ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա 42, № 2, 1989 Механика

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ВОЛНЫ МОДУЛЯЦИИ В ПЛАСТИНЕ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

БАГДОЕВ А. Г., МОВСИСЯН Л. А.

Волны модуляции в физике и гидродинамике изучены достаточно хорошо [1, 2]. Сравнительно недавно начались исследования нелинейных волн модуляций для пластин и оболочек. Как известно [3], такие волны неустойчивы в материалах типа металлов.

В настоящей работе рассматриваются две задачи для проводящей пластины и непроводящей цилиндрической оболочки с магнитной жидкостью и показано стабилизирующее влияние магнитного поля на волны модуляции. Задачи решаются в геометрически линейной постановке. Принимается гипотеза недеформируемых нормалей.

1. *Вывод уравнения модуляции для пластинки с конечной проводимостью.* Пусть имеется квазимонохроматическая волна, распространяющаяся в проводящей пластине, которая находится в продольном магнитном поле $H_0(H_0, 0, 0)$. Материал пластинки—нелинейно упругий [4]. Уравнение движения пластинки с учетом нелинейности [4] имеет вид [5, 6]

$$D\left[\Delta^2 w+\frac{4h^2}{45}\gamma_2\nu_1\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^3\right]+\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\frac{h}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\sigma_{xz}^{+}+\sigma_{xz}^{-})-$$

$$-\frac{h}{2}\frac{\partial}{\partial y}(\sigma_{yz}^{+}+\sigma_{yz}^{-})-(\sigma_{zz}^{+}-\sigma_{zz}^{-})=\rho\int\limits_{-h/2}^{h/2}\left[K_z+\left(\frac{\partial K_x}{\partial x}+\frac{\partial K_y}{\partial y}\right)z\right]dz \qquad (1.1)$$

Ось x направлена по нормали к невозмущенной плоской волне, в силу чего в нелинейных членах оставлено слагаемое, содержащее лишь дифференцирование по x. В (1.1) обозначения такие же, как и в [3, 5].

Объемная сила Лоренца определяется формулой $K=\frac{1}{4\pi}(\mathrm{rot}\,h\times H_0)$, а магнитное поле—$H=H_0+h$, и имеет место

$$K_x=0,\ K_y=\frac{H_0}{4\pi\rho}\left(\frac{\partial h_y}{\partial x}-\frac{\partial h_x}{\partial y}\right),\ K_z=\frac{H_0}{4\pi\rho}\left(\frac{\partial h_z}{\partial x}-\frac{\partial h_x}{\partial z}\right) \qquad (1.2)$$

Уравнение индукции в пластине дает

$$\frac{\partial h}{\partial t}=(H_0\nabla)\,v-H_0\mathrm{div}\,v+\nu_m\Delta h \qquad (1.3)$$

где $v\left(-z\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}, -z\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial t}, \frac{\partial w}{\partial t}\right)$— скорость частицы, ν_m — магнитная вязкость ($\nu_m = c^2/4\pi\sigma$, σ—электропроводность, c—скорость света).

Уравнение (1.3) в проекциях дает

$$\frac{\partial h_x}{\partial t} = -H_0\frac{\partial v_y}{\partial y} + \nu_m\Delta h_x$$

$$\frac{\partial h_y}{\partial t} = H_0\frac{\partial v_y}{\partial x} + \nu_m\Delta h_y \qquad (1.4)$$

$$\frac{\partial h_z}{\partial t} = H_0\frac{\partial v_z}{\partial x} + \nu_m\Delta h_z$$

В диэлектрической среде (вне пластины) уравнения модуляции имеют вид

$$\operatorname{div} h' = 0, \quad \operatorname{rot} h' = 0 \qquad (1.5)$$

Решение (1.1) и (1.4) ищется в виде

$$w = \frac{1}{2}(Ae^{i\tau} + \text{к. с.}), \quad \tau = \alpha x + \beta y - \omega t, \ \omega = \omega_1 + i\omega_2$$

$$h_x = \frac{1}{2}\left(\bar{h}_x e^{i\tau} + \text{к. с.}\right)\operatorname{sh}\lambda z, \quad h_y = \frac{1}{2}\left(\bar{h}_y e^{i\tau} + \text{к. с.}\right)\operatorname{sh}\lambda z$$

$$h_z = \frac{1}{2}\left(\bar{h}_z e^{i\tau} + \text{к. с.}\right)\operatorname{ch}\lambda z \qquad (1.6)$$

а (1.5)—

$$h'_j = \frac{1}{2}\left(\bar{h}'_j e^{i\tau \mp kz} + \text{к. с.}\right), \ (j = x, y, z), \ k^2 = \alpha^2 + \beta^2 \qquad (1.7)$$

Удовлетворяя условиям на поверхностях $z = \pm h/2 - h_j = h'_j$, получим

$$\tilde{h}_x = \mp\frac{2i\alpha}{kh\lambda}\bar{h}_z, \quad \bar{h}_y = \mp\frac{2i\beta}{kh\lambda}\bar{h}_z, \quad \lambda = \sqrt{\frac{2k}{h}} \qquad (1.8)$$

Оставляя в (1.1) члены основного порядка по kh и учитывая (1.2) и (1.4), получим

$$\bar{h}_z[(\lambda^2 + k^2)\nu_m - i\omega] = \alpha\omega H_0 A$$

$$K_z = \frac{iH_0\alpha}{4\pi\rho}\left(1 + \frac{2}{kh}\right)\tilde{h}_z e^{i\tau} \qquad (1.9)$$

и следующее дисперсионное уравнение:

$$D\left(k^4 + \frac{h^2}{15}\gamma_2\gamma_1 A^2 k^8 e^{2\omega_2 t}\right) - \rho h\omega^2 = \frac{ih}{2k\pi}\,\frac{H_0^2\alpha^2\omega}{2k\nu_m - ih\omega} \qquad (1.10)$$

Следует отметить, что для идеального проводника $\nu_m=0$ и (1.10) совпадает с уравнением, полученным в [6], где правая часть (1.9) равна нулю в выбранном порядке, а $\sigma_{zz}^{+}-\sigma_{zz}^{-}$ дает этот же вклад в дисперсионное уравнение.

Принимая, что для металлов $\nu_m \sim 10^3$ см^2/сек, для частот $\omega_0 > 10^3$ сек$^{-1}$ можно (1.10) записать в виде

$$\omega=\omega_0+\frac{Dh}{30\rho\omega_0}\gamma_2\nu_1 A^2 k^8 e^{2\omega_2 t}-\frac{i}{2}\frac{H_0^2\alpha^2\nu_m}{\pi\rho h^2\omega_0^2} \tag{1.11}$$

$$\omega_0^2=\frac{D}{\rho h}k^4+\frac{H_0^2}{2\pi\rho h}\frac{\alpha^2}{k}$$

Пользуясь полученным уравнением, можно изучить нелинейную задачу устойчивости волн.

Для получения уравнения модуляции огибающих волн можно в (1.11) заменять ω, α и β соответственно на $i\partial/\partial t$, $-i\partial/\partial x$ и $-i\partial/\partial y$, при этом считать, что ось x нормальна к невозмущенной волне и поэтому β мало ($k \approx \alpha+\beta^2/2\alpha$). Тогда можно получить следующее уравнение:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^3}{\partial t^3}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)W+\frac{D}{\rho h}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^6}{\partial x^6}+\frac{5}{2}\frac{\partial^6}{\partial x^4\partial y^2}\right)W- \\ -i\frac{H_0^2}{2\pi\rho h}\frac{\partial^4 W}{\partial x^2\partial t}+D_1|W|^2\frac{\partial^{11}W}{\partial x^{10}\partial t}e^{2\omega_2 t}+ \\ +D_2\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}+\frac{1}{2}\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}\right)W=0\end{gathered} \tag{1.12}$$

$$\text{где}\quad W=Ae^{i\tau},\quad D_1=\frac{h}{15\rho}\gamma_2\nu_1 D,\quad D_2=\frac{H_0^2\nu_m}{\pi\rho h^2}$$

Уравнение модуляции можно записать еще иначе, относя решение к волне линейной задачи, эйконал которой $\tau'=\alpha x-(\omega_0+i\omega_2)t$ и полагая

$$W=Be^{i\tau'} \tag{1.13}$$

Подставляя (1.13) в (1.12) и оставляя члены с производными до второго порядка от B, можно получить дисперсионное уравнение (1.11), затухание

$$\omega_2=-\frac{D_2\alpha^2}{2\omega_0^3} \tag{1.14}$$

и уравнение модуляции

$$\begin{gathered}\frac{\partial B}{\partial t}+\frac{\partial B}{\partial x}\left[\frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha}-2i\left(\frac{1}{\omega_0}\frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha}-\frac{2}{\alpha}\right)\omega_2\right]- \\ -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}\left(i\frac{\partial^2\omega_0}{\partial\alpha^2}+X\right)+\partial^2 B\left(2\omega_2+i\omega_0\right)Y+ \\ +\frac{i}{2\omega_0}\frac{\omega_0+i\omega_2}{\omega_0+3i\omega_2}D_1 B|B|^2 e^{2\omega_2 t}\alpha^8=0\end{gathered} \tag{1.15}$$

$$X=\frac{\omega_2}{\pi^2\rho^2h^2\omega_0^4}(28D^2\pi^2\alpha^6+17D\pi H_0^2\alpha^2+1{,}5H_0^2)$$

$$Y=\frac{1}{2\rho h\alpha\omega_0}\left(\frac{H_0^2}{4\pi}-2D\alpha^3\right)$$

2. Исследование на модуляционную устойчивость. Для исследования на устойчивость (1.15) полагаем $B=a\exp(i\varphi)$ и отделяем вещественные и мнимые части. Затем, полагая $a=a_0+a'$, $\varphi=\varphi_0+\varphi'$, где a_0 и φ_0—параметры основной волны, а a' и φ'—малые возмущения, можно получить линейную систему уравнений. Хотя коэффициент при нелинейном члене (1.15) содержит множитель $\exp(2\omega_2 t)$, в силу малости диссипации решение уравнений можно искать в виде квазиплоских волн

$$\varphi'=\Phi\exp(i\theta),\quad a'=A\exp(i\theta),\quad \theta=\alpha'x+\beta'y-\Omega t \tag{2.1}$$

Тогда полученное дисперсионное уравнение для частоты волн модуляции имеет вид

$$\gamma^2+2M\gamma-N=0$$

$$\gamma=-i\Omega+i\frac{d\omega_0}{d\alpha}\alpha'+\frac{1}{2}X(\alpha')^2-2Y\omega_2(\beta')^2 \tag{2.2}$$

$$2M=3D_1a_0^2\alpha^8e^{2\omega_2t}\frac{\omega_2}{\omega_0^2},\quad N=Z\left(M\frac{\omega_0}{\omega_2}-Z\right)$$

$$Z=2i\left(\frac{1}{\omega_0}\frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha}-\frac{2}{\alpha}\right)\omega_2\alpha'+Y\omega_0(\beta')^2-\frac{1}{2}\frac{\partial^2\omega_0}{\partial\alpha^2}(\alpha')^2$$

Устойчивость волн модуляции имеет место при $\mathrm{Im}\,\Omega<0$.

а) Поперечная устойчивость ($\alpha'=0$). В этом случае (2.1) дает

$$\Omega-2iY\omega_2(\beta')^2=i\left(-\frac{3}{2}\frac{D_1a_0^2}{\omega_0^2}\omega_2\alpha^8e^{2\omega_2t}\pm i\sqrt{\delta}\right) \tag{2,3}$$

$$\delta=M\frac{\omega_0^2}{\omega_2}Y(\beta')^2-Y^2\omega_0^2(\beta')^4$$

где удержаны малые порядка ω_2.

В случае $\omega_2=0$ устойчивость соответствует полям

$$(\beta')^2>\frac{3D_1}{2\omega_0^2Y}a_0^2\alpha^8 \tag{2.4}$$

которые заведомо выполняются при $Y>0$.

При $\omega_2=0$ и при выполнении (2.4) из (2.3) следует, что

1) при $Y<0$ $\mathrm{Im}\,\Omega>0$ и волны неустойчивы

2) при $Y>0$ $\mathrm{Im}\,\Omega<0$ и волны устойчивы.

Таким образом, для $Y>0$ как в недиссипативном ($\omega_2=0$), так и в диссипативном ($\omega_2\neq0$) случаях имеется устойчивость, как и при адиабатическом приближении.

В остальных вариантах волны неустойчивы относительно поперечных возмущений.

б) При рассмотрении продольной устойчивости следует полагать $\beta'=0$ и выражение для Ω будет

$$\Omega=\frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha}\alpha'-\frac{i}{2}X(\alpha')^2-iM\pm i\sqrt{\bar{\delta}}$$
$$\bar{\delta}=Z\left(\frac{3}{2}\frac{D_1}{\omega_0}a\delta\alpha^6-Z\right) \tag{2.5}$$

При $\omega_2=0$ волны устойчивы для $\bar{\delta}<0$, что заведомо выполнено для адиабатического случая [6] и при

$$H_0^2>4\pi D\alpha^2(4+3\sqrt{2}), \quad -D_1\frac{d^2\omega_0}{d\alpha^2}<0 \tag{2.6}$$

При $\omega_2\neq 0$ можно показать, что как и для вязкоупругой пластинки [7], волны модуляции неустойчивы.

3. Конвективная и абсолютная устойчивость волны. Помимо обычной модуляционной устойчивости представляет интерес также изучение устойчивости волн модуляций при заданных начальных условиях, то есть абсолютной и конвективной устойчивостей [9]. В силу крайней сложности вопроса ограничимся случаем $\omega_2=0$, тогда из (2.2) получится

$$\Omega^2=a_0^2\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0 J+\frac{1}{4}J^2 \tag{3.1}$$

где

$$J=\frac{\partial^2\omega_0}{\partial\alpha^2}(\alpha')^2, \quad \frac{\partial\omega}{\partial a^2}=\frac{D_1\alpha^8}{2\omega_0}$$

В отличие от обычной устойчивости при изучении конвективной устойчивости следует вводить подвижную систему координат $x'=$ $=x-\frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha}t-Ut$, где U—некоторая скорость. В новой системе в (3.1) следует Ω заменить на $\Omega-\frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha}\alpha'-U\alpha'$. Волны в подвижной системе неустойчивы, когда выполнено условие $d\Omega/d\alpha'=0$, то есть в точках перевала, в которых ветви функции $F_1(\Omega)=F_2(\Omega)$, где обозначено

$$F^2=\frac{1}{2}\frac{\partial^2\omega_0}{\partial\alpha^2}(\alpha')^2, \quad Q^2=2a_0^2\left|\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right|, \quad U'=\frac{\alpha'}{k}U \tag{3.2}$$

Тогда можно получить экстремальные значения F и U

$$F^2=\frac{3}{2}Q^2, \quad U'_{\substack{\max\\ \min}}=\pm 2\sqrt{2}Q \tag{3.3}$$

$$U_{\substack{\max\\ \min}} = \pm 4a_0\bar{U}, \quad \bar{U} = \sqrt{\frac{1}{2}\left|\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right|\frac{\partial^2\omega}{\partial\alpha^2}}$$

Волны неустойчивы в смысле конвективного в интервале скоростей

$$\frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha} - \bar{U} < \frac{x}{t} < \frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha} + \bar{U} \tag{3.4}$$

Волны будут неустойчивы в абсолютном смысле, когда (3.4) охватит ось t. При этом

$$a_0^2 > \left(\frac{\partial\omega_0}{\partial\alpha^2}\right) \Big/ 8\frac{\partial^2\omega_0}{\partial\alpha^2}\left|\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right| \tag{3.5}$$

4. *Цилиндрическая оболочка с магнитной жидкостью.* Пусть бесконечная цилиндрическая оболочка, внутри которой движется идеальная, несжимаемая магнитная жидкость со скоростью v_0, находится в продольном магнитном поле H_0. Уравнения одномерного движения системы жидкость-оболочка будут [10, 11]

$$\begin{gathered}
\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + v_0\frac{\partial v}{\partial x} - \rho_0\frac{H_0}{4\pi}\frac{\partial hx}{\partial x}\frac{\partial\mu}{\partial\rho_0} = 0 \\
\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{2}{R}\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{2}{R}v_0\frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T_1}{\partial x} = 0 \\
\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} - \frac{T_2}{R} + T_0\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + p_R = \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}
\end{gathered} \tag{4.1}$$

где

$$T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) + \frac{16G\gamma_2 h}{27}\left[2A_1\varepsilon_1\left(\varepsilon_1^2 + \frac{1}{4}\varkappa_1^2 h^2\right) + \right.$$

$$\left. + A_1B_1\varepsilon_2\left(3\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \frac{h^2}{4}\varkappa_1^2\right) + (2A_1^2 + B_1^2)\varepsilon_1\varepsilon_2^2\right]$$

$$T_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1) + \frac{16G\gamma_2 h}{27}\left[2A_1^2\varepsilon_2^3 + (2A_1^2 + B_1^2)\varepsilon_2\left(\varepsilon_1^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{h^2}{12}\varkappa_1^2\right) + A_1B_1\varepsilon_1\left(\varepsilon_1^2 + 3\varepsilon_2^2 + \frac{h^2}{4}\varkappa_1^2\right)\right]$$

$$M_1 = D\varkappa_1 + \frac{4G\gamma_2 h^3}{81}\left[6A_1^2\varkappa_1\left(\varepsilon_1^2 + \frac{h^2}{20}\varkappa_1^2\right) + 6A_1B_1\varepsilon_1\varepsilon_2\varkappa_1 + (2A_1^2 + B_1^2)\varepsilon_2^2\varkappa_1\right]$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_2 = \frac{w}{R}, \quad \varkappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad A_1 = \frac{1-\nu+\nu^2}{(1-\nu)^2}, \quad B_1 = \frac{4\nu-1-\nu^2}{(1-\nu)^2}$$

Полагая $T_1 = 0$, можно ε_1 выразить через ε_2 и $\varkappa_1$ и подставлять в T_2 и M_1. Тогда уравнение движения оболочки запишется только через w.

Давление на оболочку от жидкости p_R определяется из

$$p_R - \Pi_{RR} = p - \Pi'_{RR} - \rho_0\frac{H_0}{4\pi}\frac{\partial\mu}{\partial\rho_0}H_x \tag{4.2}$$

Здесь $H_x = H_0 + h_x$, $H_r = h_r$ и компоненты тензора Максвелла

$$\Pi_{RR} = \frac{1}{8\pi}(H_r^2 - H_x^2), \quad \Pi'_{R} = \frac{\mu}{8\pi}[(H'_r)^2 - (H'_x)^2]$$

где штрих относится к жидкости.

Полагая $p_R = p_R^0 + p'_R$, $p = p_0 + p'$ в линейном приближении для возмущений, получим

$$p'_R + \frac{1}{4\pi} H_0 h_x = p' + \frac{\mu}{4\pi} H_0 h'_x - \rho_0 \frac{H_0 h'_x}{4\pi} \frac{\partial \mu}{\partial \rho_0} \tag{4.3}$$

Для замыкания системы (4.1) кроме (4.2) следует решать также уравнения Максвелла для непроводящей магнитной жидкости [11]

$$\mathrm{rot} H' = 0, \quad \mathrm{div} \mu H' = 0, \quad r < R \tag{4.4}$$

и вне ее

$$\mathrm{rot} H = 0, \quad \mathrm{div} H = 0 \tag{4.5}$$

Поскольку жидкость несжимаемая, то $\mu = \mu(\rho_0) = \mathrm{const}$.

Обозначая $h_x = \partial\varphi/\partial x$, $h_r = \partial\varphi/\partial r$ и решая уравнения Лапласа для φ и φ', после удовлетворения граничным условиям

$$\mu\left(\frac{\partial\varphi'}{\partial r} - H_0 \frac{\partial w}{\partial x}\right) = \frac{\partial\varphi}{\partial r} - H_0 \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi'}{\partial x} \tag{4.6}$$

при $r = R$ можно получить

$$h'_x = \frac{(1-\mu) K_0(m) I_0(\alpha r) H_0 a \alpha}{\mu K_0(m) I_1(m) + I_0(m) K_1(m)} \cos\tau, \quad m = R\alpha \tag{4.7}$$

При выводе (4.6) было принято, что

$$w = a\cos\tau \tag{4.8}$$

Для получения дисперсионного уравнения представим v и p также в виде (4.8)

$$v = b\cos\tau, \quad p = d\cos\tau \tag{4.9}$$

Тогда из (4.1) и (4.2) получим

$$\bar{\rho}\omega^2 - \frac{4\rho_0 v_0}{m}\omega - \bar{D} = 0 \tag{4.10}$$

$$\bar{\rho} = \rho h + \frac{2\rho_0}{R\alpha^2}, \quad \bar{D} = D_3 + D_4 a^2$$

$$D_3 = D\alpha^4 + \frac{Eh}{R^2} + T_0\alpha^2 - \rho_0\left(\bar{H} + \frac{2v_0^2}{R}\right), \quad D_4 = \frac{12CD}{h^2}$$

$$\bar{H} = -\frac{H_0^2}{4\pi\rho_0} \frac{K_0(m) I_0(m) \alpha(\mu-1)^2}{\mu I_1(m) K_0(m) + I_0(m) K_1(m)}$$

$$C=\gamma_2\left[\frac{\nu_1 h^4 \alpha^6}{180}+\frac{u}{9R^4}(1+\nu)^4(1-\nu)+\frac{h^2\alpha^4}{9R^2}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{1-2\nu+4\nu^3-3\nu^4-2\nu^5+2\nu^6}{(1-\nu)^2}\right]$$

Для больших скоростей движения v_0 из (4.10) получится наличие флаттера при

$$\frac{2\bar{\rho}}{Rh\rho}v_0^2>\frac{1}{\rho_0}\left(D\alpha^4+\frac{Eh}{R^2}+T_0\alpha^2\right)-\bar{H} \tag{4.11}$$

Приведем некоторые численные оценки для кровеносного сосуда [12, 13] ($R=10\,h$, $T_0=0{,}3\,Eh$, $E=7\cdot 10^5$ Па, $\rho_0=0{,}96\,\rho$, $\alpha h=0{,}5$).

При отсутствии магнитного поля согласно (4.11) флаттер будет при $v_0\approx 7$ м сек$^{-1}$, что с точностью до порядков совпадает с [14]. В то же время, как видно из (4.11), наличие средних магнитных полей может приводить к устранению флаттера.

Из (4.10) можно получить

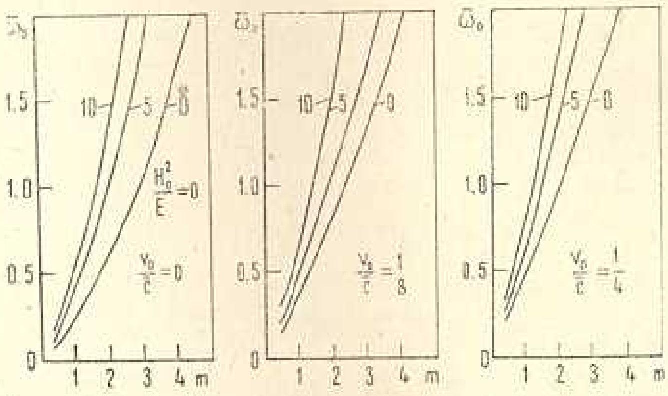
$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0=D_4\Big/\left(2\omega_0\bar{\rho}+\frac{4\rho_0 v_0}{m}\right) \tag{4.12}$$

Согласно [14] для биологических сред $\gamma_2>0$, следовательно, $(\partial\omega/\partial a^2)_0>0$.

Условие устойчивости волн модуляции имеет вид $\omega_0''(\partial\omega/\partial a^2)_0>0$. Для выражения ω_0 из (4.10) имеем

$$\omega_0=\frac{1}{\bar{\rho}}\left(\frac{2\rho_0 v_0}{m}+\sqrt{\bar{\rho}\,D_3+\frac{4\rho_0^2 v_0^2}{m^2}}\right) \tag{4.13}$$

Для определения знака $\omega_0''(\alpha)$ были произведены вычисления для вышеприведенной оболочки при $\mu=2$ при различных $v_0/\bar{c}$, ($\bar{c}=\sqrt{E/\rho}$) и H_0^2/E. На фиг. 1 по оси абсцисс отложено m, и по оси ординат — безразмерная частота $\bar{\omega}_0=10\,\omega_0 h/\bar{c}$.



Фиг. 1

Как видно из приведенных кривых, для реальных биологических сред $\omega_0''>0$ и так как $(\partial\omega/\partial a^2)_0>0$, то имеется модуляционная устойчивость. Однако, как показано в [3] (при $v_0=H_0=0$), $\omega_0''<0$ для малых T_0/Eh и при очень малых m. Разлагая (4.13) в ряд по m, можно получить, что $\omega''<0$, когда

$$\frac{v_0}{c}>\frac{\rho}{2\rho_0}\left[\sqrt{\left(\frac{h}{R}\right)^2-\frac{\rho_0 h\overline{H}}{E}}+\right.$$

$$\left.+\sqrt{\frac{2\rho_0 h}{\rho R}+\left(\frac{2\rho_0}{\rho}\right)\frac{T_0}{Eh}+\frac{\rho_0 h}{E}\overline{H}\left(1-\frac{2\rho_0 R}{\rho h}\right)}\right]$$

Модуляционная неустойчивость для $H_0=0$ получается при $v_0/c=0,65$; $0,44$ соответственно для $T_0/Eh=0,3$; $0,15$.

Таким образом, магнитное поле в задачах флаттера и модуляционной устойчивости играет стабилизирующую роль.

ABOUT INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD ON THE MODULATION WAVES IN PLATE AND CYLINDRICAL SHELL

A. G. BAGDOEV, L. A. MOVSISIAN

ՍԱԼՈՒՄ ԵՎ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՈՒՄ ՄՈԴՈՒԼԱՑԻՈՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՎՐԱ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ, Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Ամփոփում

Աշխատանքում դուրս է բերված երկայնական մագնիսական դաշտում վերջավոր հաղորդականությամբ ոչ գծային առաձգական սալի մոդուլացիայի հավասարումը։ Ուսումնասիրված է մագնիսական մածուցիկության ազդեցությունը մոդուլացիայի ալիքների կայունության վրա, ինչպես և կոնվեկտիվ ու բացարձակ կայունությունները։

Շարժվող մագնիսական հեղուկով գլանային թաղանթի համար դիտարկված է արագության և մագնիսական դաշտի ազդեցությունները ֆլատերի և մոդուլացիայի ալիքների վրա։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карпман В. И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. 175 с.
2. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 612 с.
3. *Bagdoev A. G.* and *Movsisian L. A.* Some problems of stability of Propagation of Non-Linear Waves in shells and Plates.—Int. J. Non-Linear Mechanics, 1984, vol. 19, № 3, pp. 245—253.

4. *Каудерер Г.* Нелинейная механика. М.: ИЛ, 1961, 777 с.
5. *Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М.: Наука, 1977. 272 с.
6. *Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А.* Нелинейные колебания пластин в продольном магнитном поле.—Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1982. т. 35, №1, с. 16—22.
7. *Ambartsumian S. A., Belubekian M. V.* and *Minassian M. M.* On the problem of Vibration of Non-Linear Elastic electroconductive plates in Transverse and Longitudinal Magnetic fields.—Int. J. Non-Linear Mechanics, 1984, vol. 19, № 2, pp. 141—149.
8. *Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А.* К вопросу устойчивости распространения нелинейных волн в вязкоупругой пластине.—Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1983, т. 34, №2, с. 3—9.
9. *Куликовский А. Г.* Об устойчивости однородных состояний.—ПММ, 1966, т. 30, вып. 1, с. 148—153.
10. *Вольмир А. С.* Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
11. *Гогосов В. В., Налетова В. А., Шапошникова Г. А.* Гидродинамика намагничивающихся жидкостей.—Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. Т. 16. М.: 1981. 210 с.
12. *Кокс Р. Г.* Сравнение моделей артериального движения крови, основанных на линеаризованных теориях распространения волн. В кн.: Гидродинамика кровообращения. М.: Мир, 1971, с. 43—60.
13. *Энлайнер М., Раман К. Р.* Звуки Короткова при диастоле как явление динамической неустойчивости оболочек. В кн.: Гидродинамика кровообращения. М.: Мир, 1971, с. 61—88.
14. *Педли Т.* Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. М.: Мир, 1983. 400 с.

Институт механики АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
16.XII.1987