

УДК 539.3

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ПРОЦЕССА ВОЗБУЖДЕНИЯ  
 УПРУГИХ ВОЛН ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ УЧАСТКА  
 ИЗОТРОПНОЙ УПРУГОЙ ПОЛОСЫ

ГРИНЧЕНКО В. Т., ПЕТРИЩЕВ О. Н.

В ходе проектирования ультразвуковых волноводных структур возникает вопрос об эффективности возбуждения отдельных форм волнового движения (нормальных волн). В работе [1] получены выражения, позволяющие рассчитать амплитуды нормальных волн в изотропном слое, в поперечном сечении которого заданы объемные силы. В ряде практически важных задач реализуются более сложные варианты нагружения внешними силовыми факторами. Так, при проектировании электроакустических преобразователей электромагнитного типа ультразвуковых магнитоstrictionных линий задержки, в ходе расчета встречно-штыревых преобразователей функциональных устройств на поверхностных акустических волнах, а также при изучении эффективности работы преобразователей, применяемых для неразрушающего контроля качества изделий, возникает необходимость решения задачи о возбуждении упругих волн системой объемных и поверхностных нагрузок.

§1. Постановка и решение задачи

Рассмотрим изотропную пластинку, расположенную в декартовой системе координат  $(x_1, x_2, x_3)$  таким образом, что наименьший размер пластинки, то есть ее толщина  $2a$ , отсчитывается в обе стороны по оси  $Ox_3$ . Будем полагать, что размеры пластинки вдоль осей  $Ox_1$  и  $Ox_2$  существенно превышают величину  $2a$ . Если к тому же внешние силовые факторы не зависят от координаты  $x_1$ , то можно перейти к плоской модельной задаче в области  $(-\infty < x_2 < \infty, -a \leq x_3 \leq a)$ .

Предположим, что в некоторой ограниченной области внутри полосы создано векторное поле объемных сил, заданное плотностями  $F_j(x_j)$  ( $j=2, 3$ ), а на поверхности волновода в пределах той же области задано поле напряжений  $\sigma_{3j}^*(x_2, \pm a)$ . Если внешние нагрузки изменяются во времени по гармоническому закону с частотой  $\omega$  и их действие длится бесконечно долго, то компоненты  $u_k(x_j)$  ( $k=2, 3$ ) вектора смещения могут быть определены в результате решения стационарного уравнения движения

$$2\mu \varepsilon_{nj,j} + i \delta_{kj} \varepsilon_{kk,j} + \rho \omega^2 u_k = -F_k \quad (1.1)$$

совместно в граничными условиями

$$2\epsilon_{3j} + i\delta_{3j}\epsilon_{kk} + \sigma_{3j}^*; \quad x_3 = \pm a \quad (1.2)$$

В уравнениях (1.1), (1.2) приняты следующие обозначения:  $\mu$  и  $\lambda$  — константы Ламе;  $\epsilon_{kj}$  — компоненты тензора бесконечно малых деформаций;  $\delta_{kj}$  — символ Кронекера;  $\rho$  — плотность среды; запятая между индексами обозначает операцию дифференцирования выражения, стоящего до запятой по координате, индексу которой проставлен после запятой.

Так как область нагружения упругой полосы внешними силовыми факторами ограничена по условию задачи и компоненты вектора смещения в реальных ситуациях удовлетворяют условиям изучения [2], сформулированную задачу можно решить с помощью метода интегральных преобразований. Использование описанной в монографии [2] техники обращения интегралов Фурье позволяет получить искомое представление для вектора смещений  $\vec{u}^{(\pm)}(x_2, x_3)$  в виде разложений по нормальным волнам, уходящим вправо (знак минус) и влево (знак плюс) от зоны возбуждения, причем

$$\vec{u}^{(\pm)}(x_2, x_3) = \sum_{\xi=1}^{\infty} A_{\xi}^{(\pm)}(\gamma_{\xi}) \vec{u}^{(\pm)}(x_3, \gamma_{\xi}) \exp(\pm i\gamma_{\xi} x_2), \quad \xi = n, m \quad (1.3)$$

где  $A_{\xi}^{(\pm)}(\gamma_{\xi})$  — амплитудные множители симметричных ( $\xi = n$ ) и антисимметричных ( $\xi = m$ ) волн Лэмба;  $\gamma_{\xi}$  — волновое число нормальной волны, которое на данной частоте  $\omega$  является корнем дисперсионного уравнения  $\Delta_{\xi}(\gamma_{\xi}) = 0$ ;  $\vec{u}^{(\pm)}(x_3, \gamma_{\xi})$  — нормальные волны, то есть собственные функции однородной краевой задачи, которая описывается уравнениями (1.1), (1.2) с равными нулю правыми частями;  $i = \sqrt{-1}$ . Для симметричных ( $\xi = n$ ) и антисимметричных ( $\xi = m$ ) волн Лэмба дисперсионные уравнения имеют вид

$$\Delta_n(\gamma_n) = (\gamma_n^2 - \beta_n^2)^2 \sin \beta_n a \cos \alpha_n a + 4\gamma_n^2 \alpha_n \beta_n \sin \alpha_n a \cos \beta_n a = 0$$

$$\Delta_m(\gamma_m) = (\gamma_m^2 - \beta_m^2)^2 \sin \alpha_m a \cos \beta_m a + 4\gamma_m^2 \alpha_m \beta_m \sin \beta_m a \cos \alpha_m a = 0$$

а компоненты векторов смещений  $u_j^{(\pm)}(x_3, \gamma_{\xi})$  однородной граничной задачи определяются следующим образом:

$$n u_3^{(\pm)}(x_3, \gamma_n) = \frac{\alpha_n}{(\gamma_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n a} [2\gamma_n^2 \sin \alpha_n a \sin \beta_n x_3 - (\gamma_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n a \sin \alpha_n x_3] \quad (1.4)$$

$$n u_2^{(\pm)}(x_3, \gamma_n) = \frac{\pm i \gamma_n}{(\gamma_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n a} [2\alpha_n \beta_n \sin \alpha_n a \cos \beta_n x_3 + (\gamma_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n a \cos \alpha_n x_3]$$

$$m u_3^{(\pm)}(x_3, \gamma_m) = \frac{\alpha_m}{(\gamma_m^2 - \beta_m^2) \cos \beta_m a} [(\gamma_m^2 - \beta_m^2) \cos \beta_m a \cos \alpha_m x_3 - 2\gamma_m^2 \cos \alpha_m a \cos \beta_m x_3] \quad (1.5)$$

$$m u_2^{(\pm)}(x_3, \gamma_m) = \frac{\pm i \gamma_m}{(\gamma_m^2 - \beta_m^2) \cos \beta_m a} [(\gamma_m^2 - \beta_m^2) \cos \beta_m a \sin \alpha_m x_3 + 2\alpha_m \beta_m \cos \alpha_m a \sin \beta_m x_3]$$

В приведенных выше формулах волновые числа  $\alpha_{\xi}$  и  $\beta_{\xi}$  удовлетворя-

ют соотношениям:  $\alpha_{\xi}^2 + \gamma_{\xi}^2 = k_D^2$ ,  $\beta_{\xi}^2 + \gamma_{\xi}^2 = k_I^2$ , причем  $k_D^2 = \omega^2 \rho / (\lambda + 2\mu)$ ,  $k_I^2 = \omega^2 \rho / \mu$ .

При этом амплитудные коэффициенты  $A_{\xi}^{(\pm)}(\gamma_{\xi})$  рассчитываются по формулам

$$A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \frac{i(\gamma_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n a}{4\mu \alpha_n \gamma_n \Delta'_n(\gamma_n) \sin \alpha_n a} \left\{ \frac{\gamma_n^2 - \beta_n^2}{k_I^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a \vec{F}(x_2, x_3) \cdot \vec{n} u^{(\mp)}(x_2, x_3) \times \right. \\ \times \exp(\mp i \gamma_n x_2) dx_3 dx_2 + 2\alpha_n \sin \alpha_n a \int_{-\infty}^{\infty} {}_s \sigma_{33}^*(x_2, a) \exp(\mp i \gamma_n x_2) dx_2 \mp \\ \left. \mp \frac{i(\gamma_n^2 - \beta_n^2)}{\gamma_n} \cos \alpha_n a \int_{-\infty}^{\infty} {}_s \sigma_{32}^*(x_2, a) \exp(\mp i \gamma_n x_2) dx_2 \right\} \quad (1.6)$$

$$A_m^{(\pm)}(\gamma_m) = \frac{i(\gamma_m^2 - \beta_m^2) \cos \beta_m a}{4\mu \alpha_m \gamma_m \Delta'_m(\gamma_m) \cos \alpha_m a} \left\{ -\frac{\gamma_m^2 - \beta_m^2}{k_I^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a \vec{F}(x_2, x_3) \cdot \vec{m} u^{(\mp)}(x_2, x_3) \times \right. \\ \times \exp(\mp i \gamma_m x_2) dx_3 dx_2 + 2\alpha_m \cos \alpha_m a \int_{-\infty}^{\infty} {}_a \sigma_{33}^*(x_2, a) \exp(\mp i \gamma_m x_2) dx_2 \pm \\ \left. \pm \frac{i(\gamma_m^2 - \beta_m^2)}{\gamma_m} \sin \alpha_m a \int_{-\infty}^{\infty} {}_a \sigma_{32}^*(x_2, a) \exp(\mp i \gamma_m x_2) dx_2 \right\} \quad (1.7)$$

где  $\chi_{\xi} = \gamma_{\xi}^2$  ( $\xi = n, m$ ); штрих при символе дисперсионного уравнения, то есть запись типа  $\Delta'_{\xi}(\chi_{\xi})$  обозначает первую производную по переменной  $\chi_{\xi}$  от функции  $\Delta_{\xi}(\chi_{\xi})$ , при этом подразумевается, что  $\Delta_{\xi}(\chi_{\xi}) = 0$ .

Силовые факторы  ${}_q F_k(x_2, x_3)$ ,  ${}_a F_k(x_2, x_3)$  и  ${}_s \sigma_{3k}^*(x_2, a)$ ,  ${}_a \sigma_{3k}^*(x_2, a)$  суть симметричные и антисимметричные составляющие приложенных извне нагрузок, причем

$$\begin{Bmatrix} {}_q F_k(x_2, x_3) \\ {}_q \sigma_{3k}^*(x_2, a) \end{Bmatrix} = (-1)^{k+z} \begin{Bmatrix} {}_q F_k(x_2, -x_3) \\ -{}_q \sigma_{3k}^*(x_2, -a) \end{Bmatrix}$$

При  $q=s$  число  $z=2$ , а при  $q=a$   $z=1$ . Очевидно, что комбинацией симметричных и антисимметричных составляющих можно представить любое, произвольно распределенное по поперечному сечению и боковой поверхности полосы поле внешних силовых факторов.

Конкретный вид выражений для расчета амплитудных коэффициентов во многом определяется структурой формул, описывающих собственные функции однородной краевой задачи. Описание симметричных волн Лэмба соотношениями (1.4) теряет смысл при  $(\gamma_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n a = 0$ , то есть на частотах существования волны чистого сдвига и в четных узлах криволинейной сетки Миндлина [2]. На этих же частотах ста-

новится неприемлемым для практического использования выражение (1.6). В этих случаях следует пользоваться формулами вида

$$A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \frac{i}{2\mu\Delta_n'(\gamma_n)} \left\{ -\frac{2\gamma_n\beta_n\cos\beta_n a}{k_n^2\cos\alpha_n a} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a {}_s\vec{F}(x_2, x_3) \cdot {}_n\vec{u}^{(\mp)}(x_3, \gamma_n) \times \right. \\ \times \exp(\mp i\gamma_n x_2) dx_3 dx_2 + \frac{\gamma_n^2 - \beta_n^2}{\gamma_n} \sin\beta_n a \int_{-\infty}^{\infty} {}_s\sigma_{33}^*(x_2, a) \exp(\mp i\gamma_n x_2) dx_2 \pm \\ \left. \pm 2i\beta_n \cos\beta_n a \int_{-\infty}^{\infty} {}_s\sigma_{32}^*(x_2, a) \exp(\mp i\gamma_n x_2) dx_2 \right\}$$

где

$${}_n u_2^{(\pm)}(x_3, \gamma_n) = \pm i\gamma_n \left[ \cos\alpha_n x_3 - \frac{(\gamma_n^2 - \beta_n^2)\cos\alpha_n a}{2\gamma_n^2 \cos\beta_n a} \cos\beta_n x_3 \right] \\ {}_n u_3^{(\pm)}(x_3, \gamma_n) = - \left[ \alpha_n \sin\alpha_n x_3 + \frac{(\gamma_n^2 - \beta_n^2)\cos\alpha_n a}{2\beta_n^2 \cos\beta_n a} \sin\beta_n x_3 \right]$$

На частотах, где величина  $(\gamma_m^2 - \beta_m^2)\cos\beta_m a = 0$ , то есть в особых узловых точках и нечетных узлах криволинейной сетки Миндлина, теряют смысл выражения (1.5) и, как следствие, выражение (1.7). На этих частотах необходимо пользоваться следующими представлениями компонентов вектора смещения в антисимметричной нормальной волне Лэмба:

$${}_m u_2^{(\pm)}(x_3, \gamma_m) = \pm i\gamma_m \left[ \sin\alpha_m x_3 - \frac{(\gamma_m^2 - \beta_m^2)\sin\alpha_m a}{2\gamma_m^2 \sin\beta_m a} \sin\beta_m x_3 \right] \\ {}_m u_3^{(\pm)}(x_3, \gamma_m) = \alpha_m \cos\alpha_m x_3 + \frac{(\gamma_m^2 - \beta_m^2)\sin\alpha_m a}{2\beta_m^2 \sin\beta_m a} \cos\beta_m x_3$$

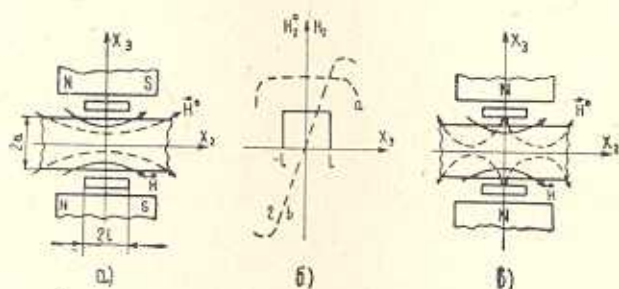
при этом соотношение для расчета амплитудных коэффициентов примет вид

$$A_m^{(\pm)}(\gamma_m) = \frac{i}{2\mu\Delta_m'(\gamma_m)} \left\{ \frac{2\gamma_m\beta_m\sin\beta_m a}{k_m^2\sin\alpha_m a} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a {}_a\vec{F}(x_2, x_3) \cdot {}_m\vec{u}^{(\mp)}(x_3, \gamma_m) \times \right. \\ \times \exp(\mp i\gamma_m x_2) dx_3 dx_2 + \frac{\gamma_m^2 - \beta_m^2}{\gamma_m} \cos\beta_m a \int_{-\infty}^{\infty} {}_a\sigma_{33}^*(x_2, a) \exp(\mp i\gamma_m x_2) dx_2 \mp \\ \left. \mp 2i\beta_m \sin\beta_m a \int_{-\infty}^{\infty} {}_a\sigma_{32}^*(x_2, a) \exp(\mp i\gamma_m x_2) dx_2 \right\}$$

## §2. Модельные исследования

Для изучения закономерностей формирования волновых полей в изотропной полосе рассмотрим модельную задачу о возбуждении плос-

ко-параллельным магнитным полем катушки упругих колебаний в полосе, материал которой обладает магнитоупругими свойствами. Расчетные схемы двух вариантов практического исполнения электроакустических преобразователей показаны на фиг. 1а, в. Будем полагать, что пространственное распределение напряженности магнитного поля катушки  $\vec{H}(x_j)$  и поля подмагничивания, поляризующего материал полосы, можно аппроксимировать однокомпонентными векторами  $\vec{H}(x_j) = \vec{e}_2 H_2(x_j)$  и  $\vec{H}^0(x_j) = \vec{e}_2 H_2^0(x_j)$  ( $\vec{e}_2$  — единичный орт). Характер изменения функции  $H_2(x_2)$  показан на фиг. 1б (сплошная линия), зависимости  $H_2^0(x_2)$  показаны на фиг. 1б штриховыми кривыми, причем кривая 1 аппроксимирует поле подмагничивания в расчетной схеме, показанной на фиг. 1а, а кривая 2 соответствует схеме, представленной на фиг. 1в.



Фиг. 1

Предположим, что  $|\vec{H}^0| \gg |\vec{H}|$ . В этом случае магнитоупругие напряжения и силы будут определяться следующими соотношениями:

$$\sigma_{3j}^*(x_2, a) = m_{nk3j} H_n^0(x_2, a) H_k(x_2, a), \quad F_k(x_j) = m_{nmkj} [H_n^0(x_j) H_m(x_j)]_j$$

где  $m_{nmkj}$  — компонент тензора пьезомагнитных констант [3, 4], причем, как показал К. Б. Власов [3], для изотропного в размагниченном состоянии поликристаллического материала пьезомагнитные константы  $m_{nmkj}$  определяются двумя линейно независимыми компонентами  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_{nnnn} = m_1$ ,  $m_{nnjj} = m_2$ ,  $m_{njjn} = m_{jjnn} = (m_1 - m_2)/2$ ).

По аналогии с пьезоэлектрическими константами [5] можно предположить, что  $m_2 = -m_1/2$ . В этом случае выражения для амплитуд нормальных волн примут вид:

а) для расчетной схемы на фиг. 1а

$$A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \mp \frac{m_1 H_2^0 H_2}{2\mu(1-\nu)} \frac{(\gamma_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n a}{\alpha_n^2 \Delta_n'(\gamma_n)} \frac{\sin \gamma_n l}{\gamma_n l} \left[ 2\nu \pm i \frac{\alpha_n}{\gamma_n} (1-\nu)(l\alpha_n) \right] \quad (2.1)$$

б) для расчетной схемы на фиг. 1в

$$A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \mp \frac{m_1 H_2^0 H_2}{2\mu(1-\nu)} \frac{(\gamma_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n a}{\alpha_n^2 \Delta_n'(\gamma_n)} \left\{ 2\nu \frac{\sin \gamma_n l}{\gamma_n l} + \right.$$

$$+ i \frac{\alpha_n}{\gamma_n} (1 - \nu)(x_n l) \left[ \frac{\sin \gamma_n l - (\gamma_n l)^2 \cos \gamma_n l}{(\gamma_n l)^3} \right] \quad (2.2)$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $2l$  — длина участка магнитоэластичной полосы нагружаемой гармонически (с частотой  $\omega$ ) изменяющимся во времени магнитным полем электроакустического преобразователя.

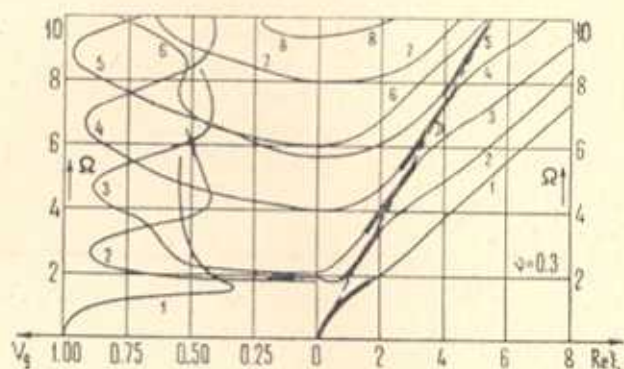
С учетом соотношений (2.1) и (2.2) и в соответствии с методикой, изложенной в монографии [2], был выполнен расчет потоков мощности первых восьми симметричных мод Лэмба, которые возбуждаются различными по пространственному распределению системами объемных и поверхностных нагрузок.

Отличительной особенностью преобразователя, расчетная схема которого показана на фиг. 1а, является то, что в данном случае реализуется несамобалансированная поверхностная нагрузка  $\sigma_{33}^+(x_2, a)$ , в то время как объемная сила  $F_2(x_2, x_2)$  является самообалансированной нагрузкой. Во втором варианте (фиг. 1в) роль несамобалансированной нагрузки переходит к объемным силам, а поверхностные магнитоэластичные напряжения  $\sigma_{33}^+(x_2, a)$  являются самообалансированными нагрузками. В ходе расчетов установлено, что в случае несамобалансированных поверхностных нагрузок имеют место резонансные явления вблизи тех частот запертия высших мод, на которых симметричная волна Лэмба вырождается в волну дилатации. Однако, групповые скорости волн на частоте резонанса равны нулю, что эквивалентно отсутствию вклада этих мод в энергетiku волнового поля в дальней зоне. За исключением этого момента существенных различий в частотно-зависимом изменении энергоемкости распространяющихся волн, которые возбуждаются различными по пространственному распределению нагрузками, не обнаружено.

На низких частотах, где существует только одна распространяющаяся мода, естественно, только она и переносит энергию вдоль волновода. Затем ее энергоемкость уменьшается и статус доминирующей (в смысле энергоемкости) волны приобретает вторая мода. Установлена следующая закономерность. Начиная с частоты запертия, величина мощности, которая уносится от зоны возбуждения нормальной волной номера  $n$  ( $n > 1$ ), постепенно увеличивается с ростом частоты. На некотором интервале частот  $n$ -ая мода становится доминирующей, а затем энергоемкость этой волны плавно уменьшается и статус доминирующей приобретает  $(n+1)$ -ая симметричная волна Лэмба.

Определенные черты результатов, которые были получены в предположении, что  $l/a = 0,1$ , более отчетливо видны из графиков, приведенных на фиг. 2, в правой полуплоскости которой приведен фрагмент картины, изображающей дисперсионные характеристики симметричных волн Лэмба ( $\nu = 0,3$ ). По оси абсцисс в правой полуплоскости фиг. 2 отложено безразмерное волновое число  $\zeta = 2, a/\pi$ , а по оси ординат отсчитывается безразмерная частота  $\Omega = 2k_1 a/\pi$ . Доминирующая мода обозначена более жирной линией, наложенной на соответствующую

ветвь корней дисперсионного уравнения. Из фигуры видно, что все жирные линии близки к штриховой прямой  $D$ , которая определяет волновые числа волны дилатации. Отсюда можно сделать вывод, что доминирующая нормальная волна должна иметь постоянную распространения, числовое значение которой на данной частоте  $\Omega$  менее всего (по сравнению с другими модами) отличается от величины  $k_0$ . Данное обстоятельство было подмечено еще Торвиком [6] при исследовании

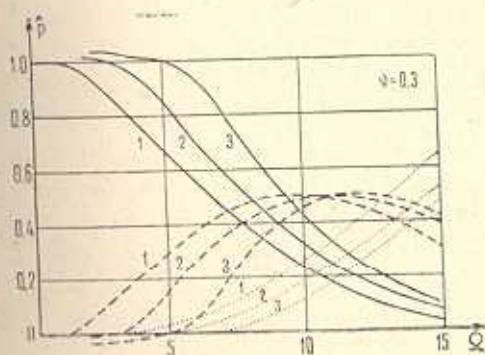


Фиг. 2

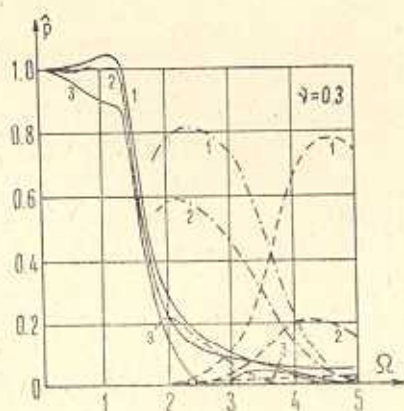
численными методами модальной структуры волновых полей, возбужденных с торца в полубесконечном слое. В левой полуплоскости фиг. 2 приведены нормированные на величину пластиночной скорости графики групповых скоростей нормальных волн, спектр волновых чисел которых изображен в правой полуплоскости рисунка. Как видно из фиг. 2, частотные интервалы доминирования нормальных волн по значениям групповых скоростей и переносимой энергии тождественно равны между собой. Такое совпадение обусловлено физическим смыслом понятия групповой скорости [2]. Однако, это соответствие наблюдается лишь тогда, когда протяженность области нагружения существенно меньше ширины полосы, то есть при  $l/a \ll 0,1$ .

На фиг. 3 представлены графики, иллюстрирующие характер частотного изменения удельного вклада объемных (сплошные кривые) и поверхностных (пунктирные кривые) нагрузок в поток мощности уходящий от области возбуждения и связанный с существованием первых трех симметричных волн Лэмба. Цифры, проставленные возле кривых, соответствуют номерам мод. В области низких частот, где существует только лишь первая распространяющаяся мода, закачка энергии в упругий волновод обеспечивается работой объемных сил на возбуждаемых ими же перемещениях, то есть амплитуда первой нормальной волны Лэмба полностью определяется первым слагаемым в фигурных скобках выражения (1.6). Такая ситуация сохраняется вплоть до частоты  $\Omega = \sqrt{2}$ . Возрастание частоты приводит к тому, что максимальные значения перемещений материальных частиц упругой среды начинают наблюдаться в примыкающих к границам волновода  $x_3 = \pm a$  областях. При этом возрастает работа объемных сил на перемещениях,

созданными поверхностными нагрузками и работа поверхностных нагрузок на возбужденных объемными силами перемещениях. Это показано штриховой кривой на фиг. 3. В области высоких частот  $\Omega > 13$  перемещения частиц среды заметны лишь в узкой приграничной области волновода и здесь основной вклад в энергетiku волнового поля оказывает работа поверхностных нагрузок на поверхностных перемещениях. Начиная с частоты  $\Omega \approx 20$  амплитуда первой симметричной волны Лэмба полностью определяется поверхностными нагрузками, то есть вторым и третьим слагаемыми в фигурных скобках выражения (1.6). Аналогичные тенденции, как это видно из графиков на фиг. 3, характерны и для высших мод. Специфический характер пространственного распределения полей магнитоотрицательных сил и магнитоотрицательных напряжений приводит к появлению отрицательных значений смешанной работы, то есть работы объемных сил на поверхностных перемещениях и поверхностных нагрузок на перемещениях, обусловленных объемными силами. Отрицательные значения смешанной работы для высших мод проявляются в частотном интервале, который снизу ограничен частотой записывания данной нормальной волны, а сверху ограничен частотой, на которой  $\gamma_n = k\rho$ . С ростом номера нормальной волны отрицательные значения смешанной работы возрастают.



Фиг. 3



Фиг. 4

Практический интерес представляет исследование влияния протяженности зоны нагружения на эффективность возбуждения нормальных волн. На фиг. 4 показаны графики частотного изменения уровней потоков мощности, которые переносятся первыми тремя продольными волнами Лэмба. Значения потоков мощности нормированы на величину мощности, уносимой первой модой (сплошные кривые) на частоте  $\Omega = 0,01$  возбужденной преобразователем с параметром  $l/a = 0,1$ . Цифры, проставленные возле кривых, соответствуют различным значениям параметра  $l/a$  (1 соответствует  $l/a = 0,1$ ; 2 —  $l/a = 0,5$ ; 3 —  $l/a = 1$ ); штрихпунктирными кривыми изображены потоки мощности второй моды и штриховыми кривыми — потоки мощности третьей нормальной волны.



Расчеты проводились в предположении, что преобразователь выполнен по схеме, представленной на фиг. 1, в.

Как видно из графиков, преобразователи конечных размеров эффективно возбуждают лишь низшие симметричные волны Лэмба. Так, при  $l/a=0,5$  эффективно возбуждаются всего три первых нормальных волны. Уровни высших мод ( $n>3$ ) не превышают 2% от уровня энергии, уносимой первой симметричной волной в области частот  $\Omega<1$ . Преобразователь с размером  $l/a=1$  эффективно возбуждает лишь первые две симметричные волны Лэмба. Характерной чертой, присущей результатам, представленным на фиг. 4, является резкий спад максимальных уровней мощности с ростом номера моды, смещение максимумов переносимой энергии в область частот, где длина волны соответствующей моды достаточно велика по сравнению с длиной области нагружения. При  $l/a=1,0$  отчетливо просматриваются достигающие нулевой отметки осцилляции уровня мощности, уносимой первой нормальной волной.

Причиной отмеченных выше особенностей следует считать явление интерференции упругих волн.

Рассмотрим элементарный участок  $x_2 \pm \Delta x_2$  ( $x_2 = \text{const}$ ) волновода, который находится в зоне нагружения магнитным полем. В результате прямого магнитострикционного эффекта этот участок генерирует стационарное волновое поле, которое характеризуется стационарным распределением фаз по длине волновода. Другой элементарный участок волновода  $x_2 \pm \Delta x_2$  ( $x_2 = \text{const}$ ) генерирует свое волновое поле, которое на данной частоте имеет ту же длину волны, что и поле излучения первого участка, и характеризуется также стационарным распределением фаз по длине волновода. Между этими двумя стационарными полями возникает постоянный фазовый сдвиг, который пропорционален величине  $\gamma_n(x_2 - x_2')$ . Указанный фазовый сдвиг в зависимости от частоты колебаний и расстояния  $x_2 - x_2'$  может приобретать значения в интервале  $(0, 2\pi)$ , то есть результирующее поле может либо взаимно усиливаться, либо будет наблюдаться взаимное подавление колебаний, которые генерируются различными, симметрично расположенными в зоне нагружения магнитным полем, участками магнитострикционного волновода. При некоторых значениях частоты  $\omega$  (волнового числа  $\gamma_n$ ) разность фаз между стационарными полями излучения, симметрично расположенных относительно плоскости симметрии области нагружения участков волновода, достигает такой величины, что наступает полная взаимная компенсация отдельных составляющих результирующего поля. Такая ситуация соответствует нулевым потокам мощности и периодически повторяется с ростом частоты. Это хорошо видно на примере графика при  $l/a=1,0$  (фиг. 4).

Таким образом, изменяя размеры области нагружения (размеры преобразователя), можно управлять эффективностью возбуждения той или иной нормальной волны в заданном диапазоне частот.

# STUDY OF THE EXCITATION PROCESS LAW OF ELASTIC WAVES UNDER COMPLICATED LOADING OF THE PART OF ISOTROPIC LAYER

V. T. GRINCHENKO, O. N. PETRISCHEV

ԱՌԱՋԳՎԱԿԱՆ ԱՆԻՔՆԵՐԻ ԳՐԳՈՄԱՆ ՊՐՈՑԵՍԻ ՕՐԻՆԱԶՍՓՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՌԻՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒՄԸ ԻԶՈՏՐՈՊ ՇԵՐՏԻ ՏԵՂԱՄԱՍԻ ԲԱՐԳ ԲԵՌՆԱՎՈՐՄԱՆ ԳԵՊՔՈՒՄ

Վ. Տ. ԳՐԻՆՉԵՆԿՈ, Օ. Ն. ՊԵՏՐԻՇԵՎ

## Ա մ փ ո փ ու մ

Ինտեգրալ ձևափոխությունների մեթոդով ստացված է կեմբի ալիքների գրգռման խնդրի լուծումը՝ իզոտրոպ շերտի տեղամասը ծավալային և մակերևութային բեռներով բեռնավորելու դեպքում: Մոդելային օրինակով ուսումնասիրված են սիմետրիկ ալիքների դաշտի էներգետիկ բնութագրերը: Հաստատված է, որ բեռնավորման փոքր տիրույթի դեպքում համախալանային միջակայքերը, որտեղ նորմալ ալիքը տեղափոխում է մյուսների համեմատ ամենամեծ էներգիան, համընկնում են այն համախոսությունների միջակայքերին, որտեղ կեմբի տվյալ ալիքը ունի մյուս տարածված մոդերի համեմատ խմբային արագություն ամենամեծ արժեքը: Ուսումնասիրված են ծավալային և մակերևութային բեռների տեսակարար ներդրումները հեռավոր դոնալի ալիքային դաշտի էներգետիկայում: Համախոսությունների տվյալ դիսպազիտում ուսումնասիրված է բեռնավորման տիրույթի շափի ազդեցությունը նորմալ ալիքների գրգռման արդյունավետության վրա: Մտացված արդյունքներին տրված է ֆիզիկական մեկնարանություն:

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Вовк А. Е., Тютюкин В. В.* Возбуждение нормальных волн в плоском упругом волноводе силами, заданными в его поперечном сечении.—Тр. Акуст. ин-та, 1969, вып. 9, с. 5—26.
2. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах.—Киев: Наук. думка, 1981. 283 с.
3. *Власов К. Б.* Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитоэстрикционных) сред.—Изв. АН СССР, сер. физическая, 1957, т. 21, № 8, с. 1140—1148.
4. *Лямов В. Е.* Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах.—М.: Изд-во МГУ, 1983. 223 с.
5. *Берлинкур Д., Жаффе Г., Керран Д.* Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях.—В кн.: Физическая акустика, т. I, ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований.—М.: Мир, 1966, с. 204—326.
6. *Torvic P. J., Mc Clatchey J. J.* Response of an elastic plate to a cyclic longitudinal force.—J. Acoust. Soc. Amer., 1968, v. 44, № 1, p. 59—64.

Киевский орденa Ленина политехнический институт

Поступила в редакцию  
16.I.1986