ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XLI, № 3, 1988 Механика

УДК 539.3:17.946

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ДЕФОРМАЦИОННОЙ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ЗАКОНОВ УПРОЧНЕНИЯ

ШОПХЕТ Б. А.

Рассматривается трехмерная задача деформационной теории пластичности при малых деформациях.

При некоторых ограничениях на законы упрочнения доказаны теоремы 1,2 существования и единственности решения. Теорема 1 была сформулирована без доказательства в [1]. Условиям теоремы 1 удовлетворяет часто применяемый [2,3] степенной закон упрочнения

$$\sigma_0=A\varepsilon_0, \ \psi_\sigma=B(\psi_\varepsilon)^\gamma, \quad 0<\gamma<1, \quad A, B=\mathrm{const} \tag{1}$$

Теорема 2 относится к случаю несжимаемого материала; ее ограничениям удовлетворяет, например, закон $\psi_\sigma=B(\psi_\varepsilon)^\gamma$.

1. Постановка задачи для сжимаемого тела. Пусть Ω—трехмерная связная область переменных $\vec{x}=\{x_i\}$ с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$.

Пусть $\vec{a}(\vec{x})$—тензорное поле второго ранга, заданное в Ω, его декартовы компоненты обозначим через a_{ij} и положим

$$a_0=(a_{ss})/3, \quad \vec{a}'=\{a'_{ij}\}, \quad a'_{ij}=a_{ij}-\delta_{ij}a_0, \quad \psi_a=(2^{-1}a'_{ij}a'_{ij})^{1/2} \tag{2}$$

Рассмотрим закон связи напряжений и деформаций вида [4]

$$\vec{\sigma}(\vec{x})=\vec{P}(\vec{\varepsilon}(\vec{x}), \vec{x})=\{P_{ij}(\vec{\varepsilon}(\vec{x}), \vec{x})\}=\left\{\delta_{ij}P_1(\varepsilon_0(\vec{x}), \vec{x})+P_2(\psi_\varepsilon(\vec{x}), \vec{x})\frac{\varepsilon'_{ij}(\vec{x})}{\psi_\varepsilon(\vec{x})}\right\} \tag{3}$$

Предположим, что $P_1(\tau, \vec{x})$, $P_2(\tau, \vec{x})$ кусочно-непрерывны по $\vec{x}$, непрерывны по τ и строго монотонно возрастают по τ. Пусть существует $\tau_0\geqslant 0$ и положительные константы $a_1, b_1, \gamma, a_2, b_2, \mu$, такие, что

$$a_1|\tau|^\gamma\leqslant|P_1(\tau, \vec{x})|\leqslant b_1|\tau|^\gamma \quad \text{при} \quad |\tau|\geqslant\tau_0, \quad \vec{x}\in\Omega \tag{4}$$

$$a_2\tau^\mu\leqslant P_2(\tau, \vec{x})\leqslant b_2\tau^\mu \quad \text{при} \quad \tau\geqslant\tau_0, \quad \vec{x}\in\Omega \tag{5}$$

Соотношения (3) задают физически нелинейный закон упругости, соответствующий удельной энергии деформации $A(\vec{\varepsilon}, \vec{x})$

$$A(\vec{\varepsilon}, \vec{x})=A_1(\varepsilon_0, \vec{x})+A_2(\psi_\varepsilon, \vec{x}) \tag{6}$$

$$A_1(\tau, \vec{x}) = 3\int_0^\tau P_1(\xi, \vec{x})d\xi, \quad A_2(\tau, \vec{x}) = 2\int_0^\tau P_2(\xi, \vec{x})d\xi$$

Обозначим через $E(\Omega)$ множество полей деформаций, имеющих конечную энергию деформации. Пусть граница $\partial\Omega$ области Ω состоит из двух участков S_1 и S_2, на S_1 тело жестко защемлено, на S_2 заданы напряжения.

Обозначим через $U(\Omega)$ множество полей перемещений, обращающихся в ноль на S_1 и таких, что соответствующие полю $\vec{u}$ деформации $\vec{\varepsilon}(\vec{u}) = \{2^{-1}(u_{i,j} + u_{j,i})\}$ принадлежат $E(\Omega)$.

$$(\vec{\sigma}, \vec{\varepsilon}(\vec{v}))_\Omega - L(\vec{v}) = 0 \quad \text{для} \quad \forall \vec{v} \in U(\Omega), \quad L(\vec{v}) = (\vec{f}, \vec{v})_\Omega + (\vec{F}, \vec{v})_{S_2} \tag{7}$$

Здесь $\vec{f} = \{f_i\}$—заданные в Ω объемные силы, $\vec{F} = \{F_i\}$—заданные на S_2 поверхностные силы, $U^{\infty}(\Omega)$—множество гладких полей перемещений, удовлетворяющих условию $\vec{v} = 0$ на S_1.

Решением задачи A назовем удовлетворяющую уравнениям (3), (7) тройку полей $(\vec{\sigma}^0, \vec{\varepsilon}^0, \vec{u}^0)$, такую что $\vec{u}^0 \in U(\Omega)$.

Теорема 1. Пусть функции P_1, P_2 удовлетворяют сформулированным выше ограничениям, нагрузки f, F ограничены. Тогда существует единственное решение задачи A.

2. *Доказательство теоремы 1.* Пусть $q = \gamma + 1$, $p = \mu + 1$ (см. (4), (5)), $l = \min\{q, p\}$. Так как γ, μ положительны, имеет место: $q > 1$, $p > 1$, $l > 1$.

Обозначим $L_\alpha(\Omega)$ пространство функций, суммируемых со степенью α в Ω, норму в $L_\alpha(\Omega)$ обозначим $\|\cdot\|_\alpha$.

Введем на множествах $E(\Omega)$, $U(\Omega)$ нормы $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_U$

$$\|\vec{\varepsilon}\|_E = \|\varepsilon_0\|_q + \|\psi_2\|_p, \quad \|\vec{u}\|_U = \|\vec{\varepsilon}(\vec{u})\|_E \tag{8}$$

Лемма 1. Множества $E(\Omega)$, $U(\Omega)$—банаховы пространства относительно норм (10), непрерывно вложенные в пространства $L_l(\Omega)$, $W_l^1(\Omega)$ соответственно.

Если $q = p$ (и, следовательно, $l = p$), нормы в $E(\Omega)$, $U(\Omega)$ эквивалентны нормам в $L_l(\Omega)$, $W_l^1(\Omega)$ соответственно. Доказательство следует из (4)—(6) и неравенства Корна [5].

Введем банахово пространство $E^*(\Omega)$, сопряженное к пространству $E(\Omega)$:

$$E^*(\Omega) = \{\vec{\sigma} | \vec{\sigma} = \{\sigma_{ij}\}, \quad \sigma_0 \in L_{q'}(\Omega), \quad \psi_2 \in L_{p'}(\Omega)\}$$

$$\|\vec{\sigma}\|_{E^*} = \|\sigma_0\|_{q'} + \|\psi_2\|_{p'}, \quad (q')^{-1} + q^{-1} = 1, \quad (p')^{-1} + p^{-1} = 1$$

Лемма 2. Закон упругости (3) есть непрерывный строго монотонный оператор из $E(\Omega)$ в $E^*(\Omega)$.

Доказательство. Непрерывность следует из предположений (4), (5) и свойств оператора Немыцкого [6].

Докажем, что при $\forall x \in \Omega_k$ и $\forall \vec{\varepsilon}^1, \vec{\varepsilon}^2$ справедливо неравенство

$$(\vec{P}(\vec{\varepsilon}^1, \vec{x}) - \vec{P}(\vec{\varepsilon}^2, \vec{x}),\ \vec{\varepsilon}^1 - \vec{\varepsilon}^2) \geqslant 0 \tag{9}$$

причем знак равенства достигается только при $\vec{\varepsilon}^1 = \vec{\varepsilon}^2$. Преобразуем левую часть (9):

$$(\vec{P}(\vec{\varepsilon}^1, \vec{x}) - \vec{P}(\vec{\varepsilon}^2, \vec{x}),\ \vec{\varepsilon}^1 - \vec{\varepsilon}^2) \geqslant 0$$

$$J_1 = 3(P_1(\varepsilon_0^1, \vec{x}) - P_2(\varepsilon_0^2, \vec{x}))(\varepsilon_0^1 - \varepsilon_0^2), \quad J_2 = \left(P_2(\psi_\varepsilon^1, \vec{x})\frac{\varepsilon'^1_{ij}}{\psi_\varepsilon^1} - P_2(\psi_\varepsilon^2, \vec{x}) \times\right.$$

$$\left. \times \frac{\varepsilon'^2_{ij}}{\psi_\varepsilon^2}\right)(\varepsilon'^1_{ij} - \varepsilon'^2_{ij})$$

По условию, функция P_1 строго монотонно возрастает по ε, поэтому $J_1 \geqslant 0$, причем $J_1 = 0$ тогда и только тогда, когда $\varepsilon_0^1 = \varepsilon_0^2$. Преобразуем J_2; используя свойство $\varepsilon'^1_{ij}\delta_{ij} = 0$ и раскрывая скобки, получим

$$J_2 = 2(P_2(\psi_\varepsilon^1) - P_2(\psi_\varepsilon^2))(\psi_\varepsilon^1 - \psi_\varepsilon^2) + 2(P_2(\psi_\varepsilon^1)\psi_\varepsilon^2 + P_2(\psi_\varepsilon^2)\psi_\varepsilon^1)\left(1 - \frac{\varepsilon'^1_{ij}}{2\psi_\varepsilon^1}\,\frac{\varepsilon'^2_{ij}}{\psi_\varepsilon^2}\right) \tag{10}$$

Оба слагаемых в (10) неотрицательны, причем $J_2 = 0$ тогда и только тогда, когда $\psi_\varepsilon^1 = \psi_\varepsilon^2$, $1 = \varepsilon'^1_{ij}\varepsilon'^2_{ij}/(2\psi_\varepsilon^1\psi_\varepsilon^2)$, отсюда $\varepsilon'^1_{ij} = \varepsilon'^2_{ij}$.

По условию теоремы, нагрузки $\vec{f}$, $\vec{F}$ ограничены, следовательно, они принадлежат пространствам $L_{p'}(\Omega)$, $L_{p'}(S_2)$ соответственно. Тогда, по теоремам вложения, введенный в (7) линейный функционал $L(\vec{v})$ непрерывен в пространстве $W_l^1(\Omega)$, и по лемме 1, он непрерывен в пространстве $U(\Omega)$, то есть $L(\cdot) \in U^*(\Omega)$ — сопряженному пространству к $U(\Omega)$. Обозначим через $\vec{\sigma}(\vec{u})$ напряжения, определяемые по деформациям $\vec{\varepsilon}(\vec{u})$ из закона (3). По лемме 2, оператор $\sigma(\vec{u})$ есть непрерывный строго монотонный оператор из пространства $U(\Omega)$ в $U^*(\Omega)$. Тогда задачу A можно представить в виде операторного уравнения

$$(\vec{\sigma}(\vec{u}), \vec{\varepsilon}(\vec{v}))_2 - L(\vec{v}) = 0 \text{ для } \forall\ \vec{v} \in U(\Omega)$$

В силу теоремы 18.2 [6] для завершения доказательства достаточно показать, что справедливо утверждение

$$(\vec{\sigma}(\vec{u}), \vec{\varepsilon}(\vec{u}))_2 \cdot (\|\vec{u}\|_U)^{-1} \to \infty \text{ при } \|\vec{u}\|_U \to \infty$$

которое следует из (4), (5). Теорема доказана.

3. Постановка задачи для несжимаемого тела. Примем закон (3) связи девиаторов напряжений и деформаций

$$\sigma'_{ij}(\vec{x}) = \frac{\psi_\sigma(\vec{x})}{\psi_\varepsilon(\vec{x})}\varepsilon'_{ij}(\vec{x}), \quad \psi_\sigma(\vec{x}) = P_2(\psi_\varepsilon(\vec{x}), \vec{x}) \tag{11}$$

Обозначим через $H(\Omega)$ множество полей перемещений, обращающих-

ся в ноль на S_1, удовлетворяющих условию несжимаемости и таких,
что конечна энергия деформации:

$$H(\Omega)=\left\{\vec{u}\,|\,\vec{u}=0 \text{ на } S_1,\ \varepsilon_0=0,\ \int\limits_{\Omega} A_2(\psi_\varepsilon, \vec{x})d\Omega<\infty,\ \vec{\varepsilon}=\vec{\varepsilon}(\vec{u})\right\}$$

Решением задачи B назовем удовлетворяющую уравнениям (7)
(11) тройку полей $(\vec{\sigma}^0, \vec{\varepsilon}^0, \vec{u}^0)$, такую, что $\vec{u}^0 \in H(\Omega)$.

Теорема 2. В предположениях теоремы 1, справедливы утвер-
дения.

а) Если S_1 не совпадает с $\partial\Omega$ (то есть S_2 непусто), то существу-
ет единственное решение задачи B.

в) Если $S_1=\partial\Omega$ (то есть S_2 пусто), то существует решение зада-
чи B, причем $\vec{u}^0$, $\vec{\varepsilon}^0$ определяются единственным образом, а поле $\vec{\sigma}$
определено с точностью до слагаемого $a\vec{G}$, где $\vec{G}$ — единичный тен-
зор 2-го ранга, a — произвольная константа.

с) Поле $\vec{u}^0$ доставляет минимум функционалу полной энергии $I(\vec{u})$
на множестве $H(\Omega)$, где

$$I(\vec{u})=\int\limits_{\Omega} A_2(\psi_\varepsilon, \vec{x})d\Omega-L(\vec{u}),\quad \vec{\varepsilon}=\vec{\varepsilon}(\vec{u})$$

d) Поле $\vec{\sigma}^0$ доставляет минимум функционалу дополнительно
энергии $I^*(\vec{\sigma})$ на множестве $K(\Omega)$ статически допустимых полей на-
пряжений:

$$I^*(\vec{\sigma})=\int\limits_{\Omega} A_2^*(2\psi_\sigma, \vec{x})d\Omega,\quad A_2^*(\xi, \vec{x})=\min_{\tau}(\tau\xi-A_2(\tau, \vec{x}))$$

$$K(\Omega)=\{\vec{\sigma}\,|\,\sigma_{ij}\in L_{p'}(\Omega),\ (\vec{\sigma}, \vec{\varepsilon}(\vec{v}))_\Omega-L(\vec{v})=0 \text{ для } \forall\vec{v}\in U(\Omega)\}$$

Здесь A_2^* — сопряженная (по первому аргументу) функция к A

Доказательство. Рассмотрим задачу C — минимизировать функ-
ционал $I(\vec{u})$ на множестве $H(\Omega)$, и задачу C^* — минимизировать $I^*(\vec{\sigma})$
на $K(\Omega)$. Из [7] следует, что C^*—двойственная [8] кзадаче C.

Из леммы 1 вытекает, что $H(\Omega)$ — подпространство пространств
$W_p^1(\Omega)$. Из леммы 2, функция $A_2(\psi_\varepsilon, \vec{x})$ строго выпукла по переменны
ε_{ij}'.

Из (4), (5) и неравенства Корна [5] выводится, что $I(\vec{u})$ облада-
ет m—свойством, поэтому существует единственное решение $\vec{u}^*$ за-
дачи C.

Лемма 3. Пусть $W(\Omega)$ — подпространство пространства $W_p^1(\Omega$

состоящее из полей $\vec{u}$, обращающихся в ноль на S_1, $W^*(\Omega)$ — сопряженное к нему пространство.

Рассмотрим линейный оператор Q, переводящий поле $\vec{\sigma}=\{\sigma_{ij}\}\in L_{p'}(\Omega)$ в элемент $Q(\vec{\sigma})\in W^*(\Omega)$, определяемый формулой

$$< Q(\vec{\sigma}), \vec{u} > = (\vec{\sigma}, \vec{\varepsilon}(\vec{u}))_\Omega \tag{12}$$

Здесь $< \cdot , \cdot >$ — отношение двойственности между $W^*(\Omega)$ и $W(\Omega)$.

Справедлива оценка:

$$\|\vec{\sigma}\|_{p'} \leqslant \left(c\|\vec{\sigma}'\|_{p'} + \|Q(\vec{\sigma})\|_{W^*} + \left| \int\limits_\Omega \sigma_0 d\Omega \right| \right) \tag{13}$$

где $\|\cdot\|_{W^*}$ — норма в $W(\Omega)$, c — некоторая постоянная.

Если S_1 не совпадает с $\partial\Omega$, последнее слагаемое в (13) можно опустить, то есть

$$\|\vec{\sigma}\|_{p'} \leqslant c\,(\|\vec{\sigma}'\|_{p'} + \|Q(\vec{\sigma})\|_{W^*}) \tag{14}$$

Доказательство. Известно [9, 10], что если S_1 не совпадает с $\partial\Omega$, то для любой функции $\varphi\in L_p(\Omega)$ существует поле $\vec{u}^\varphi\in W(\Omega)$ такое, что

$$u^\varphi_{s,s} = \varphi, \quad \|\vec{u}^\varphi\|_W \leqslant c\|\varphi\|_p \tag{15}$$

Тогда справедлива цепочка неравенств

$$\|\sigma_0\|_{p'} = \max_{\varphi\in L_p(\Omega)} \frac{\int\limits_\Omega \sigma_0 \varphi\, d\Omega}{\|\varphi\|_p} \max_{\varphi\in L_p(\Omega)} \frac{\int\limits_\Omega \sigma_0 u^\varphi_{s,s}\, d\Omega}{\|u^\varphi_{s,s}\|_p} \leqslant$$

$$\leqslant c\max_{\varphi\in L_p(\Omega)} \frac{\int\limits_\Omega \sigma_0 u^\varphi_{s,s}\, d\Omega}{\|\vec{u}^\varphi\|_W} \leqslant c\max_{\vec{u}\in W(\Omega)} \frac{\int\limits_\Omega \sigma_0 u_{s,s}\, d\Omega}{\|\vec{u}\|_W} = \tag{16}$$

$$= c\max_{\vec{u}\in W(\Omega)} \frac{(\vec{\sigma}, \vec{\varepsilon}(\vec{u}))_\Omega - (\vec{\sigma}', \vec{\varepsilon}'(\vec{u}))_\Omega}{\|\vec{u}\|_W} \leqslant c(\|Q(\vec{\sigma})\|_{W^*} + \|\vec{\sigma}'\|_p)$$

Если $S_1=\partial\Omega$, то [9, 10] для любой функций, удовлетворяющей условию

$$\varphi\in L_p(\Omega), \quad \int\limits_\Omega \varphi\, d\Omega = 0$$

найдется поле $u^\varphi\in W(\Omega)$, такое, что имеет место (15). Положим

$$\sigma_1(\vec{x}) = \sigma_0(\vec{x}) - \bar{\sigma}, \quad \text{где} \quad \bar{\sigma} = \int\limits_\Omega \sigma_0 d\Omega$$

Тогда

$$\|\sigma_0\|_{p'} \leqslant \|\sigma_1\|_{p'} + \mathrm{mes}^{1/p'}\Omega\,|\bar{\sigma}| \tag{17}$$

Поэтому вывод (13) сводится к оценке величины $\|\sigma_1\|_{p'}$.

Из неравенства

$$|\overline{\varphi}|+\|\varphi_1\|_p\leqslant c\|\varphi\|_p, \quad \overline{\varphi}\equiv\int\limits_{\Omega}\varphi d\Omega, \quad \varphi_1(\vec{x})\equiv\varphi(\vec{x})-\overline{\varphi}$$

следует, что

$$\|\sigma_1\|_{p'}=\max_{\varphi\in L_p(\Omega)}\frac{\left|\int\limits_{\Omega}\sigma_1\varphi d\Omega\right|}{\|\varphi\|_p}=\max_{\varphi\in L_p(\Omega)}\frac{\left|\int\limits_{\Omega}\sigma_1\varphi_1 d\Omega\right|}{\|\varphi\|_p}\leqslant$$

$$\leqslant c\max_{\varphi\in L_p(\Omega)}\frac{\left|\int\limits_{\Omega}\sigma_1\varphi_1 d\Omega\right|}{|\overline{\varphi}|+\|\varphi_1\|_p}\leqslant c\max_{\varphi\in L_p^0(\Omega)}\frac{\left|\int\limits_{\Omega}\sigma_1\varphi d\Omega\right|}{\|\varphi\|_p} \qquad ($$

$$L_p^0(\Omega)=\left\{\varphi|\varphi\in L_p(\Omega), \quad \int\limits_{\Omega}\varphi d\Omega=0\right\}$$

Из (17), (18), (15), повторяя выкладки (16), получим (13).

Так как

$$|L(\vec{v})|\leqslant c(\|\vec{f}\|_{p'}+\|\vec{F}\|_{L_{p'}(S_2)})\cdot\|\vec{v}\|_{W}$$

то для поля $\vec{\sigma}\in K(\Omega)$ справедлива оценка

$$\|Q(\vec{\sigma})\|_{B^*}\leqslant c(\|\vec{f}\|_{p'}+\|\vec{F}\|_{L_{p'}(S_2)}) \qquad (1$$

Если S_1 совпадает с $\partial\Omega$, то множество $K(\Omega)$ вместе с кажды элементом $\vec{\sigma}$ содержит элемент $\vec{\sigma}'$

$$\vec{\sigma}^1=\vec{\sigma}-\overline{\sigma}\,\vec{G}, \quad \overline{\sigma}=\int\limits_{\Omega}\sigma_0 d\Omega$$

Очевидно, что $\vec{\sigma}'=\vec{\sigma}^{1'}$, поэтому $I^*(\vec{\sigma})=I^*(\vec{\sigma}^1)$, следовательно, решени задачи C^* можно искать на подмножестве

$$K^0(\Omega)=\left\{\vec{\sigma}\,|\,\vec{\sigma}\in K(\Omega), \quad \int\limits_{\Omega}\sigma_0 d\Omega=0\right\}$$

Из (19), (14) и оценок (4), (5) следует, что выпуклый функциона $I^*(\vec{\sigma})$ — строго выпуклый на K^0 и обладает m—свойством на $K^0(\Omega)$, отсюда [6] следует существование единственного решения задачи C^*, принадлежащего $K^0(\Omega)$, и очевидно, что любое поле напряжений, отличающееся от этого решения на слагаемое $a\vec{G}$, a—константа, так-же является решением задачи C^*. Обозначим решение зада-чи C^* через $\vec{\sigma}^*$. Для завершения доказательства теоремы 2 нужно показать, что поля $\vec{\varepsilon}(\vec{u}^*)$ и $\vec{\sigma}^*$ связаны законом (11), тогда тройка

$(\vec{\sigma}^*, \vec{\varepsilon}^*, \vec{u}^*)$, где $\vec{\varepsilon}^* = \vec{\varepsilon}(\vec{u}^*)$ – решение задачи B. Из теоремы 3.2 [8] следует, что пара (z^*, y^*) (где $z^* = (\vec{\sigma}^*, \sigma_0^*)$, $y^* = (\vec{\varepsilon}^*, \vec{u}^*)$) — седловая точка функционала Лагранжа $F(z, y)$ на множестве $Z \times Y$:

$$F(z,y) = \int_\Omega A_2(\varphi_1, \vec{x})\, d\Omega - L(\vec{u}) + (\vec{\sigma}, \vec{\varepsilon}(\vec{u}) - \vec{\varepsilon})_\Omega + \int_\Omega \theta\varepsilon_0\, d\Omega$$

$$Y = \{y \mid y = (\vec{\varepsilon}, \vec{u}),\ \vec{\varepsilon} \in L_p(\Omega),\ \ \vec{u} \in W(\Omega)\}$$

$$Z = \{z \mid z(\vec{\sigma}, \theta),\ \ \vec{\sigma} \in L_{p'}(\Omega),\ \ \theta \in L_{p'}(\Omega)\}$$

Используя необходимые условия [8], которым удовлетворяет седловая точка, получим (11). Теорема 2 доказана.

ON SOLVABILITY OF DEFORMATION PLASTICITY THEORY PROBLEM FOR ONE CLASS OF LAWS OF HARDENING

B. A. SHOIKHET

ԱՄՐԱՊՆԴՄԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԻ ՄԻ ԴԱՍԻ ՀԱՄԱՐ ՊԼԱՍՏԻԿՈՒԹՅԱՆ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻՈՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾԵԼԻՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Բ. Ա. ՇՈՅԽԵՏ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է պլաստիկության հայտնի դեֆորմացիոն տեսությունը։

Ենթադրվում է, որ դեֆորմացիաները փոքր են։

Ամրապնդման օրենքի որոշ առանձնահատկությունների դեպքում սեղմելի և անսեղմելի նյութերի համար ապացուցված են գոյության և միակության թեորեմներ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шойхет Б. А.* Построение асимптотически точных уравнений физически нелинейных плит с использованием чисто кинематических гипотез.—Изв. ВНИИГ, 1974, т. *104*, с. 214—221.
2. *Соколовский В. В.* Упруго-пластический изгиб круговой и кольцевой пластинок.—ПММ, 1944, т. *8*, вып. 2, с. 141—166.
3. *Соколовский В. В.* Теория пластичности. М.: изд-во «Высшая школа», 1969.
4. *Каудерер Г.* Нелинейная механика. М.: ИЛ, 1961.

5. *Мосолов П. П., Мясников В. П.* Доказательство неравенства Корна.—Докл. АН СССР, 1971, т. *201*, № 1, с. 36—39.
6. *Вайнберг М. М.* Вариационный метод и метод монотонных операторов в теории нелинейных уравнений. М.: Наука, 1972.
7. *Шойхет Б. А.* Одно энергетическое тождество в физически нелинейной упругости и оценки погрешности уравнений плит.—ПММ, 1976, т. *40*, № 2, с. 317—326.
8. *Гольштейн Е. Г.* Теория двойственности в математическом программировании и ее приложения. М.: Наука, 1971.
9. *Ладыженская О. А., Солонников В. А.* О некоторых задачах векторного анализа и об обобщенных постановках краевых задач для уравнений Навье-Стокса.—В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 9. Зап. науч. семин. ЛОМИ, 1976, т. *59*, с. 81—116.
10. *Пилецкас К. И.* О пространствах соленоидальных векторов.—Тр. Мат. ин-та АН СССР, 1982, т. *159*, с. 137—149.

ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева

Поступила в редакцию
3.II.1986