вып. 13, с. 38—42.
4. Петросян Л. Г. Моментная гидродинамическая теория прокатки.—Прикладная механика, 1982, т. 18, №4, с. 116—121.
5. Тарг С. М. Основные задачи теории ламинарных течений.—М.—Л.: ГИТТЛ, 1951. 420 с.

Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию  
6.VII.1987