

УДК 539.3

МАГНИТОУПРУГАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКИХ ТЕЛ,  
СЛУЖАЩИХ ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО  
ТОКА

БЕЛУБЕКЯН М. В., КАЗАРЯН К. Б.

Вопросы неустойчивости упругих токонесущих конструкций, обусловленной взаимодействием электрического тока с собственным магнитным полем, являются новыми в области механики твердого деформируемого тела. Эти исследования, являющиеся частью научного направления—теории магнитоупругости, получили отдельное развитие в силу широкого использования токонесущих упругих элементов конструкций в современной технике. Упругие конструкции с током применяются, в частности, в магнитах, создающих сильные магнитные поля, для исследовательских целей в физике высоких энергий; в устройствах типа «Токамак»; в магнитогидродинамических генераторах для прямого преобразования тепловой энергии в электрическую; в транспортных устройствах на магнитной подушке.

Теоретические исследования по неустойчивости упругих конструкций, в основном, относятся к модельным конструкциям типа тонких стержней, пластин и оболочек. Настоящая работа является обзором, имеющихся в научной литературе исследований по устойчивости тонкостенных систем. Наш обзор не претендует на полное приведение всех работ по этой тематике, но мы по крайней мере старались изложить в достаточной мере современное положение дел в этой новой тематике. В научной литературе имеются обзоры [5, 24, 32, 39] по общим вопросам теории магнитоупругости, которые затрагивают также и исследования, интересующие нас.

1. К первому исследованию по устойчивости токонесущего твердого тела следует отнести работу Леонтовича М. А., Шафранова В. Д. [25] (1958), в которой для гибкого стержня без учета его жесткости показано, что собственное магнитное поле вызывает неустойчивость по отношению формы проводника. Задача решалась в рамках модели идеального проводника (ток считался поверхностным) и малости искажения формы. Показано, что прямой проводник с током неустойчив при любых значениях силы тока. Исследовано также влияние внешнего продольного магнитного поля, приводящего к стабилизации проводника.

В работах Долбина Н. И. (1962), Долбина Н. И. и Морозова А. И. (1966) [18, 19] обобщены результаты работы [25] на случай, когда

учитываются упругие силы (жесткость) стержня. Получено дисперсионное уравнение, определяющее зависимость фазовой скорости длинноволновых изгибных колебаний упругого стержня с поверхностным током. Для стержней с круговым и эллиптическими сечениями получены критические значения силы тока, превышение которых приводит к потере упругой устойчивости.

Прудников В. В. (1968) в работе [29] рассмотрел задачу колебаний стержня с поверхностным током при наличии вне стержня однородного постоянного продольного магнитного поля. Получено дисперсионное уравнение и рассмотрены случаи продольных и изгибных колебаний. Изучено влияние внешнего магнитного поля. В работе [30] Прудников В. В. (1972) изучил вопрос колебаний идеально-проводящего упругого стержня с током, находящегося в идеально-проводящей цилиндрической жесткой трубе, когда между трубой и стержнем имеется продольное магнитное поле. Показано, что наличие идеально-проводящей стенки трубы повышает устойчивость длинноволновых изгибных волн.

В работе [15] Вандакурова Ю. В. и Колесниковой Э. В. (1967) исследована устойчивость конечно-проводящего упругого стержня с однородно-распределенным током, когда принимаются во внимание индукционные токи, обусловленные подвижностью упругого тела [3]. Рассмотрен случай плохой проводимости, позволяющий не рассматривать решения уравнений Максвелла. На основе численного анализа дисперсионного соотношения изучены условия возникновения неустойчивости. Полученные в работе выводы сравниваются с экспериментальными данными, в частности, работы [1], где изучены механизмы разрушения металлической проволоки при пропускании через нее импульса тока большой плотности.

Для конечно-проводящего стержня, когда ток равномерно распределен по толщине в работе [35] Chattopadhyay S., Moon F. C. (1975) теоретически и экспериментально показано существование неустойчивости. Получена следующая аналитическая формула относительно критической силы тока, превышение которой приводит к потере упругой устойчивости (в системе СИ):

$$\mu_0 J_0^2 = \frac{4\pi k^2 GE}{\ln(2/kr) - 1,327} \quad (kr \ll 1) \quad (1.1)$$

В (1.1)  $\mu_0$ —магнитная проницаемость вакуума,  $J_0$ —сила тока,  $E$ —модуль упругости,  $G$ —момент инерции,  $k$ —волновое число,  $r$ —радиус поперечного сечения. Для медного стержня с параметрами  $E = 8,7 \cdot 10^{10}$  Па,  $r = 1,6 \cdot 10^{-3}$  м,  $L = 0,66$  м ( $L$ —длина стержня) критическая сила тока равна  $J_{0*} \approx 4086$  а.

В формуле (1.1) при замене числовой постоянной на 1,077 получается результат работы [19] для стержня с поверхностным током.

В работе [34] Chattopadhyay S. (1979) предложил вариационный метод для исследования магнитоупругой устойчивости токонесущих конструкций. Предложенный метод был использован к задаче для

упругого стержня с током и было проведено сравнение с результатами работы [35].

Ряд экспериментов по устойчивости токонесущих упругих стержней и колец выполнены в работах [40, 41] Moon F. S., Swanson C. (1977, 1979).

В исследованиях [31, 36, 37, 42], представленных на международный симпозиум по электромагнитомеханическому воздействию деформируемых твердых тел и конструкций (Токио, 1986), обсуждены вопросы устойчивости и колебаний: сверхпроводящих упругих колец с током [31], системы упругих колец соленоидального сверхпроводящего магнита [36], токонесущей «бессиловой» цилиндрической оболочки [37], линии (упругой нити) передачи электрического тока при токах короткого замыкания [42].

Исследованию вопроса устойчивости токонесущих упругих стержней во внешнем магнитном поле посвящены работы [37, 22] (1985, 1986). Для стержней со слабым током (без учета явления неустойчивости, обусловленного самовоздействием тока с собственным магнитным полем) изучен вопрос пространственной потери устойчивости при наличии внешнего магнитного поля неизменного направления. Исходя из общих нелинейных уравнений статики пространственно-криволинейных стержней с учетом следящих сил Ампера, обусловленных взаимодействием тока с внешним магнитным полем, рассмотрены конкретные задачи устойчивости. Для прямого стержня с круговым сечением, когда внешнее магнитное поле параллельно току, получено следующее уравнение устойчивости (в системе СИ) [37]:

$$\frac{d^4 \tilde{w}}{dx^4} = i a_0 \frac{d \tilde{w}}{dx}, \quad a_0 = 4 J_0 B_0 L^3 / \Lambda E r^4 \quad (1.2)$$

В (1.2)  $\tilde{w} \equiv u + iv$ ;  $u(x)$ ,  $v(x)$  — нормальные изгибные перемещения стержня в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях,  $L$  — длина стержня,  $E$  — модуль упругости,  $r$  — радиус сечения,  $i \equiv \sqrt{-1}$ ;  $J_0$  — сила тока,  $B_0$  — магнитная индукция. При различных граничных условиях найдены критические значения силы тока. Для медного стержня с параметрами  $l = 0,66$  м,  $r = 1,6 \cdot 10^{-3}$  м,  $E = 0,87 \cdot 10^{11}$  Па получены следующие критические значения для силы тока  $J_{0*} = 80$  а, для индукции магнитного поля  $B_{0*} = 2,71$  Т.

Для упругого токонесущего кольца, находящегося во внешнем поперечном или осевом продольном магнитном поле, получены критические значения силы Ампера в случаях, как плоской деформации (ось стержня остается плоской кривой), так и пространственной деформации (ось стержня становится кривой двойкой кривизны) [22]. Рассмотрена также задача устойчивости плоской формы изгиба прямого стержня прямоугольного сечения вытянутой формы, когда направления тока и внешнего магнитного поля взаимно-перпендикулярны [22].

2. Устойчивость упругих прямоугольных токонесущих пластин исследована в основном в работах [3, 4, 8—12, 16, 17] (1974—1986).

Постановку задачи устойчивости токонесущих пластин кратко можно сформулировать следующим образом.

Отнесем пластинку к декартовой системе координат  $(x, y, z)$  так, чтобы срединная плоскость пластинки совпадала с плоскостью  $(x, y)$ . Пусть по пластинке течет по направлению оси  $x$  электрический ток с плотностью  $j_{0x} = \text{const}$ . Для бесконечной пластинки собственное магнитное поле в области, занимаемой пластинкой, имеет вид  $H_{0y} = -4\pi/c \cdot j_{0x}z$ . ( $c$ —электродинамическая постоянная).

Поведение токонесущей пластинки описывается следующими линейризованными уравнениями:

а) уравнения равновесия (в отношении пластинки принимается гипотеза Кирхгофа)

$$D\Delta^2 w = \int_{-d}^d \left[ R_z + z \left( \frac{\partial R_x}{\partial x} + \frac{\partial R_y}{\partial y} \right) \right] dz \quad (2.1)$$

б) уравнения Максвелла в области, занимаемой пластинкой (в гауссовой системе единиц)

$$\text{rot} \bar{h} = \frac{4\pi}{c} \sigma \bar{e}; \quad \text{div} \bar{h} = 0; \quad \text{rot} \bar{e} = 0; \quad \text{div} \bar{e} = 0 \quad (2.2)$$

в) уравнения Максвелла в областях вне материала пластинки

$$\text{rot} \bar{h}^{(s)} = 0; \quad \text{div} \bar{h}^{(s)} = 0; \quad \text{div} \bar{e}^{(s)} = 0; \quad \text{rot} \bar{e}^{(s)} = 0 \quad (2.3)$$

г) уравнение, связывающее вектор плотности пондеромоторной силы  $\bar{R}$  с возмущениями электромагнитного поля  $\bar{h}$ ,  $\bar{e}$

$$\bar{R} = \frac{1}{c} (\bar{j}_0 \times \bar{h}) + \frac{\sigma}{c} (\bar{e} \times \bar{H}_0) \quad (2.4)$$

В уравнениях (2.1)—(2.4) вектор  $\bar{h}$  и вектор  $\bar{e}$  есть возмущения магнитного поля и электрического поля, вызванные изменением формы (деформации) срединной плоскости пластинки,  $D$ —жесткость на изгиб,  $\sigma$ —коэффициент электропроводности,  $\Delta$ —оператор Лапласа.

Уравнение (2.1)—(2.4) связаны между собой посредством нелинейных граничных условий на поверхностях пластинки  $z = w \pm d$  ( $2d$ —толщина пластинки)

$$(\bar{j} \cdot \bar{n}) = 0; \quad \bar{H} = \bar{H}^{(s)} \quad (2.5)$$

где  $\bar{j} = \bar{j}_0 + \sigma \bar{e}$ ;  $\bar{H} = \bar{H}_0 + \bar{h}$ ;  $\bar{H}^{(s)} = \bar{H}_0^{(s)} + \bar{h}^{(s)}$ ,  $\bar{n}$ —вектор внешней нормали к поверхностям пластинки,  $\bar{n} = \text{grad}(w-z)/|\text{grad}(w-z)|$ .

При выводе искомого уравнения устойчивости упругие возмущения и возмущения электромагнитного поля, обусловленные изменением первоначальной формы пластинки принимаются малыми. После линейризации граничных условий (2.5) решение поставленной задачи можно привести с достаточной точностью к решению следующего уравнения

$$D\Delta^2\varpi = \frac{8\pi dj_0^2}{c^2} \varpi \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6), полученное для бесконечной прямоугольной пластинки, позволяет ее использование с определенной точностью для пластин конечных размеров. В работах [11, 16] получены значения критической плотности тока для пластин конечных размеров при различных граничных условиях. В частности, для алюминиевой шарнирно-опертой пластинки-полосы с толщиной 0,2 см и шириной 20 см критическая плотность тока равна  $j_{0*} \approx 3,53$  ка/см<sup>2</sup>.

В уравнениях (2.1)—(2.4) не приведены индуцированные электромагнитные поля, обусловленные подвижностью (скоростью) упругого тела [3], учет которых не существен при определении критических параметров неустойчивого состояния.

Устойчивость трехслойной пластинки с током, когда внешние токонесущие слои разделены диэлектриком, исследована Григоряном Б. В. (1986) [17].

В работе [7] (1973) изучен вопрос колебаний и устойчивости консольной пластинки-полосы с достаточно слабым током (эффект самовоздействия не учитывается), находящейся во внешнем поперечном магнитном поле. Получено соответствующее значение критической силы Ампера, превышение которой приводит к потере упругой устойчивости. Экспериментальное исследование устойчивости такой пластинки проведено в работе [28] (1974) Овакимяном Р. Н. и др., результаты которой хорошо согласуются с теоретическими результатами работы [7]. В работах [21], (1984) и [23] (1986) продолжены исследования по устойчивости токонесущей пластинки-полосы во внешнем поперечном магнитном поле в случае, когда торцы пластинки неподвижны в тангенциальном направлении [21], а также, когда материал пластинки является кусочно-однородным [23].

Исследование влияния внешнего продольного магнитного поля на устойчивость токонесущей пластинки проведено в работах [6] (1983), [33] (1984). Показано, что наличие внешнего магнитного поля приводит к существенной стабилизации пластинки. В частности, для медной пластинки-полосы шириной 40 см и толщиной 0,1 см внешнее магнитное поле напряженностью  $H_0 = 10^3$  э приводит к увеличению критической плотности тока в два раза.

3. Исследование устойчивости цилиндрической оболочки с током впервые было проведено Овакимяном Р. Н. (1969) в работе [26]. Для цилиндрической оболочки, по направлению образующих которой течет поверхностный электрический ток, была показана возможность потери упругой устойчивости, обусловленной начальным кольцевым сжимающим усилием, вызванным собственным магнитным давлением. Для цилиндрических оболочек с поверхностным током было в дальнейшем исследовано явление флаттера [2] (1970), устойчивость системы коаксиальных оболочек [27] (1979).

В работе [20] (1974) рассмотрена задача колебаний и устойчи-

ности цилиндрической оболочки в случае, когда по образующим оболочки течет равномерно распределенной по толщине объемный электрический ток. Показано, что индуцированные электромагнитные поля, обусловленные подвижностью (скоростью) упругой оболочки не влияют на критическую плотность электрического тока. В дальнейшем, опираясь на результаты работы [20] в рамках статического подхода в работах [14] (1982), [13] (1984), была изучена устойчивость цилиндрических оболочек с объемным однородным током, текущим вдоль образующих [14], а также с объемным током, текущим по направлению дуги направляющей окружности (соленоидальная оболочка) [13].

Для этих двух случаев протекания тока уравнения устойчивости можно записать в виде

$$D\Delta^2 w + \frac{2Ed}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - (-1)^m \frac{8\pi R d^2 j_{om}^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} (\Delta^2 w) = \frac{8\pi j_{om}^2 d}{c^2} \Delta^2 w \quad (3.1)$$

В (3.1), помимо принятых здесь обозначений,  $\alpha$ —координата вдоль образующей,  $\beta$ —координата вдоль дуги направляющей окружности;  $m=1; 2$  (для соленоидальной оболочки  $m=2$ ). Подчеркнутое слагаемое в (3.1) обусловлено начальным усилием, которое для соленоидальной оболочки является растягивающим. На основе уравнения (3.1) получены критические значения плотности для шарнирно-опертой оболочки, при различных соотношениях геометрических параметров оболочки. В частности, для медной оболочки толщиной  $2d=0,2$  см при соотношениях  $R/L=0,2$ ;  $R/d=200$  получены соответствующие критические значения плотности тока:  $j_{01} \approx 1,4$  кА/см<sup>2</sup>,  $j_{02} \approx 7,9$  кА/см<sup>2</sup>. Для оболочек с соленоидальным током показано, что, если  $R < 20d$ , то оболочка не теряет устойчивости. Для таких оболочек начальное растягивающее усилие является преобладающим и оно с увеличением тока может привести к механическому разрушению оболочки. В работе [38] (1987) предложена одна математическая модель «бессиловой» цилиндрической оболочки с неоднородным током, когда вектора плотности электрического тока и собственного магнитного поля коллинеарны. Такая оболочка в начальном недеформируемом состоянии свободна от электромагнитной нагрузки, так как начальная сила Ампера равна нулю. Определено начальное распределение по толщине оболочки продольного и окружного тока и соответствующее им распределение магнитного поля. Изучаемая оболочка генерирует в своей внутренней области продольное магнитное поле, а во внешней области — окружное магнитное поле. Показано, что возмущенное состояние упругой оболочки неустойчиво вследствие возникновения поперечных электромагнитных сил. Для полной силы тока получено критическое значение, соответствующее шарнирно-опертой оболочке

$$\frac{j_0^2}{c^2} = \frac{4\pi^2 E}{(2+\nu)(\pi-2)\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{d^2 R^2}{L^2} \quad (3.2)$$

( $\nu$ —коэффициент Пуассона).

В частном случае, для медной оболочки с параметрами  $d/L=1/500$ ,  $R=5$  см имеем  $J_{0*} \approx 9,4$  ка. Продольное магнитное поле вне материала оболочки равно  $H_{0x} \approx 3,71$  Т.

В заключении обзора в связи с последними открытиями высокотемпературной сверхпроводимости в металлооксидных керамиках мы хотим указать на важность и перспективность исследований по механической прочности и устойчивости сверхпроводящих композиционных тонких тел. Очевидно, что методы и подходы, развитые для тонких электропроводящих тел с током, могут быть успешно применены и при рассмотрении тонких тел из новых сверхпроводящих материалов.

## MAGNETOELASTIC STABILITY OF THIN BODIES USED FOR ELECTRICAL CURRENT TRANSPORTATION

M. V. BELUBEKIAN, K. V. KAZARIAN

ԷԼԵԿՏՐՈՎԱԾ ԶՈՍԱՆՔԻ ՏԵՂԱՓՈՈՑՄԱՆԸ ԾԱՌԱՅՈՂ ԲԱՐՈՎ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԱԿԵՒՍԱՆՈՍՉԳԱԿԱՆ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԲԵԿՅԱՆ, Կ. Բ. ԿԱԶԱՐՅԱՆ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատանքում բերված է գիտական գրականության մեջ եղած էլեկտրական հոսանքով առաձգական բարակապատ կառուցվածքների կայունությանը վերաբերող հետազոտությունների անսովորներ:

### ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамова К. Б., Ваницкий В. П., Вандакуров Ю. В., Златин Н. А., Перегуд Б. П. Магнитогидродинамические неустойчивости при электрическом взрыве.— Докл. АН СССР, 1966, т. 167, № 4, с. 778—781.
2. Агеев А. Н., Киселев М. И., Овакимян Р. Н. О флаттере токонесущей оболочки.— Ж. технической физики, 1970, т. 40, в. 6, с. 1159—1160.
3. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин.—М.: Наука, 1977, 272 с.
4. Амбарцумян С. А., Белубекян М. В. К задаче колебаний токонесущей пластинки-полосы.—В кн.: Труды X Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек. Кутаиси: 1975. Тбилиси: «Мецниереба», 1975, т. 2, с. 3—10.
5. Амбарцумян С. А., Белубекян М. В. Взаимодействие проводящих оболочек и пластин с электромагнитным полем.—В сб.: Механика. Ереван, Изд. ЕГУ, 1982, в. 1, с. 5—22.
6. Амбарцумян С. А., Белубекян М. В. К задаче устойчивости токонесущей пластинки. В сб.: Тр. Всес. конференции по теории пластин и оболочек, ч. I, Таллин, 1983, с. 25—28.
7. Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Колебания и устойчивость токонесущей пластинки в поперечном магнитном поле.—Докл. АН Арм. ССР, 1973, т. 57, № 5, с. 276—281.

8. Белубекян М. В. К уравнениям магнитоупругости токонесущих пластин.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1974, т. 27, №2, с. 3—12.
9. Белубекян М. В. К задаче колебаний токонесущих пластин.—Изв. АН Арм. ССР, 1975, т. 28, №2, с. 22—30.
10. Белубекян М. В. О некоторых особенностях задач магнитоупругости токонесущих пластин.—Докл. АН Арм. ССР, 1975, т. 61, №2, с. 76—81.
11. Белубекян М. В. О статической устойчивости токонесущей пластинки.—Докл. АН Арм. ССР, 1982, т. 74, с. 208—212.
12. Белубекян М. В. К задаче колебаний и устойчивости пластин с постоянным электрическим током.—В сб.: Механика, Ереван, Изд. ЕГУ, 1983, в. 3, с. 59—67.
13. Белубекян М. В., Григорян Б. В., Казарян К. Б. Магнитоупругая устойчивость соленоидальной токонесущей цилиндрической оболочки.—В сб.: III Всесоюзный симпозиум «Теоретические вопросы магнитоупругости». Ереван, Изд. ЕГУ, 1984, с. 36—40.
14. Белубекян М. В., Казарян К. Б. Выпучивание цилиндрической оболочки, служащей для транспортировки электрического тока.—В сб.: Механика, Ереван, Изд. ЕГУ, 1982, вып. 2, с. 38—43.
15. Вандакуров Ю. В., Колесникова Э. Н. Устойчивость твердого проводящего цилиндра в магнитном поле протекающего по нему тока.—Ж. технической физики, 1967, т. 37, в. II, с. 1984—1992.
16. Григорян Б. В. К вопросу обоснования уравнения статической устойчивости токонесущей пластинки.—В сб.: Механика, Ереван, Изд. ЕГУ, 1986, вып. 4, с. 197—203.
17. Григорян Б. В. Устойчивость трехслойной токонесущей пластинки.—В сб.: Механика деформируемого твердого тела. Изд. АН Арм. ССР, 1986, с. 107—114.
18. Долбин Н. И. Распространение упругих волн в токопроводящем стержне.—Ж. прикладной механики и технической физики, 1962, №2, с. 207—213.
19. Долбин Н. И., Морозов А. П. Упругие изгибные колебания стержня с электрическим током.—Ж. прикладной механики и технической физики, 1966, №3, с. 97—103.
20. Казарян К. Б. Колебания и устойчивость токонесущей цилиндрической оболочки.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1974, т. 27, №2, с. 40—57.
21. Казарян К. Б. Об одной задаче устойчивости токонесущей пластинки-полосы во внешнем магнитном поле.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1984, т. 37, №2, с. 26—30.
22. Казарян К. Б. О пространственном выпучивании упругих стержневых токопроводов во внешнем магнитном поле.—В сб.: Математические методы и физико-механические поля. Изд. «Наукова Думка», 1986, №23, с. 56—60.
23. Казарян К. Б., Белубекян М. В. К задаче устойчивости кусочно-однородной токонесущей пластинки во внешнем магнитном поле.—В сб.: Механика неоднородных структур. Материалы I Всесоюзной конференции. Изд. «Наукова Думка», 1986, с. 3—8.
24. Кудрявцев Б. А., Партон В. З. Магнитотермоупругость.—В кн.: Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела.—М.: Изд. ВИНТИ, 1981, т. 14, с. 3—59.
25. Леонтович М. А., Шафранов В. Д. Об устойчивости гибкого провода в продольном магнитном поле.—В кн.: Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций.—М.: Изд. АН СССР, 1958, т. 1, с. 207—213.
26. Овакмян Р. Н. Об устойчивости цилиндрической токонесущей оболочки бесконечной проводимости.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1969, т. 22, №4, с. 59—67.
27. Овакмян Р. Н. Об устойчивости коаксиальной системы сверхпроводящих оболочек.—Изд. АН Арм. ССР, Механика, 1979, т. 32, №3.
28. Овакмян Р. Н., Косакян Ю. И., Мартиросян Р. М. Экспериментальное исследование устойчивости токонесущей пластинки в магнитном поле.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1974, т. 27, №6, с. 68—73.



29. Прудников В. В. Упругие колебания стержня с током в продольном магнитном поле.—Ж. прикладной механики и технической физики, 1968, № 1, с. 168—172.
30. Прудников В. В. Магнитоупругие волны в токопроводящем стержне, находящемся в цилиндрической трубе.—Изв. АН СССР, Механика твердого тела, 1972, № 5, с. 123—129.
31. A. A. F. Van De Ven. Magnetoelastic Buckling of Ferromagnetic and Superconducting Structures.—Electromagnetomechanical Interactions in Deformable Solids and Structures. Proceeding of the INTAM Symposium—Amsterdam, North-Holland, 1987.
32. Ambartsumyan S. A. Magnetoelasticity of Thin Plates and Shells.—Appl. Mech. Rev. 1982, v. 35, № 1, p. 1—5.
33. Belubekyan M. V. The Vibration and Stability of Current-carrying plate in an external magnetic field.—The Mechanical Behavior of Electromagnetic solid continua. Proceedings of the IUTAM-IUPAP Symposium.—Amsterdam, North-Holland, 1984.
34. Chattopadhyay S. Magnetoelastic Instability of Structures carrying Electric Current.—Int. Jour. Solids and Struct. 1979, v. 15, № 6, p. 467—475.
35. Chattopadhyay S., Moon F. C. Magnetoelastic buckling and vibration of a rod carrying electric current.—Jour. Appl. Mech. 1975, v. 42, p. 809—814.
36. Hara K., Moon F. C. Internal Buckling and Vibration of Solenoid Magnets for High Fields.—Electromechanical Interactions in deformable solids and Structures. Proceedings of the IUTAM Symposium.—Amsterdam, North-Holland, 1987, p. 69—74.
37. Kazarian K. B. Magnetoelastic Stability of a Current-carrying Rod in an External Magnetic Field.—Engineering Transactions. 1985, v. 33, № 3, p. 277—283.
38. Kazarian K. B. Magnetoelastic Stability of a Current-carrying cylindrical Shell.—Electromechanical Interactions in Deformable Solids and Structures. Proceedings of IUTAM Symposium.—Amsterdam, North-Holland, 1987, p. 33—37.
39. Moon F. S. Problems in Magnetosolid Mechanics.—Mechanics Today, Pergamon Press, 1978, v. 4, p. 307—390.
40. Moon F. S., Swanson C. Experiments on Buckling and Vibration of Superconducting coils.—Jour. of Appl. Mech., 1977, v. 44, № 4, p. 707—713.
41. Moon F. C. Experiments on Magnetoelastic Buckling in a Superconducting Torus.—Jour. Appl. Mech., 1979, v. 46, № 1, p. 145—150.
42. Neumann U. Mechanical Vibrations in Transmission Lines due to Short Circuit Currents.—Electromechanical Interactions in Deformable Solids and Structures. Proceedings of IUTAM Symposium.—Amsterdam, North-Holland, 1987, p. 87—92.

Институт механики АН Армянской ССР

Поступила в редакцию  
24.V.1988