ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա 42, № 2, 1989 Механика

УДК 539.375:517.946

О ТЕПЛОВОМ УДАРЕ В ТОНКОЙ ПЛАСТИНКЕ С ТРЕЩИНОЙ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛООБМЕНА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

КОЗЛОВ В. А., МАЗЬЯ В. Г., ПАРТОН В. З.

Рассматривается задача о тепловом ударе в тонкой пластинке с прямолинейной трещиной при учете теплообмена с окружающей средой. В п. 2 найдено представление для $K_1(t)$ в случае плоскости с полубесконечным разрезом. В п. 3 приводится асимптотический анализ этого представления, причем показано, что при «малых» t влиянием теплообмена можно пренебречь, а при «больших» t прослеживается выход на квазистатический режим, изученный в [1]. В заключительном п. 4 для ограниченной тонкой пластинки показано, что коэффициент интенсивности растягивающих напряжений асимптотически эквивалентен $K_1(t)$ при $t\ll 1$

Работа является развитием статьи авторов [2], в которой аналогичные вопросы изучались без учета явления теплообмена.

1. Постановка задачи. Пусть K—плоскость с выброшенной полуосью $\Gamma=\{x=(x_1, x_2): x_2=0, \ x_1\leqslant 0\}$

Уравнение

$$a^2\Delta T-\sigma^2T-\partial T/\partial t=0 \tag{1.1}$$

описывает среднее по толщине распределение температуры в тонкой пластинке $K\times[-h, h]$, на боковых поверхностях которой происходит теплообмен с окружающей средой нулевой температуры по закону Ньютона, a—коэффициент температуропроводности, $\sigma^2=\alpha/(c\rho h)$, α—коэффициент теплоотдачи с поверхностей $z=\pm h$, c—удельная теплоемкость.

Предположим, что в начальный момент времени пластинка имела нулевую температуру, а затем берега трещины мгновенно приобрели температуру T_0, то есть

$$T=T_0 \quad \text{на} \quad \Gamma\times(0,\infty), \quad T=0 \quad \text{при} \quad t=0 \tag{1.2}$$

Возникающие в пластинке смещения удовлетворяют краевой задаче

$$-\rho\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}+\mu\Delta U+(\mu+\lambda_*)\operatorname{grad}\operatorname{div}U=\gamma_*\operatorname{grad} T \text{ на } K\times(0,\infty)$$

$$\lambda_* \operatorname{div} U + 2\mu \frac{\partial U}{\partial x_2} = \gamma_* T \quad \text{на} \quad \Gamma \times (0, \infty)$$

$$\mu \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right) = 0 \quad \text{на} \quad \Gamma \times (0, \infty) \tag{1.3}$$

$$U = \partial U / \partial t = 0 \quad \text{при} \quad t = 0$$

Здесь $\lambda_* = 2\lambda\mu(\lambda + 2\mu)^{-1}$, $\gamma_* = 2\mu\alpha_T(1+\nu)(1-\nu)$, λ — постоянная Ламе, μ—модуль сдвига, ν—коэффициент Пуассона, α_T—коэффициент линейного расширения.

2. Формула для $K_1(t)$. Пусть Φ—решение краевой задачи

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - a^2 \Delta \Phi = 0, \quad \Phi = 1 \quad \text{на} \quad \Gamma \times (0, \infty), \Phi = 0 \quad \text{при} \quad t = 0$$

Непосредственно проверяется, что функция

$$T(x, t) = T_0 \left(\exp(-\sigma^2 t) \Phi(x, t) + \sigma^2 \int_0^t \exp(-\sigma^2 \tau) \Phi(x, \tau) d\tau \right) \tag{2.1}$$

удовлетворяет задаче (1.1), (1.2). Обозначим через $R(t)$ коэффициент интенсивности растягивающих напряжений, порожденных температурным полем $T_* = \exp(-\sigma^2 t)\Phi$ в пластинке при нулевом теплообмене с внешней средой. Пусть еще $K_1(t)$—коэффициент интенсивности напряжений в исходной задаче (коэффициент интенсивности сдвиговых напряжений $K_{II}(t)$ равен нулю). Тогда

$$K_1(t) = T_0 \left(R(t) + \sigma^2 \int_0^t R(\tau) d\tau \right) \tag{2.2}$$

В дальнейших промежуточных вычислениях будем предполагать, что $a = 1$. Пусть

$$\Phi^{FL}(\xi, x_2, p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \exp(-pt + i\xi x_1) \Phi(x_1, x_2, t) dx_1 dt$$

Согласно п. 2, [2]

$$\Phi^{FL}(\xi, x_2, p) = -\frac{p^{-3/2}}{2\pi i(\xi + i0)} (p^{1/2} + i\xi)^{-1/2} \exp(-\sqrt{p + \xi^2}\, x_2), \qquad x_2 > 0$$

Следовательно,

$$T_*^{FL}(\xi, x_2, p) = -\frac{(p + \sigma^2)^{-3/2}}{2\pi i(\xi + i0)} \left((p + \sigma^2)^{1/2} + i\xi \right)^{-1/2} \exp\left(-\sqrt{p + \sigma^2 + \xi^2}\, x_2\right)$$

В дальнейшем $b_1 = \sqrt{\rho/(\lambda_* + 2\mu)}$, $b_2 = \sqrt{\rho/\mu}$,—величины, обратные к скоростям волн расширения и сдвига соответственно, и c_R—скорость волн Рэлея, то есть положительный корень уравнения

$$(2-b_2^2c^2)^2-4\sqrt{1-b_2^2c^2}\sqrt{1-b_2^2c^2}=0$$

В [2] (п. 3) получено следующее представление для преобразования Лапласа коэффициента интенсивности напряжений R(t), порожденных четным по переменной x_2 температурным полем:

$$R^L(p)=-2\gamma_*\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}T_*^L(x_1,x_2,p)\operatorname{div}\zeta^L(x_1,x_2,p)dx_1dx_2 \qquad (2.3)$$

где

$$\zeta_1^{FL}(\xi,x_2,p)=\Psi(p,\xi)\left(\frac{\xi^2+\gamma_2^2}{2\gamma_1}\exp(-\gamma_1x_2)-\gamma_2\exp(-\gamma_2x_2)\right)$$

$$\zeta_1^{FL}(\xi,x_2,p)=-\Psi(p,\xi)\left(\frac{\xi^2+\gamma_2^2}{2i\xi}\exp(-\gamma_1x_2)+i\xi\exp(-\gamma_2x_2)\right)$$

$$\Psi(p,\xi)=A\frac{i\xi}{p^2}\frac{\sqrt{b_1p-i\xi}}{p-ic_R\xi}D_+(p,\xi),\ \ A=\frac{b_1^{-2}c_R}{\sqrt{2}\,\pi}\,\frac{1-\nu}{2}$$

$$D_+(p,\xi)=\exp\left[\frac{1}{\pi}\int_{b_1}^{b_2}\frac{\varphi(\alpha)}{\alpha+i\xi/p}\,d\alpha\right]$$

$$\varphi(\alpha)=\operatorname{arctg}\frac{4\alpha^2\sqrt{b_2^2-\alpha^2}\sqrt{\alpha^2-b_1^2}}{(2\alpha^2-b_2^2)^2}$$

$$\gamma_n=\sqrt{\xi^2+b_n^2p^2},\quad n=1,2$$

Формула (2.3) позволит в дальнейшем найти представление для R(t), минуя решение термоупругой задачи. Следующие преобразования имеют целью придать правой части равенства (2.3) более удобный вид.

Применяя к правой части в (2.3) равенство Парсеваля по x_1, а затем интегрируя по x_2, получаем

$$R^L(p)=A\gamma_*b_1^2\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(p+\sigma^2)^{-3/4}((p+\sigma^2)^{1/2}+i\xi)^{-1/2}}{i(\xi+i0)}(\sqrt{p+\sigma^2+\xi^2}+$$

$$+\sqrt{b_1^2p^2+\xi^2})^{-1}\,\frac{(2\xi^2+b_2^2p^2)Q\left(-\dfrac{\xi}{ib_1p}\right)}{\sqrt{b_1p-i\xi}(p+ic_R\xi)}d\xi \qquad (2.4)$$

Здесь обозначено

$$Q(\xi)=\exp\left[\frac{1}{\pi}\int_1^{\beta}\frac{\varphi(\alpha)}{\alpha+\xi}\,d\alpha\right],\ \beta_2=b_2b_1^{-1}$$

Используя очевидное тождество

$$\delta(\xi)=\frac{1}{2\pi i(\xi-i0)}-\frac{1}{2\pi i(\xi+i0)}$$

преобразуем выражение (2.4) к виду

$$R^L(p)=-\frac{2\pi A\gamma_* b_1^{3/2}b_2Q(0)p^{1/2}}{(\sqrt{p+\sigma^2}+b_1p)(p+\sigma^2)}+A\gamma_* b_1^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{(p+\sigma^2)^{-3/4}((p+\sigma^2)^{1/2}+i\xi)^{-1/2}}{i(\xi-i0)}\times$$

$$\times(\sqrt{p+\sigma^2+\xi^2}+\sqrt{b_1^2p^2+\xi^2})^{-1}\frac{(2\xi^2+b_2^2p^2)Q\left(\frac{-\xi}{ib_1p}\right)}{\sqrt{b_1p-i\xi}(p+ic_R\xi)}d\xi \qquad (2.5)$$

Непосредственно проверяется тождество

$$((p+\sigma^2)^{1/2}+i\xi)^{-1/2}(\sqrt{p+\sigma^2+\xi^2}+\sqrt{b_1^2p^2+\xi^2})^{-1}(b_1p-i\xi)^{-1/2}=$$

$$=\frac{1}{b_1^2p^2-p-\sigma^2}\left(\frac{\sqrt{b_1p+i\xi}}{\sqrt{(p+\sigma^2)^{1/2}+i\xi}}-\frac{\sqrt{(p+\sigma^2)-i\xi}}{\sqrt{b_1p-i\xi}}\right)$$

Функция $((p+\sigma^2)^{1/2}-i\xi)^{1/2}(b_1p-i\xi)^{-1/2}$—аналитическая в плоскости с разрезом $(-ib_1p,\ -i(p+\sigma^2)^{1/2})$, а функция $(b_1p+i\xi)^{1/2}((p+\sigma^2)^{1/2}+i\xi)^{-1/2}$ —аналитическая при $\mathrm{Im}\,\xi<0$. Поскольку подынтегральное выражение в (2.5) равно $o(1/|\xi|)$ при больших $|\xi|$, то интегрирование по оси $\mathrm{Im}\,\xi$ можно заменить интегрированием (против часовой стрелки) по замкнутому контуру $\Gamma_0(p)$, расположенному в полуплоскости $\mathrm{Im}\,\xi<0$ и охватывающему точки $-ib_1p$, $-i(p+\sigma^2)^{1/2}$. Следовательно,

$$R^L(p)=-2\pi\frac{A\gamma_* b_1^{3/2}b_2Q(0)p^{1/2}}{(\sqrt{p+\sigma^2}+b_1p)(p+\sigma^2)}+J(p)$$

где

$$J(p)=\frac{A\gamma_* b_1^2(p+\sigma^2)^{-3/4}}{b_1^2p^2-p-\sigma^2}\int\limits_{\Gamma_0(p)}\frac{Q\left(\frac{i\xi}{b_1p}\right)}{i\xi}\frac{\sqrt{(p+\sigma^2)^{1/2}-i\xi}}{\sqrt{b_1p-i\xi}}\frac{2\xi^2+b_2^2p^2}{p+ic_R\xi}d\xi$$

Полагая в последнем интеграле $i\xi=\eta$, находим

$$J(p)=-\frac{A\gamma_*(p+\sigma^2)^{-3/4}b_1^2 i}{b_1^2p^2-p-\sigma^2}\int\limits_{\Gamma(p)}\frac{Q(\eta/b_1p)}{\eta}\times$$

$$\times\frac{\sqrt{(p+\sigma^2)^{1/2}-\eta}}{\sqrt{b_1p-\eta}}\frac{b_2^2p^2-2\eta}{p+c_R\eta}d\eta$$

где $\Gamma(p)$—контур $\Gamma_0(p)$, повернутый на $\pi/2$. Заменяя контурное интегрирование $\Gamma(p)$ интегрированием по отрезку $[b_1p,\ (p+\sigma^2)^{1/2}]$, находим окончательное представление для $R^L(p)$:

$$R^L(p)=-\frac{2\pi A\gamma_* b_1^{3/2}b_2^2Q(0)p^{1/2}}{(\sqrt{p+\sigma^2}+b_1p)(p+\sigma^2)}-2\frac{A\gamma_*(p+\sigma^2)^{-3/4}b_1^2}{b_1^2p^2-p-\sigma^2}\times$$

$$\times\int\limits_{b_1 p}^{(p+\sigma^2)^{1/2}} \frac{\sqrt{(p+\sigma^2)^{1/2}-\eta}}{\sqrt{\eta-b_1 p}}\,\frac{b_2^2 p^2-2\eta^2}{p+c_R\eta}\,\frac{Q(\eta/b_1 p)}{\eta}\,d\eta$$

Следующая цель—найти $R(t)$. Обозначив первое и второе слагаемое через $j^L(p)$, $g^L(p)$, а $\beta_R=c_R^{-1}b_1^{-1}$, можем записать

$$j(t)=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{\beta_2^2}{\beta_R}(1-\nu)\gamma_*Q(0)b_1^{1/2}\exp(-t\sigma^2)\left[\int\limits_0^{\infty}(\exp(-tz^2/b_1^2)-1)\times\right.$$

$$\times\frac{(z^2+b_1^2\sigma^2)^{3/2}}{(z^2+b_1^2\sigma^2)^2+z^2}\,\frac{dz}{z}-\int\limits_0^{b_1\sigma}(\exp(tz^2/b_1^2)-1)\times$$

$$\left.\times\frac{(b_1^2\sigma^2-z^2)^{1/2}}{b_1^2\sigma^2-z^2+z}\,\frac{dz}{z}\right]$$

Здесь было использовано равенство $j(t)=0$ при $t=0$, вытекающее из аналитичности функции $j(p)$ в плоскости с разрезом по лучу $[-\infty+i0,\ -\sigma^2+i0]$ и оценки $j(p)=o(|p|^{-1})$ при $|p|\to\infty$. Перейдем к вычислению $g(t)$. Как и в случае функции $j(t)$, справедливо равенство $g(t)=0$ при $t=0$. Поэтому

$$g(t)=\frac{\exp(-t\sigma^2)}{2\pi i}\int\limits_S(\exp(tp)-1)g^L(p-\sigma^2)dp=-\frac{\exp(-t\sigma^2)}{\pi i b_1^2}\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}(\exp(-tz^2/b_1^2)-1)g^L\left(-\frac{z^2}{b_2^2}-\sigma^2\right)z\,dz$$

где S—дважды пройденная против часовой стрелки вещественная отрицательная полуось.

Положим $G(q)=g^L(-q/b_1^2-\sigma^2)$. Тогда

$$G(q)=-2\frac{A\gamma q^{-3/4}b_1^4 b_1^{3/2}}{(q-b_1^2\sigma^2)^2-q}\int\limits_{q-b_1^2\sigma^2}^{q^{1/2}}\frac{\sqrt{q^{1/2}-x}}{\sqrt{x-(q-b_1^2\sigma^2)}}\times$$

$$\times\frac{\beta_2^2(q-b_1^2\sigma^2)^2-2x^2}{q-b_1^2\sigma^2+\beta_R^{-1}x}\,\frac{Q\left(\dfrac{x}{q-b_1^2\sigma^2}\right)}{x}\,dx$$

После замены $x=[q^{1/2}-(q-b_1^2\sigma^2)]y+q-b_1^2\sigma^2$ находим

$$G(q)=-\frac{2A\gamma q^{-3/4}b_1^{4+3/2}[q^{1/2}-(q-b_1^2\sigma^2)]}{(q-b_1^2\sigma^2)^2-q}\,H\left(\frac{q^{1/2}}{b_1^2\sigma^2-q}\right)$$

где

$$H(\tau)=\int\limits_0^1\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}}\,\frac{(\beta_2^2-2(1-(\tau+1)x)^2)Q(1-(\tau+1)x)}{(1+\beta_R^{-1}(1-(\tau+1)x))(1-(\tau+1)x)}\,dx$$

Отсюда получаем

$$G(-z^2)=-\frac{2A\gamma_*(iz)^{-3/2}b_1^{1+3/2}}{z^2+b_1^2\sigma^2-iz}H\left(\frac{iz}{z^2+b_1^2\sigma^2}\right)$$

и, следовательно,

$$g(t)=\frac{1-\nu}{\pi^2\beta_R}\gamma_* b_1^{1/2}\exp(-t\sigma^2)\int_0^\infty(1-\exp(-tz^2/b_1^2))\times$$

$$\times z^{-1/2}\mathrm{Im}\left(\frac{1+i}{z^2+b_1^2\sigma^2-iz}H\left(\frac{iz}{z^2+b_1^2\sigma^2}\right)\right)dz$$

Объединяя полученные представления для j, g, находим

$$R(t)=\frac{1-\nu}{2}\gamma_* t^{1/4}\exp(-\sigma^2 t)M(b_1 t^{-1/2}, b_1\sigma)$$

$$M(h,\delta)=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\frac{\beta_2^2}{\beta_R}Q(0)h^{1/2}E(h,\delta)+\frac{2h^{1/2}}{\pi^2\beta_R}F(h,\delta) \tag{2.6}$$

$$E(h,\delta)=\int_0^\infty(\exp(-z^2/h^2)-1)\frac{(z^2+\delta^2)^{3/2}}{(z^2+\delta^2)^2+z^2}\frac{dz}{z}-$$

$$-\int_0^\delta(\exp(z^2/h^2)-1)\frac{(\delta^2-z^2)^{1/2}}{\delta^2-z^2+z}\frac{dz}{z}$$

$$F(h,\delta)=\int_0^\infty(1-\exp(-z^2/h^2))z^{-1/2}\mathrm{Im}\left(\frac{1+i}{z^2+\delta^2-iz}H\left(\frac{iz}{z^2+\delta^2}\right)\right)dz$$

Подставляя выражение (2.6) для R в формулу (2.2) для $K_1(t)$ и отказавшись от предположения $a=1$, приходим к следующему окончательному представлению для коэффициента интенсивности напряжений:

$$K_1(t)=\gamma_* T_0\frac{1-\nu}{2}(a^{1/2}t^{1/4}\exp(-\sigma^2 t)M(h,\delta)+$$

$$+2ab^{1/2}\delta^2\int_0^{1/h}\tau^{-3/2}\exp(-\delta^2\tau^2)M(1/\tau,\delta)d\tau) \tag{2.7}$$

Здесь использованы автомодельные переменные $h=b_1 a t^{-1/2}$, $\delta=b_1 a\sigma$.

3. Асимптотика коэффициента интенсивности $K_1(t)$. При некоторых соотношениях параметров можно провести асимптотический анализ равенства (2.7). Пусть, например, $\delta\ll h$. Поскольку

$$E(h,\delta)\sim\int_0^\infty(\exp(-x^2/h^2)-1)\frac{1}{1+x^2}dx$$

$$F(h,\delta)\sim\int\limits_0^\infty(1-\exp(-x^2/h^2))x^{-3/2}\,\mathrm{Im}\left[\frac{1+i}{x-i}H\left(\frac{i}{x}\right)\right]dx$$

то в силу (2.7) при $\sigma^2 t\ll 1$

$$K_1(t)\sim T_0\gamma_*\frac{1-\nu}{2}a^{1/2}t^{1/4}M(b_1at^{-1/2},0)$$

Как показано в [2] (см. (5.8), [2]), правая часть последней формулы совпадает с коэффициентом $K_1(t)$ при отсутствии теплообмена.

В каждом из случаев $h\gg 1$ или $\delta\gg 1$

$$E(h,\delta)\sim\delta^{-1}\mathscr{E}(\delta/h),\ F(h,\delta)\sim H(0)\delta^{-3/2}\mathscr{F}(\delta/h)$$

$$\mathscr{E}(\tau)=\int\limits_0^\infty(\exp(-\tau^2x^2)-1)(1+x^2)^{-1/2}\frac{dx}{x}-$$

$$-\int\limits_0^1(\exp(\tau^2x^2)-1)(1-x^2)^{-1/2}\frac{dx}{x}$$

$$\mathscr{F}(\tau)=\int\limits_0^\infty(1-\exp(-\tau^2x^2))x^{-1/2}(1+x^2)^{-1/2}dx$$

Отсюда вытекает, что при $h\gg 1$ или при $\delta\gg 1$

$$M(h,\delta)\sim\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\frac{\beta_2^2}{\beta_R}Q(0)h^{-1/2}\mathscr{E}(\delta/h)$$

Что вместе с (2.7) приводит к асимптотике

$$K_1(t)\sim\frac{(1-\nu)\sqrt{2}\,\beta_2^2}{\pi\beta_R}G(0)T_0\gamma_*b_1^{-1/2}t^{1/2}(\exp(-\sigma^2t)\mathscr{E}(\sigma t^{1/2})+$$

$$+2(\sigma t^{1/2})^{-1}\int\limits_0^{\sigma t^{1/2}}x^2\exp(-x^2)\mathscr{E}(x)dx)$$

где либо $b_1a\gg t^{1/2}$, либо $b_1\sigma a\gg 1$.

Из (3.1) следует, что в зоне $\min\{b_1a,\sigma^{-1}\}\gg t^{1/2}$ имеет место асимптотика (6.4), [2], выведенная при $\sigma=0$, то есть без учета теплообмена.

Рассмотрим случай $\delta\leqslant h\ll 1$, то есть $b_1a\ll t^{1/2}\leqslant\sigma^{-1}$. Имеем

$$F(h,\delta)\sim h^{-1/2}\int\limits_0^\infty(1-\exp(-x^2))x^{-1/2}\mathrm{Im}\left[\frac{(1+i)H(\infty)}{h(x^2+\delta^2/h^2)-ix}\right]dx\sim$$

$$\sim H(\infty)h^{-1/2}\int\limits_0^\infty(1-\exp(-x^2))x^{-3/2}dx=-2\pi\beta_R\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)h^{-1/2}$$

Поскольку $E(h, \delta)=O(1)$, то $M(h, \delta) \sim -4\Gamma(3/4)/\pi$. Подставляя этот результат в (2.7), заключаем

$$K_1(t) \sim -\gamma_* T_0 \frac{1-\nu}{2\pi} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) a^{1/2} \sigma^{-1/2} \int\limits_0^{\sigma^2 t} \tau^{-3/4} \exp(-\tau) d\tau$$

при $b_1 a \ll t^{1/2} \leqslant \sigma^{-1}$. Полученная асимптотика согласуется с найденной в п. 4 [1] для квазистатической задачи.

4. Учет теплообмена в ограниченной тонкой пластинке с трещиной. В заключение коротко остановимся на случае ограниченной тонкой пластинки $\Omega \times (-h, h)$, на боковых поверхностях которой происходит теплообмен с окружающей средой нулевой температуры.

Пусть Ω_0—плоская область с гладкой границей Γ_0. В Ω имеется прямолинейный разрез l, соединяющий начало координат $0 \in \Omega$ с точкой $A \in \Gamma_0$, под Γ будем понимать контур Γ_0, дополненный дважды пройденным отрезком l, а под Ω—область, ограниченную Γ.

Температура $\mathcal{T}$ определяется из краевой задачи

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial t} + \sigma^2 \mathcal{T} - a^2 \Delta \mathcal{T} = 0 \quad \text{на } \Omega \times (0, \infty)$$

$$\mathcal{T} = T_0 \quad \text{на} \quad \Gamma \times (0, \infty), \ \mathcal{T} = 0 \quad \text{при} \quad t = 0$$

а вектор смещений U—из задачи

$$-\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \mu \Delta U + (\lambda_* + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} U = \gamma_* \operatorname{grad} \mathcal{T} \quad \text{на} \quad \Omega \times (0, \infty)$$

$$\lambda_* \operatorname{div} U + 2\mu \partial U_n / \partial n = \gamma_* \mathcal{T} \quad \text{на} \quad \Gamma \times (0, \infty)$$

$$\mu(\partial U_n / \partial \tau + \partial U_\tau / \partial n) = 0 \quad \text{на} \quad \Gamma \times (0, \infty)$$

$$U = \partial U / \partial t = 0 \quad \text{при} \quad t = 0$$

где n, τ—нормаль и касательная к Γ.

Обозначим через $\mathcal{K}_j(t)$ ($j=$I, II) коэффициенты интенсивности напряжений в вершине трещины l. Пусть $K_1(t)$—коэффициент растягивающих напряжений в рассмотренном ранее случае бесконечной пластинки.

Повторяя с несущественными изменениями рассуждения, приведенные в п. 7. [2] можно получить оценки

$$|\mathcal{K}_1(t) - K_1(t)| \leqslant C_N T_0 s^{1/2} \gamma_* \left| \frac{a^2 t}{s^2(1+\sigma^2 t)} \right|^N$$

$$|\mathcal{K}_{11}(t)| \leqslant C_N T_0 s^{1/2} \gamma_* \left| \frac{a^2 t}{s^2(1+\sigma^2 t)} \right|^N$$

где $2t \leqslant b_1 s$ и $a t^{1/2} \leqslant s$, N—любое положительное число, величина C_N зависит от коэффициента Пуассона ν, числа N и геометрии границы Γ_0. Тем самым, $\mathcal{K}_1(t) \sim K_1(t)$ и $\mathcal{K}_1^2(t) + \mathcal{K}_{11}^2(t) \sim K_1^2(t)$ при малых t.

ON A THERMAL SHOCK IN A THIN PLATE WITH A CRACK UNDER HEAT CONVECTION

V. A. KOZLOV, V. G. MAZYA, V. Z. PARTON

ՃԱՔ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԲԱՐԱԿ ՍԱԼՈՒՄ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ՀԱՐՎԱԾԻ ԽՆԴԻՐԻ ՇՐՋԱՊԱՏԻ ՀԵՏ ՋԵՐՄԱՓՈԽԱՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Վ. Ա. ԿՈԶԼՈՎ, Վ. Գ. ՄԱԶՅԱ, Վ. Զ. ՊԱՐՏՈՆ

Ամփոփում

Ուսումնասիրվում է ուղղագիծ ճաքով բարակ թաղանթում ջերմաստիճանի կտրուկ փոփոխմամբ պայմանավորված ջերմային հարվածը՝ Նյուտոնի օրենքով տեղի ունեցող ջերմափոխանակության առկայության դեպքում։

Գտնված է լարումների ինտենսիվության գործակցի ասիմպտոտիկները։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Козлов В. А., Мазья В. Г., Партон В. З.* Асимптотика коэффициентов интенсивности напряжений в квазистатических температурных задачах для области с разрезом. — ПММ, 1985, т. *49*, вып. 4, с. 627—636.
2. *Козлов В. А., Мазья В. Г., Партон В. З.* О тепловом ударе в области с трещиной. — ПММ, 1988, т. *52*, вып. 2, с. 318—326.

Московский институт химического машиностроения

Поступила в редакцию
10.III.1987