ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XLI, № 2, 1988 Механика

УДК 539.3

О КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ТРЕХ СООСНЫХ УПРУГИХ ЦИЛИНДРОВ, ИМЕЮЩИХ КОНЕЧНЫЕ ДЛИНЫ И РАЗНЫЕ ДИАМЕТРЫ

ЗАРГАРЯН С. С., МАРТИРОСЯН З. А.

Рассматривается осесимметричная контактная задача теории упругости для трех соосных цилиндров, имеющих конечные длины и разные диаметры. Цилиндры контактируют между собой торцами. Контакт между цилиндрами предполагается гладким, то есть без сцепления, а зоны контакта считаются неизвестными. Для простоты принимается, что на боковых поверхностях цилиндров нормальные и касательные напряжения равны нулю. На свободных торцах цилиндров приложены симметрично расположенные сжимающие нагрузки таким способом, что обе контактные области образуются в виде круга.

Решение рассматриваемой задачи представляется в виде суммы рядов Фурье и Фурье-Дини с неизвестными коэффициентами, для определения которых получены три бесконечные системы со свободными членами, стремящимися к нулю и две системы парных рядов уравнений, содержащих функции Бесселя, решение которых сводится к решению квазивполне регулярных бесконечных систем линейных уравнений. Окончательные выражения для контактных напряжений получены с выделенной особенностью.

Подробная библиография по этому вопросу приводится в [1].

Для решения описанной задачи величины, относящиеся к верхнему, среднему и нижнему цилиндрам, будем отмечать соответственно индексами 1, 2 и 3 (фиг. 1).

Граничные условия и условия контакта рассматриваемой задачи имеют вид

$$\sigma_z^{(i)}(r, l_i)=F_i(r)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k^{(i)} J_0(\beta_{ki} r) \qquad (i=1, 3)$$

$$\tau_{rz}^{(i)}(r, 0)=\tau_{rz}^{(i)}(r, l_i)=0 \qquad (i=1, 2, 3)$$

$$\tau_{rz}^{(i)}(R_i, z)=\sigma_r^{(i)}(R_i, z)=0 \qquad (i=1, 2, 3) \qquad (1)$$

$$\begin{cases} u_z^{(1)}(r, 0)=-u_z^{(2)}(r, 0) & 0\leqslant r\leqslant c_1 \\ \sigma_z^{(1)}(r, 0)=0 & c_1<r<R_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sigma_z^{(1)}(r, 0)=\sigma_z^{(2)}(r, 0) & 0\leqslant r<c_1 \\ \sigma_z^{(2)}(r, 0)=0 & c_1<r<R_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_z^{(2)}(r, l_2)=u_z^{(3)}(r, 0) & 0\leqslant r\leqslant c_3 \\ \sigma_z^{(2)}(r, l_2)=0 & c_3<r<R_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sigma_z^{(2)}(r, l_2)=\sigma_z^{(3)}(r, 0) & 0\leqslant r<c_3 \\ \sigma_z^{(3)}(r, 0)=0 & c_3<r<R_3 \end{cases}$$

где l_i $(i=1, 2, 3)$—длины, R_i—радиусы цилиндров, $J_n(x)$—функция Бесселя действительного аргумента первого рода, β_{ki}—положительные корни уравнения $J_1(\beta_{ki}R_i)=0$, а c_i $(i=1, 3)$—размеры области контакта двух цилиндров.

Функции напряжения Лява ищем в виде

$$\Phi^{(i)}(r, z)=z(A_i r^2+B_i z^2+C_i z)+\sum_{k=1}^{\infty}[E_k^{(i)}I_0(\lambda_{ki}r)+G_k^{(i)}\lambda_{ki}rI_1(\lambda_{ki}r)]\sin\lambda_{ki}z+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}(A_k^{(i)}\operatorname{sh}\beta_{ki}z+B_k^{(i)}\operatorname{ch}\beta_{ki}z+C_k^{(i)}\beta_{ki}z\operatorname{sh}\beta_{ki}z+D_k^{(i)}\beta_{ki}z\operatorname{ch}\beta_{ki}z)J_0(\beta_{ki}r) \qquad (2)$$

где $I_n(x)$—функция Бесселя первого рода от мнимого аргумента, $\lambda_{ki}=k\pi/l_i$ $(i=1, 2, 3)$, $c_2=0$.

Пользуясь обычными формулами [2] и вычисляя при помощи (2) напряжения и перемещения, удовлетворим далее условиям (1), получим следующие соотношения:

$$A_i=\frac{\nu_i}{2(1+\nu_i)}a_0^{(i)}, \quad B_i=\frac{1-2\nu_i}{6(1+\nu_i)}a_0^{(i)} \quad (i=1, 3), \quad -2(1-2\nu_2)A_2+6\nu_2B_2=0 \qquad (3)$$

$$E_k^{(i)}I_1(\lambda_{ki}R_i)+G_k^{(i)}[2(1-\nu_i)I_1(\lambda_{ki}R_i)+\lambda_{ki}R_iI_0(\lambda_{ki}R_i)]=0 \quad (i=1, 2, 3)$$

$$B_k^{(i)}+2\nu_iC_k^{(i)}=0 \quad (i=1, 2, 3)$$

$$A_k^{(i)}\operatorname{sh}\mu_{ki}+C_k^{(i)}\mu_{ki}\operatorname{sh}\mu_{ki}+D_k^{(i)}(\mu_{ki}\operatorname{ch}\mu_{ki}+2\nu_i\operatorname{sh}\mu_{ki})=0 \quad (i=1, 2, 3) \qquad (4)$$

$$-A_k^{(i)}\operatorname{ch}\mu_{ki}-C_k^{(i)}(\mu_{ki}\operatorname{ch}\mu_{ki}-\operatorname{sh}\mu_{ki})-D_k^{(i)}[\mu_{ki}\operatorname{sh}\mu_{ki}-(1-2\nu_i)\operatorname{ch}\mu_{ki}]=\frac{a_k^{(i)}+P_{ki}^{*}}{\beta_{ki}^3}$$

$$(i=1, 3)$$

$$(1-2\nu_1)C_1+\sum_{k=1}^{\infty}[\beta_{k1}^2(1-\nu_1)C_k^{(1)}J_0(\beta_{k1}r)+\beta_{k2}^2G(1-\nu_2)C_k^{(2)}J_0(\beta_{k2}r)]=0 \quad 0\leqslant r\leqslant c_1$$

$$a_0^{(1)}+\sum_{k=1}^{\infty}\beta_{k1}^3[-A_k^{(1)}+(1-2\nu_1)D_k^{(1)}]J_0(\beta_{k1}r)=\sum_{k=1}^{\infty}P_{k1}J_0(\beta_{k1}r) \quad c_1<r<R_1 \qquad (5)$$

$$4(1-\nu_2)A_2+3(1-2\nu_2)B_2-G^*(1-2\nu_3)C_3+\sum_{k=1}^{\infty}[\beta_{k2}^2(1-\nu_2)(C_k^{(2)}\operatorname{ch}\mu_{k2}+$$

$$+D_k^{(2)}\operatorname{sh}\mu_{k2})J_2(\beta_{k2}r)-\beta_{k3}^2(1-\nu_3)\,G^*C_k^{(3)}J_0(\beta_{k3}r)]=0 \qquad 0\leqslant r\leqslant c_3$$

$$4(2-\nu_2)A_2+6(1-\nu_2)B_2+\sum_{k=1}^{\infty}\beta_{k2}^3\{-A_k^{(2)}\operatorname{ch}\mu_{k2}-C_k^{(2)}(\mu_{k2}\operatorname{ch}\mu_{k2}-\operatorname{sh}\mu_{k2})- \qquad (6)$$

$$-D_k^{(2)}[\mu_{k2}\operatorname{sh}\mu_{k2}-(1-2\nu_2)\operatorname{ch}\mu_{k2}]\}J_0(\beta_{k2}r)=\sum_{k=1}^{\infty}P_{k2}^{*}J_0(\beta_{k2}r) \quad c_3<r<R_2$$

$$a_0^{(1)}+\sum_{k=1}^{\infty}\{\beta_{k1}^3[-A_k^{(1)}+(1-2\nu_1)D_k^{(1)}]-P_{k1}\}J_0(\beta_{k2}r)-4(2-\nu_2)A_2+6(1-\nu_2)B_2=$$

$$=\sum_{k=1}^{\infty}\{\beta_{k2}^{3}[-A_k^{(2)}+(1-2\nu_2)D_k^{(2)}]-P_{k2}\}J_0(\beta_{k2}r)\quad 0\leqslant r<c_1 \tag{7}$$

$$4(2-\nu_2)A_2+6(1-\nu_2)B_2+\sum_{k=1}^{\infty}\{\beta_{k2}^{3}[-A_k^{(2)}+(1-2\nu_2)D_k^{(2)}]-P_{k2}\}J_0(\beta_{k2}r)=0$$
$$c_1<r<R_2$$

$$4(2-\nu_2)A_2+6(1-\nu_2)B_2+\sum_{k=1}^{\infty}\beta_{k2}^{3}\{-C_k^{(2)}(\mu_{k2}\operatorname{ch}\mu_{k2}-\operatorname{sh}\mu_{k2})-D_k^{(2)}[\mu_{k2}\operatorname{sh}\mu_{k2}-$$
$$-(1-2\nu_2)\operatorname{ch}\mu_{k2}]-A_k^{(2)}\operatorname{ch}\mu_{k2}\}J_0(\beta_{k2}r)=\sum_{k=1}^{\infty}P_{k2}^{*}J_0(\beta_k r)+a_0^{(3)}+\sum_{k=1}^{\infty}\{\beta_{k3}^{3}[-A_k^{(3)}+$$
$$+(1-2\nu_3)D_k^{(3)}]-P_{k3}\}J_0(\beta_{k3}r)\quad 0\leqslant r<c_3 \tag{8}$$

$$a_0^{(3)}+\sum_{k=1}^{\infty}\{\beta_{k3}^{3}[-A_k^{(3)}+(1-2\nu_3)D_k^{(3)}]-P_{k3}\}J_0(\beta_{k3}r)=0\quad c_3<r<R_3$$

$$Y_k^{(i)}=\frac{4\lambda_{ki}^{2}}{l_i\varphi_{ki}}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\beta_{pi}^{4}J_0(\beta_{pi}R_i)[(-1)^k(C_p^{i}\operatorname{ch}\mu_{pi}+D_p^{(i)}\operatorname{sh}\mu_{pi})-C_p^{(i)}]}{(\lambda_{ki}^{2}+\beta_{pi}^{2})^{2}}\quad (i=1,2,3) \tag{9}$$

где введены обозначения

$$\mu_{ki}=\beta_{ki}l_i\quad (i=1,2,3),\quad G=\frac{G_1}{G_2},\quad G^{*}=\frac{G_2}{G_3}$$

$$\lambda_{ki}^{3}I_1(\lambda_{ki}R_i)G_k^{(i)}=Y_k^{(i)}\qquad \varphi_{ki}=\lambda_{ki}R_i\left[1-\frac{I_0^{2}(\lambda_{ki}R_i)}{I_1^{2}(\lambda_{ki}R_i)}\right]+\frac{2(1-\nu_i)}{\lambda_{ki}R_i}$$
$$(i=1,2,3)$$

$$P_{ki}=-\frac{4\beta_{ki}^{2}}{R_iJ_0(\beta_{ki}R_i)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_{ni}Y_n^{(i)}}{(\lambda_{ni}^{2}+\beta_{ki}^{2})^{2}}\qquad P_{ki}^{*}=-\frac{4\beta_{ki}^{2}}{R_iJ_0(\beta_{ki}R_i)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\lambda_{ni}Y_n^{(i)}}{(\lambda_{ni}^{2}+\beta_{ki}^{2})^{2}}$$

$G_i(i=1, 2, 3)$ — модули сдвига, а ν_i $(i=1, 2, 3)$ — коэффициент Пуассона.

Введем обозначения

$$-A_k^{(i)}+(1-2\nu_i)D_k^{(i)}=\frac{X_k^{(i)}}{\beta_{ki}^{3}}\quad (i=1,2,3)$$
$$\tag{10}$$
$$-A_k^{(2)}\operatorname{ch}\mu_{k2}-C_k^{(2)}(\mu_{k2}\operatorname{ch}\mu_{k2}-\operatorname{sh}\mu_{k2})-D_k^{(2)}[\mu_{k2}\operatorname{sh}\mu_{k2}-(1-2\nu_2)\operatorname{ch}\mu_{k2}]=\frac{Z_k^{(2)}}{\beta_{k2}^{3}}$$

Тогда из соотношений (4)—(8) получим

$$\Delta_k^{(i)}C_k^{(i)}=-H_k^{(i)}\frac{X_k^{(i)}}{\beta_{ki}^{3}}+F_k^{(i)}\frac{a_k^{(i)}+P_{ki}^{*}}{\beta_{ki}^{3}}$$
$$(i=1,3)$$
$$\Delta_k^{(i)}D_k^{(i)}=\operatorname{sh}^{2}\mu_{ki}\frac{X_k^{(i)}}{\beta_{ki}^{3}}-\mu_{ki}\operatorname{sh}\mu_{ki}\frac{a_k^{(i)}+P_{ki}^{*}}{\beta_{ki}^{3}}$$
$$\tag{11}$$

$$X_k^{(i)} = \frac{1}{(\beta_{ki}c_i)^{1/2} J_0^2(\beta_{ki}R_i)} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(i)} J_{2n+1/2}(\beta_{ki}c_i) + P_{ki} \qquad c_2 = c_1$$

$$Z_k^{(2)} = \frac{1}{(\beta_{k2}c_3)^{1/2} J_0^2(\beta_{k2}R_2)} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(4)} J_{2n+1/2}(\beta_{k2}c_3) + P_{k2}^* \tag{17}$$

Подставляя (17) во вторые уравнения (12)—(15), получим

$$b_0^{(i)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, a_0^{(i)} \ (i=1,3), \quad b_0^{(2)} = b_0^{(4)} = [4(2-\nu_2)A_2 + 6(1-\nu_2)B_2]\sqrt{\frac{\pi}{2}} \tag{18}$$

Подставляя $X_k^{(i)}$ $(i=1,2)$ в первое уравнение (14), затем умножая полученное соотношение на $r(c_1^2-r^2)^{1/2}F(-s, s+3/2, 1, r^2/c_1^2)$, далее интегрируя по r в пределах от 0 до c_1 и пользуясь значением интеграла [3, 4]

$$\int_0^{c_1} r^{\nu+1}(c_1^2-r^2)^{p/2} F\left(-s, s+1+\frac{p}{2}+\nu, \nu+1, \frac{r^2}{c_1^2}\right) J_\nu(\beta_k r) =$$

$$= \left(\frac{2}{\beta_k}\right)^{1+p/2} c^{1+\nu+p/2} \frac{\Gamma(1+\nu)\Gamma(1+p/2+s)}{2\Gamma(1+\nu+s)} J_{\nu+2s+1+p/2}(\beta_k c_1)$$

получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(1)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{2n+1/2}(\beta_{k1}c_1) J_{2s+3/2}(\beta_{k1}c_1)}{\beta_{k1}^2 J_0^2(\beta_{k1}R_1)} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(2)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{2n+1/2}(\beta_{k2}c_1) J_{2s+3/2}(\beta_{k2}c_1)}{\beta_{k2}^2 J_0^2(\beta_{k2}R_2)} \tag{19}$$

где $\Gamma(x)$—гамма-функция, $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$—гипергеометрический ряд.

Пользуясь значением ряда [3, 4]

$$\frac{2}{R^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{2n+1/2}(\beta_k c) J_{2s+3/2}(\beta_k c)}{\beta_k^2 J_0^2(\beta_k R)} = \int_0^{\infty} J_{2n+1/2}\left(\frac{cx}{R}\right) J_{2s+3/2}\left(\frac{cx}{R}\right) x^{-1} dx$$

из (19) получим

$$b_n^{(2)} = \frac{R_1^2}{R_2^2} b_n^{(1)} \tag{20}$$

Аналогичным образом из (15) получим

$$b_n^{(4)} = \frac{R_3^2}{R_2^2} b_n^{(3)} \tag{21}$$

При помощи (3), (18), (20), (21) получим

$$A_2 = \frac{\nu_2}{2(1+\nu_2)} \frac{R_i^2}{R_2^2} a_0^{(i)} \qquad B_2 = \frac{1-2\nu_2}{6(1+\nu_2)} \frac{R_i^2}{R_2^2} a_0^{(i)} \quad (i=1, 3)$$

Подставляя (17) в первые уравнения (12)—(13), имея в виду (20)—(21) и применяя известные методы решения парных рядов уравнений [1, 3, 4], решение уравнений (12)—(13) сводится к решению следующих бесконечных систем линейных алгебраических уравнений:

$$d_s^{(1)}=\frac{2(4s+1)\sqrt{c_1}}{R_1^2}\alpha\sum_{k=1}^{\infty}\frac{F_k^{(1)}a_k^{(1)}}{\Delta_k^{(1)}\beta_{k1}^{3/2}}J_{2s+1/2}(\beta_{k1}c_1)$$

$$d_s^{(3)}=\frac{2(4s+1)\sqrt{c_3}}{R_3^2}(1-\alpha^*)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{F_k^{(3)}a_k^{(3)}}{\Delta_k^{(3)}\beta_{k3}^{3/2}}J_{2s+1/2}(\beta_{k3}c_3)$$

$K_n(x)$—функция Бесселя второго рода мнимого аргумента.

Подставляя значения $C_k^{(i)}$ и $D_k^{(i)}$ $(i=1, 2, 3)$ в (9) и учитывая (16), получим

$$Y_k^{(i)}=\sum_{n=0}^{\infty}a_{kn}^{(i)}b_n^{(i)}+\sum_{n=1}^{\infty}c_{kn}^{(i)}Y_{kn}^{(i)}+d_k^{(i)}\quad(i=1, 3)$$

$$Y_k^{(2)}=\sum_{n=0}^{\infty}a_{kn}^{(2)}b_n^{(1)}+\sum_{n=0}^{\infty}b_{kn}^{(2)}b_n^{(3)}+\sum_{n=1}^{\infty}c_{kn}^{(2)}Y_n^{(2)}\tag{23}$$

где

$$a_{kn}^{(i)}=\frac{4\lambda_{ki}^2}{l_i\varphi_{ki}c_i^{1/2}}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\beta_{pi}^{1/2}[H_p^{(i)}-(-1)^kF_p^{(i)}]J_{2n+1/2}(\beta_{pi}c_i)}{\Delta_p^{(i)}J_0(\beta_{pi}R_i)(\lambda_{ki}^2+\beta_{pi}^2)^2}\quad(i=1, 3)$$

$$c_{kn}^{(i)}=\frac{16\lambda_{ki}^2}{l_iR_i\varphi_{ki}}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\beta_{pi}^3[-(-1)^k(-1)^nH_p^{(i)}+(-1)^kF_p^{(i)}+(-1)^nF_p^{(i)}-H_p^{(i)}]}{\Delta_p^{(i)}(\lambda_{ki}^2+\beta_{pi}^2)^2(\lambda_{ni}^2+\beta_{pi}^2)^2}\lambda_{ni}$$

$$d_k^{(i)}=\frac{4\lambda_{ki}^2}{l_i\varphi_{ki}}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\beta_{pi}J_0(\beta_{pi}R_i)[(-1)^kH_p^{(i)}-F_p^{(i)}]a_p^{(i)}}{\Delta_p^{(i)}(\lambda_{ki}^2+\beta_{pi}^2)^2}$$

$$a_{kn}^{(2)}=\frac{4\lambda_{k2}^2R_1^2}{l_2\varphi_{k2}c_1^{1/2}R_2^2}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\beta_{p2}^{1/2}[H_p^{(2)}-(-1)^kF_p^{(2)}]}{\Delta_p^{(2)}J_0(\beta_{p2}R_2)(\lambda_{k2}^2+\beta_{p2}^2)^2}J_{2n+1/2}(\beta_{p2}c_1)$$

$$b_{kn}^{(2)}=\frac{4\lambda_{k2}^2R_3^2}{l_2\varphi_{k2}c_3^{1/2}R_1^2}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\beta_{p2}^{1/2}[(-1)^kH_p^{(2)}-F_p^{(2)}]}{\Delta_p^{(2)}J_0(\beta_{p2}R_2)(\lambda_{k2}^2+\beta_{p2}^2)^2}J_{2n+1/2}(\beta_{p2}c_3)$$

$$c_{kn}^{(2)}=\frac{16\lambda_{k2}^2}{l_2R_2\varphi_{k2}}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\beta_{p2}^3[(-1)^kF_p^{(2)}-(-1)^n(-1)^kH_p^{(2)}-H_p^{(2)}+(-1)^nF_p^{(2)}]}{\Delta_p^{(2)}(\lambda_{k2}^2+\beta_{p2}^2)^2(\lambda_{n2}^2+\beta_{p2}^2)^2}\lambda_{n2}$$

Квазиполная регулярность бесконечных систем алгебраических уравнений (21) и (22) доказывается аналогично [1,5].

После решения бесконечных систем (22) и (23) из первых уравнений (12) и (13) при фиксированном r определяются $q^{(i)}$ $(i=1, 2)$, а из уравнений (16) находится c_i $(i=1, 3)$.

Подставив значение $X_k^{(i)}$ $(i=1, 2, 3)$ и $Z_k^{(2)}$ по формуле (17) во вторых рядах (12) и (13), для контактных напряжений получим следующие выражение [1]:

$$\sigma_z^{(1)}(r, 0)=\sigma_z^{(2)}(r, 0)=\frac{R_1^2(c_1^2-r^2)^{-1/2}}{\sqrt{2}\,c_1}\sum_{n=0}^{\infty}b_n^{(1)}\frac{n!F(-n, n+1/2, 1, r^2/c_1^2)}{\Gamma(n+1/2)}\qquad 0\leqslant r<c_1$$

$$\sigma_z^{(2)}(r, l_2)=\sigma_z^{(3)}(r, 0)=\frac{R_3^2(c_3^2-r^2)^{-1/2}}{\sqrt{2}\,c_3}\sum_{n=0}^{\infty}b_n^{(3)}\frac{n!F(-n, n+1/2, 1, r^2/c_3^2)}{\Gamma(n+1/2)}\qquad 0\leqslant r<c_3\tag{24}$$

Коэффициент при особенности $(c_i^2-r^2)^{-1/2}$ $(i=1, 3)$ в формуле (24) в окрестности $r=c_i$ имеет вид [1]

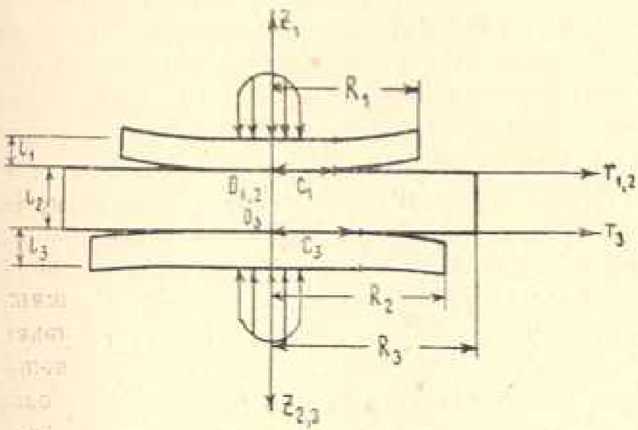
$$\frac{R_i^2}{c_i\sqrt{2\pi}}\sum_{n=0}^{\infty}(-L)^n b_n^{(i)} \quad (i=1, 3)$$

Неизвестные величины c_i $(i=1, 3)$ можно определить из условия равенства нулю контактного напряжения на границе области контакта, что равносильно условию [1]

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n b_n^{(i)}=0 \quad (i=1, 3) \tag{25}$$

В частном случае, если $R_1=R_2=R_3$, решение задачи совпадает с решением [5].

Численные примеры. В частности, рассмотрим три цилиндра одинаковых диаметров, изготовленых из различных материлов, которые контактированы между собой торцами. На свободных торцах цилиндров приложены симметрично расположенные сжимающие нагрузки (фиг. 1).



Фиг. 1

$$\sigma_z^{(i)}(r, l_i)=\begin{cases} -P & \text{при} \quad 0\leqslant r<a \\ 0 & \text{при} \quad a<r<R \end{cases}=\sum_{k=0}^{\infty} a_k J_0(\beta_k r) \quad (i=1, 3)$$

где

$$a_0=-\frac{a^2}{R^2}P, \qquad a_k=-\frac{2aJ_1(\beta_k a)}{R^2\beta_k J_0^2(\beta_k R)}P, \qquad \begin{matrix} R=R_1=R_2=R_3 \\ \beta_k=\beta_{k1}=\beta_{k2}=\beta_{k3} \end{matrix}$$

Вычисления проведены для значений $a=0{,}70\,R$, $\nu_1=0{,}1$, $\nu_2=0{,}3$, $\nu_3=0{,}2$, $G_1=G_2=G_3$, $l_1=l_3=0{,}5l_2=0{,}2R$.

Для этого частного случая получается $c_1=0{,}80\,R$, $c_3=0{,}807\,R$.

При решении системы уравнений (22) и (23) сначала были подобраны значения c_1 и c_3 (примерные их значения известны из [6]), по ним решались бесконечные системы алгебраических уравнений и полученные значения неизвестных были подставлены в (25). Этот процесс многократно повторялся до тех пор, пока в левой части (25) не получались числа с разными знаками, близкие к нулю.

ON CONTACT INTERACTION OF THREE COAXIAL ELASTIC CYLINDERS WITH FINITE LENGTHS AND DIFFERENT DIAMETERS

S. S. ZARGARIAN, Z. A. MARTIROSSIAN

ՎԵՐՋԱՎՈՐ ԵՐԿԱՐՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ՏԱՐԲԵՐ ՏՐԱՄԱԳԾԵՐ ՈՒՆԵՑՈՂ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ, ՀԱՄԱՌԱՆՑՔ ԵՐԵՔ ԳԼԱՆՆԵՐԻ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ս. Ս. ԶԱՐԳԱՐՅԱՆ, Զ. Ա. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Ամփոփում

Դիտարկվում է ճակատներով հպված, տարբեր առաձգական հատկություններ, տարբեր տրամագծեր և վերջավոր երկարություններ ունեցող երեք շրջանային գլանների առաձգականության առանցքասիմետրիկ խնդիրը։ Գլանային մակերևույթների վրա նորմալ և շոշափող լարումները բացակայում են։ Գլանների կոնտակտների տիրույթներն անհայտ են։ Խնդրի լուծումը ներկայացվում է Ֆուրիեի և Ֆուրիե-Դինիի շարքերի միջոցով։ Այդ շարքերի գործակիցների որոշման համար ստացվում են գծային հավասարումների անվերջ համակարգեր և Բեսելի ֆունկցիաներ պարունակող զույգ շարք հավասարումներ, որոնց լուծումները հանգում են քվազիլիովին ռեգուլյար հանրահաշվական հավասարումների անվերջ համակարգերի լուծմանը։

Բերված են թվային օրինակներ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мартиросян З. А.* Осесимметричная контактная задача для двух цилиндров.— Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1979, т. 32, №2, с. 14—25.
2. *Тимошенко С. П., Гудьер Дж.* Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.
3. *Cooke J. C., Tranter C. J.* Dual Fourier—Bessels series.—Guart.—J. Mech. and Appl. Math., 1959, v. 12, Pt 3, p. 379—386.
4. *Баблоян А. А., Мелконян А. П.* О двух смешанных осесимметричных задачах теории упругости.—Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1969, т. 22, № 5, с. 3—15.
5. *Мартиросян З. А.* Осесимметричная контактная задача для трех цилиндров.— Изв. АН Арм.ССР. Механика. 1986, т. 39, № 4, с. 25—34.
6. *Мартиросян З. А., Тоноян В. С.* О контактном взаимодействии трех соосных упругих цилиндров конечных длин.—МТТ, 1981, №6, с. 94—102.

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

Поступила в редакцию
13.IV.1987