

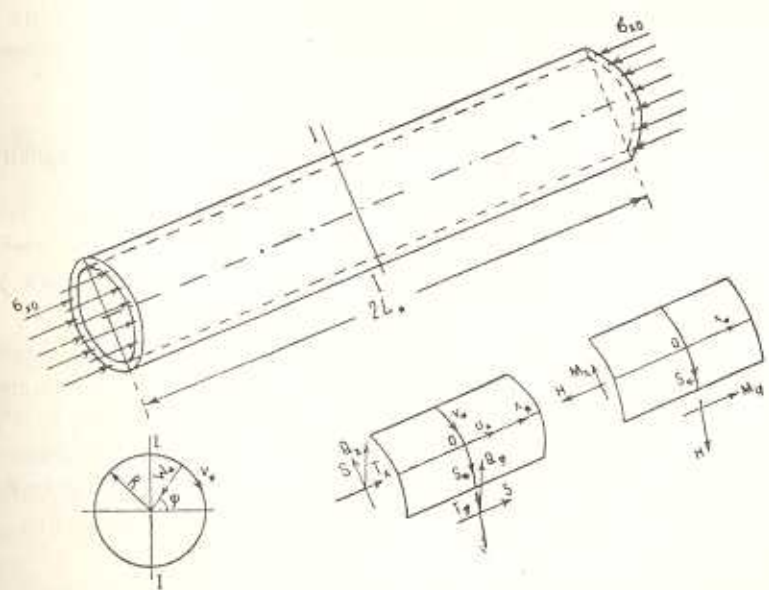
УДК 539.6

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОМЕРНО СЖАТОЙ В ОСЕВОМ НАПРАВЛЕНИИ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ СМЕШАННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

БЕЗИРГЕНЯН Г. С.

В настоящее время имеется большое количество работ по проблеме устойчивости оболочек [4, 11]. В этих работах, а также в [5, 7, 9—11] отмечается существенное влияние граничных условий на величину верхней критической нагрузки. В [5, 9, 10] показано, что для тонких цилиндрических оболочек кругового очертания из однородного изотропного материала при граничных условиях $w = M_x = \sigma_x = \tau_{x\varphi} = 0$ величина $\sigma_{кр}$ уменьшается в два раза.

В настоящей работе решается задача устойчивости равномерно сжатой в осевом направлении (усилием τ_{x0}) тонкой круговой цилиндрической оболочки (фиг. 1) из однородного изотропного материала при смешанных граничных условиях. Проведенные расчеты показали, что значения относительного критического усилия ($\rho = \tau_{x0} / \sigma_{кр}$) быстро растут от 0,5 до 1 в зависимости от значений угла β . Значения $\rho = 0,5$ и 1 соответствуют предельным значениям угла $\beta = 0,2 \pi$.



Фиг. 1

1. Уравнения устойчивости для цилиндрической оболочки в безразмерных координатах записываются в форме, приведенной в [2, 4].
Граничные условия запишутся в виде

$$\text{при } x = \pm \frac{L_0}{R} \quad \omega = M_x = \sigma_x = 0 \quad \text{для } 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (1.1)$$

$$\text{и } v = 0 \quad \text{для } 0 \leq \varphi \leq \beta; \quad \tau_{x\varphi} = 0 \quad \text{для } \beta \leq \varphi \leq 2\pi \quad (1.2)$$

Начало координат помещено в центре пролета срединной поверхности (фиг. 1).

2. Решение уравнения устойчивости в общем случае можно представить в форме

$$\omega = \frac{\omega_0(x)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \exp(k_m x) (C_m^{(n)} \cos n\varphi + C_m^{*(n)} \sin n\varphi)^2 \quad (2.1)$$

где k_m — корни уравнения $k_*^4 + 2\rho\lambda(k_* + n^2)k_*^2 + \lambda^2(k_* + n^2)^2 = 0$, ($k_* = k^2 + n^2$), которые записываются [9—10] в форме

$$k_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}(a_1 + ib_1), \quad k_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}(a_2 + ib_2), \quad a_j = \sqrt{\lambda(1-\rho)} \pm c_j, \quad b_j = \sqrt{\lambda(1+\rho)} \pm c_j \quad (2.2)$$

$$k_3 = k_1, \quad k_4 = \bar{k}_2, \quad k_5 = -\bar{k}_1, \quad k_6 = -k_2, \quad k_7 = \bar{k}_2, \quad k_8 = -\bar{k}_1 \quad (2.3)$$

$$c_1 = \sqrt{r - \lambda\rho + 4n^2}, \quad c_2 = \sqrt{r + \lambda\rho - 4n^2}, \quad r = \sqrt{16n^4 - 8\rho n^2 + \lambda^2}, \quad \lambda = 2E/\sigma_{\text{кр}} \quad (2.4)$$

$C_m^{(n)}, C_m^{*(n)}$ — постоянные интегрирования, подлежащие определению.

3. Для упрощения дальнейших вычислений отдельно рассмотрим случаи симметричного (случай а)) и антисимметричного (случай б)) выпучивания цилиндрической оболочки относительно сечения $x=0$.

Случай а). В этом случае из выражений (2.1) — (2.4) и из условия четности ω по x , после перехода к фундаментальным решениям, следует:

$$\omega = \sum_{n=1}^{\infty} (B_1^{(n)}\alpha_1 + B_2^{(n)}\beta_1 + B_3^{(n)}\alpha_2 + B_4^{(n)}\beta_2) \cos n\varphi + (B_1^{*(n)}\alpha_1 + \dots + B_4^{*(n)}\beta_2) \sin n\varphi \quad (3.1)$$

где $\alpha_j = \text{ch } a_j x / 2\sqrt{2} \cos b_j x / 2\sqrt{2}$, $\beta_j = \text{sh } a_j x / 2\sqrt{2} \sin b_j x / 2\sqrt{2}$, $j = 1, 2$. Постоянные $B_1^{(n)}, \dots, B_4^{(n)}$ подлежат определению из граничных условий.

Для нахождения выражений осевого напряжения σ_x , тангенциального перемещения v и напряжения $\tau_{x\varphi}$ используем соотношения, полученные в [9, 10]. Подставляя ω из (3.1) в формулу $\lambda^2 \sigma_x = -E\Omega \partial^2 \omega / \partial \varphi^2$, где $\Omega = 2\rho\lambda + (\partial/\partial x)^{-2} \nabla^4$, проводя соответствующие вычисления и имея в виду, что $(\partial/\partial x)^{-2} \nabla^4 = \partial^2/\partial x^2 + 2\partial^2/\partial \varphi^2 + (\partial/\partial x)^{-2} x \partial^4/\partial \varphi^4$, получим выражение бесконечной суммы. Легко установить, что

* Так как слагаемое $\omega_0(x)/2$ не влияет на значение критического усилия, то в дальнейшем ради краткости записи его не приводим.

$$\frac{d^2 \alpha_j}{dx^2} = \frac{1}{8} [(a_j^2 - b_j^2) \alpha_j + 2a_j b_j \beta_j], \quad \int dx \int \alpha_j dx = \frac{8}{(a_j^2 + b_j^2)^2} [(a_j^2 - b_j^2) \alpha_j + 2a_j b_j \beta_j]$$

(формулы для $d^2 \beta_j / dx^2$ и $\int dx \int \beta_j dx$ записываются аналогичным образом). Подставив полученные выражения $d^2 \alpha_j / dx^2$, $\int dx \int \alpha_j dx$, $d^2 \beta_j / dx^2$ и $\int dx \int \beta_j dx$ в формулу для осевого напряжения и проведя соответствующие вычисления, можно установить, что

$$\begin{aligned} \lambda \sigma_x = -E \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} n^2 [(\rho \alpha_1 - \sqrt{1-\rho^2} \beta_1) B_1^{(n)} + (\sqrt{1-\rho^2} \alpha_1 + \rho \beta_1) B_1^{(n)} + \right. \\ \left. + (\rho \alpha_2 - \sqrt{1-\rho^2} \beta_2) B_3^{(n)} + (\sqrt{1-\rho^2} \alpha_2 + \rho \beta_2) B_3^{(n)} \cos n\varphi \right] + \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} n^2 [(\dots) B_1^{(n)} + \dots + (\dots) B_4^{(n)}] \sin n\varphi \right\} \quad (3.2) \end{aligned}$$

где в скобках при $B_k^{(n)}$ те же выражения, что и в скобках при $B_k^{(n)}$.

С целью получения расчетных формул для тангенциальных перемещений v и напряжений $\tau_{x\varphi}$ подставим снова выражение прогиба в $\lambda^2 v = -(\Psi + 2 + \nu) \Omega \partial w / \partial \varphi$ и в $\lambda^2 \tau_{x\varphi} = -E \Omega \partial^2 w / dx d\varphi$, где $\Psi = (\partial / \partial x)^2 (\partial / \partial \varphi)^2$. После проведения соответствующих вычислений, аналогичных предыдущим, можно установить, что

$$\begin{aligned} \lambda v = \sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ \frac{1}{a_1^2 + b_1^2} [(\Psi_1 \alpha_1 - \Psi_2 \beta_1) B_1^{(n)} + (\Psi_2 \alpha_1 + \Psi_1 \beta_1) B_2^{(n)}] + \frac{1}{a_2^2 + b_2^2} [\Psi_3 \alpha_2 + \right. \\ \left. + \Psi_4 \beta_2) B_3^{(n)} + (\Psi_3 \beta_2 - \Psi_4 \alpha_2) B_3^{(n)}] + (2 + \nu) [(\rho \alpha_1 - \sqrt{1-\rho^2} \beta_1) B_1^{(n)} + (\sqrt{1-\rho^2} \alpha_1 + \right. \\ \left. + \rho \beta_1) B_2^{(n)} + (\rho \alpha_2 - \sqrt{1-\rho^2} \beta_2) B_3^{(n)} + (\sqrt{1-\rho^2} \alpha_2 + \rho \beta_2) B_3^{(n)}] \right\} \sin n\varphi - \\ - \sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ \frac{1}{a_1^2 + b_1^2} [\dots] + \frac{1}{a_2^2 + b_2^2} [\dots] + (2 + \nu) [\dots] \right\} \cos n\varphi \quad (3.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda \tau_{x\varphi} = \frac{E}{2\sqrt{2}} \sum_{n=1}^{\infty} n \{ (\rho a_1 - \sqrt{1-\rho^2} b_1) \xi_1 - (\rho b_1 + \sqrt{1-\rho^2} a_1) \eta_1 \} B_1^{(n)} + [(\rho b_1 + \sqrt{1-\rho^2} a_1) \xi_1 + \\ + (\rho a_1 - \sqrt{1-\rho^2} b_1) \eta_1 \} B_2^{(n)} + [\dots] B_3^{(n)} + [\dots] B_4^{(n)} \} \sin n\varphi - \\ - \frac{E}{2\sqrt{2}} \sum_{n=1}^{\infty} n \{ \dots \} \cos n\varphi \quad (3.4) \end{aligned}$$

где $\Psi_{1,3} = \rho J_1 \mp \sqrt{1-\rho^2} J_2$, $\Psi_{2,4} = \rho J_2 \pm \sqrt{1-\rho^2} J_1$, $J_1 = a_1 a_2 + b_1 b_2$, $J_2 = a_1 b_2 - a_2 b_1$, $\xi_j = \text{sh } a_j x / 2\sqrt{2} \cos b_j x / 2\sqrt{2}$, $\eta_j = \text{ch } a_j x / 2\sqrt{2} \sin b_j x / 2\sqrt{2}$, $j = 1, 2$.

Выражения в скобках при $B_2^{(n)}$ и $B_3^{(n)}$ получаются из выражений в скобках при $B_1^{(n)}$ и $B_3^{(n)}$ заменой индекса 1 на 2, а выражения в фигурных скобках — соответственно из общих членов первых бесконечных сумм (3.3) и (3.4) заменой $B_k^{(n)}$ на $B_k^{(n)}$.

Случай б). В этом случае, как и в случае а), легко установить, что

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} (D_1^{(n)} \xi_1 + D_2^{(n)} \gamma_1 + D_3^{(n)} \xi_2 + D_4^{(n)} \gamma_2) \cos n\varphi + (D_1^{*(n)} \xi_1 + \dots + D_4^{*(n)} \gamma_2) \sin n\varphi \quad (3.5)$$

где $D_k^{(n)}$ и $D_k^{*(n)}$ — постоянные, которые подлежат определению из граничных условий (1.1), (1.2).

Подставляя выражения прогиба (3.5) в формулы для σ , ν , $\tau_{x\varphi}$ и повторяя все вычисления, которые были проделаны в случае а), получим расчетные формулы для нормальных и касательных напряжений и касательного перемещения. Нет необходимости приводить эти громоздкие формулы, так как они легко получаются соответственно из (3.2) — (3.4), если в (3.2), (3.3) соответственно заменить α_j на ξ_j ; β_j — на γ_j , а в (3.4) — наоборот ($j=1, 2$) и во всех формулах $B_k^{(n)}$ и $B_k^{*(n)}$ заменить на $D_k^{(n)}$ и $D_k^{*(n)}$ ($k=1, 2, 3, 4$).

4. Как в случае а), так и в случае б) можем ограничиться рассмотрением только одной половины цилиндрической оболочки. Рассмотрим ту половину оболочки, для которой $0 \leq x \leq L_*$ (фиг. 1). В обоих случаях, подставляя выражения w , d^2w/dx^2 и τ_x в несмешанные граничные условия (1.4а), получим для каждой четверки постоянных $B_k^{(n)}$, $B_k^{*(n)}$, $D_k^{(n)}$ и $D_k^{*(n)}$ систему трех алгебраических уравнений. Разрешая каждую систему относительно первых трех постоянных, найдем

$$\begin{aligned} B_1^{(n)} &= \frac{\alpha_2^2 + \beta_2^2}{\alpha_1^2 + \beta_1^2} \frac{J_3 \beta_1 + 2J_4 \alpha_1}{J_3 \alpha_2 - 2J_4 \beta_2} B_4^{(n)}, & B_2^{(n)} &= - \frac{\alpha_2^2 + \beta_2^2}{\alpha_1^2 + \beta_1^2} \frac{J_4 \alpha_1 - 2J_4 \beta_1}{J_3 \alpha_2 - 2J_4 \beta_2} B_4^{(n)} \\ B_3^{(n)} &= \frac{J_3 \beta_2 - 2J_4 \alpha_2}{J_3 \alpha_2 - 2J_4 \beta_2} B_4^{(n)}, & D_1^{(n)} &= \frac{\xi_2^2 + \gamma_2^2}{\xi_1^2 + \gamma_1^2} \frac{J_3 \gamma_1 + 2J_4 \xi_1}{J_3 \xi_2 - 2J_4 \gamma_2} D_4^{(n)} \end{aligned} \quad (4.1)$$

где $J_3 = a_1^2 - b_1^2 - a_2^2 + b_2^2$, $J_4 = a_1 b_1 - a_2 b_2$.

Формулы для $D_2^{(n)}$ и $D_3^{(n)}$ очевидны. Выражения постоянных $B_k^{*(n)}$ и $D_k^{*(n)}$ в точности совпадают с $B_k^{(n)}$ и $D_k^{(n)}$.

Удовлетворим смешанным граничным условиям (1.2). После проведения необходимых вычислений можно установить, что

$$\tau_{x\varphi}|_{x=L} = \sqrt{2} E \sum_{n=1}^{\infty} n \Phi (B_1^{(n)} \sin n\varphi - B_1^{*(n)} \cos n\varphi) = 0, \quad \beta \leq \varphi \leq 2\pi, \quad \left(L = \frac{L_*}{R} \right) \quad (4.2)$$

где $\Phi = 8\sqrt{\lambda} \frac{\alpha_2^2 + \beta_2^2}{J_3 \alpha_2 - 2J_4 \beta_2} [(q_1 - q_2) \zeta_1 - (p_1 + p_2) \gamma_1 - (q_1 + q_2) \zeta_2 + (p_1 - p_2) \gamma_2]$

$$q_1 = \sqrt{\lambda} (\rho c_2 - \sqrt{1 - \rho^2} c_1), \quad q_2 = (1 - 2\rho) \sqrt{1 + \rho} r_1, \quad p_1 = \sqrt{\lambda} (\rho c_1 + \sqrt{1 - \rho^2} c_2)$$

$$p_2 = (1 + 2\rho) \sqrt{1 - \rho} r, \quad \gamma_j = \left[\operatorname{ch} \frac{a_j L}{\sqrt{2}} + \cos \frac{b_j L}{\sqrt{2}} \right]^{-1} \sin \frac{b_j L}{\sqrt{2}}$$

$$\zeta_j = \gamma_j \operatorname{sh} \frac{a_j L}{\sqrt{2}} \left(\sin \frac{b_j L}{\sqrt{2}} \right)^{-1}, \quad j = 1, 2$$

Подставляя выражения W_k и постоянных в формулу (3.3) и удовлетворяя первому из смешанных граничных условий (1.2), получаем

$$v|_{x=L} = -8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r\sqrt{1-\varphi^2}}{n} \frac{\alpha_2^2 + \beta_2^2}{J_3\alpha_2 - 2J_4\beta_2} (B_4^{(n)} \sin n\varphi - B_4^{*(n)} \cos n\varphi) \quad 0 \leq \varphi \leq \beta \quad (4.3)$$

В случае б), повторяя те же процедуры, что и в случае а), приходим к аналогичным (4.2), (4.3) парным рядам-уравнениям, в которых в выражении Φ α_2, β_2 заменены на ξ_2, γ_2 , знаки „-“ на „+“ и, наоборот, а $B_4^{(n)}$ и $B_4^{*(n)}$ — на $D_4^{(n)}$ и $D_4^{*(n)}$.

5. Вследствие неизученности в литературе парных рядов-уравнений типа (4.2), (4.3) сделаем дополнительное предположение, что оболочка по тангенциальному направлению выпучивается симметрично или антисимметрично.

Применяя методику, предложенную в [1], парные ряды-уравнения можно свести к бесконечным системам линейных однородных уравнений вида

$$X_n = \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} X_m \quad (5.1)$$

где в случае симметричного выпучивания оболочки относительно сечений $x=0, \varphi=0$ (случай а—а)

$$X_n = n(\alpha_2^2 + \beta_2^2)(J_1\alpha_2 - 2J_2\beta_2)^{-1} \Gamma_1 B_4^{(n)}, \quad \Gamma_1 = (q_1 - q_2)\gamma_1 - (p_1 + p_2)\gamma_1 - (q_1 - q_2)\gamma_2 + \\ + (p_1 - p_2)\gamma_2, \quad a_{nm} = \frac{mN_m}{2} I_{nm}, \quad I_{nm} = \int_0^{\beta} y_m y_n \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta = \frac{1}{n^2 - m^2} (nz_n y_m - \\ - mz_m y_n) \quad \text{при } n \neq m$$

$$nI_n = 1 - P_{n-1}P_n + \frac{1}{2}(P_{n-1}^2 - P_n^2) - 2 \sum_{k=1}^{n-1} P_k(\cos \beta P_k - P_{k+1}), \quad y_k = P_{k+1} + P_k$$

P_k — полиномы Лежандра, $N_m = 1 - (r\sqrt{1-\varphi^2}/m)\Gamma^{-1}$.

В случае симметричного и антисимметричного выпучивания соответственно относительно сечений $x=0; \varphi=0$ (случай а—б) в X_n

$$B_4^{(n)}$$
 заменяется на $B_4^{*(n)}$, а в $a_{nm} I_{nm}$ — на I_{nm}^* , где $I_{nm}^* = \int_0^{\beta} z_n z_m \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta$,

в случае (б—а)

$$X_n = n(\xi_2^2 + \gamma_2^2)(J_1\xi_2 - 2J_2\gamma_2)^{-1} \Gamma_2 D_4^{(n)}, \quad a_{nm} = \frac{m\bar{N}_m}{2} I_{nm}, \quad \Gamma_2 = (p_1 + p_2)\omega_1 +$$

$$+ (q_1 - q_2)\alpha_1 - (p_1 - p_2)\omega_2 - (q_1 + q_2)\gamma_2, \quad \bar{N}_m = 1 - (r\sqrt{1-\varphi^2}/m)\Gamma_2^{-1}$$

и в случае (б—б) в последнем выражении X_n $D_4^{(n)}$ заменяется на $D_4^{*(n)}$, а в $a_{nm} I_{nm}$ — на I_{nm}^* .

Таким образом, задача нахождения критических значений осевых сжимающих усилий в рассматриваемом случае при сделанных до-

пущениях свелась к нахождению минимальных собственных чисел определителя

$$\Delta(\rho, \beta, L_*/R, h/R) = \det \|e_{nm}^{\infty}\| \quad (5.2)$$

где $e_{nm} = a_{nm}$ при $n \neq m$ и $e_{nn} = a_{nn} - 1$, $n, m = 1, 2, \dots$

Введем обозначения: $\Lambda = L_* \sqrt{\lambda} / R$, $\tau = 2m / \sqrt{\lambda}$, которые весьма удобны для численного расчета. (Отметим, что для значений $\nu = 0,25 \div 0,33$ $\lambda = 3,312 R/h$, $\tau = 1,1m \sqrt{h/R}$, $\Lambda = 1,82 L_* \sqrt{R/h}$). Тогда с учетом того, что $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$ с возрастанием аргумента быстро растут, при $|\Lambda \bar{a}_j / \sqrt{2}| \geq 6$ (случай относительно длинных оболочек) можно положить: $\gamma_j \simeq 0$, $j = 1, 2$, $\zeta_1 \simeq 1$, ($\bar{a}_1 > 0$), $\zeta_2 \simeq -1$, ($\bar{a}_2 < 0$) и выражение N_m упрощается

$$N_m \simeq 1 + \frac{\sqrt{2} r_1 (r_1 - \rho + \tau^2)^{1/2}}{\tau (2\rho - r_1 - \tau^2)}$$

где $r_1 = (\tau^4 - 2\rho\tau^2 + 1)^{1/2}$, $\bar{a}_j = (1 - \rho)^{1/2} \pm (r_1 - \rho + \tau^2)^{1/2}$, $j = 1, 2$

Легко показать, что N_m равномерно ограничено сверху и для больших m имеет порядок $O(m^{-2})$, то есть $N_m \simeq M/m^2$, где $M = 3\rho R/4h$. Из полученной оценки порядка N_m следует, что

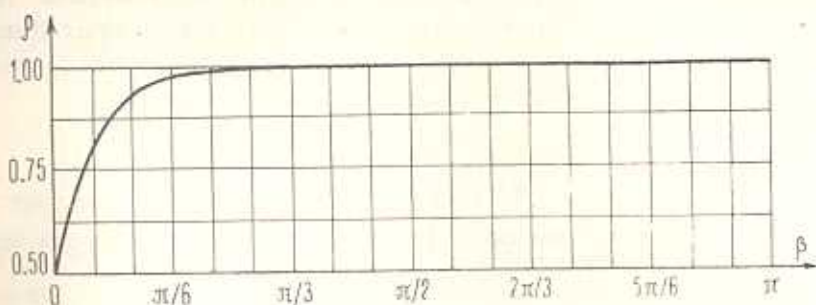
$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} |a_{nm}| &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} m |N_m| |I_{nm}| < \frac{M}{2} \left(\frac{1}{n} I_{nn} + \sum_{m=n-1}^{\infty} \frac{1}{m} |I_{nm}| \right) < \frac{M}{n^2} + \frac{2M}{\sqrt{n}} \times \\ &\times \left(\sum_{m=n-1}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{1}{\sqrt{m}} \frac{1}{n-m} + \sum_{m=n+1}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{1}{\sqrt{m}} \frac{1}{m-n} \right) < 1 \text{ при } n > n_0, \text{ где} \\ &n_0 = E(9\rho R/2h)^{1/3} \end{aligned}$$

6. Для определения собственных чисел определителя (5.2) были проведены расчеты как для относительно длинных оболочек (упрощенный вариант), так и для оболочек средней длины ($L_*/R = 0,5; 1; 2; 5$). В обоих случаях рассматривался диапазон $1/60 \div 1/400$ изменений относительной толщины h/R . Проведенный анализ расчетов показал, что при подсчете собственных чисел задачи вполне можно ограничиться определителями двадцатого порядка.

Следует отметить, что в случае $\beta = \pi$ определитель (5.2) равен единице и бесконечная система (5.1) вырождается. Она имеет только тривиальное решение $X_n = 0$ и для определения ρ при длинных и тонких оболочках получается такое же уравнение, как и в [9, 10], то есть $2\rho - r_1 - \tau^2 = 0$ или $\rho = \frac{\tau^2}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{\tau^4}{4}}$.

Выводы

1. При смешанных граничных условиях (1.1) и (1.2) достаточно цилиндрическую оболочку по тангенциальному направлению закрепить примерно на 30° и ее потеря устойчивости произойдет при тех же значениях сжимающего усилия, что и в классическом случае (фиг. 2),



Փնդ. 2

2. Критическая величина относительного сжимающего усилия очень слабо зависит от относительной толщины h/R и относительной длины L_*/R цилиндрической оболочки, что согласуется с результатами работы [5].

ԱՌԱՆՑՔԻ ՈՒՂՈՒԹՅԱՄԸ ՀԱՎԱՍԱՐԱԶԱՓ ՍԵՂՎԱԾ ԳՎԱՆԱՅԻՆ
ԹԱՂԱՆԹԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ԽԱՌԸ ԵԶՐԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԻ ԳԵՊՔՈՒՄ

Գ. Ս. ԲԵՍԻՐԳԵՆԻԱՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Դիտարկված է համասեռ, իզոտրոպ շրջանաձև գլանային թաղանթի առաձգական կայունության խնդիրը, երբ ճակատները շրջանագծային ուղղությամբ մասնակիորեն ամրակցված են և մասնակիորեն ազատ են:

Ցույց է տրված, որ խնդրի լուծումը բերվում է դույզ շարք հավասարումների լուծմանը, որոնք ձևափոխող օպերատորների մեթոդով բերվում են գծային համասեռ հավասարումների բվադիոնոլոյար անվերջ համակարգի:

Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ բավական է գլանային թաղանթը շրջանագծային ուղղությամբ ամրակցել 30° -ով, և նրա կայունության կորուստը տեղի կունենա դասական դեպքին համապատասխանող սեղմող ճիգերի դեպքում:

ON STABILITY OF UNIFORMLY COMPRESSED IN AXIAL
DIRECTION CIRCULAR CYLINDRICAL SHELL FOR MIXED
BOUNDARY CONDITIONS

G. S. BESIRGENIAN

S u m m a r y

It is assumed that the initial state is without moment and the initial imperfections are absent.

It has been shown that the finding of constants, in solution w after satisfaction of mixed boundary conditions, is reduced to the solution of

double series equations and by method of transformed operators is turned into a quasi-regular infinite system of linear homogenous equation. The calculation has shown that values of relative critical stress ($\rho = \sigma_{x0}/\sigma_{кр}$) increase rapidly from 0,5 to 1 depending on the mixed (β).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баблонн А. А.* Решение некоторых парных уравнений, встречающихся в задачах теории упругости.—ПММ, 1967, 31, 4, с. 678—689.
2. *Вольмир А. С.* Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 879 с.
3. *Градштейн И. С. и Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.
4. *Григолюк Э. И., Кабанов В. В.* Устойчивость оболочек. М.: Наука, 1978. 359 с.
5. *Кожеников В. И.* О величине критической силы при осевом сжатии цилиндрической оболочки.—Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, 3, с. 137—141.
6. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. М.—Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.
7. *Мовсисян Л. А.* Об устойчивости цилиндрических оболочек со смешанными граничными условиями.—ПМ, 1978, т. 14, № 10, с. 52—56.
8. *Начбар.* Корни характеристического полинома для уравнения Доннелла в случае предварительного равномерного осевого напряжения оболочки.—Тр. Амер. о-ва инж.-мех. ПМ, № 2, 1962, с. 235—236.
9. *Хофф Н.* Низкие критические напряжения для круговой цилиндрической оболочки конечной длины, находящейся под действием осевого сжатия.—Тр. Амер. о-ва инж.-мех. ПМ, 1965, № 3, с. 60—69.
10. *Хофф Н., Рефилд Л.* Потеря устойчивости сжатых в осевом направлении круговых цилиндрических оболочек при напряжениях, меньших классического критического значения.—Тр. Амер. о-ва инж.-мех. ПМ, 1965, № 3, с. 70—75.
11. *Hoff N. J.* The perplexing behavior of thin cylindrical shells in axial compression.—Eighth Israel annual conference on aviation and astronautics. Technion-Israel Institute of technology, 1966, p. 2—28.

Институт механики АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
26.I.1986